

Равноускоренное прямолинейное движение

Подготовка к егэ.1

Таблица

Тело движется из состояния покоя	Поезд отходит от станции	Ракета стартует	Пуля в начале ствола винтовки
$v_0 = 0; a > 0$			
Тело тормозит	Поезд подходит к станции	Тело совершает аварийную остановку	Скорость тела увеличилась в n раз $v = nv_0$
$v = 0; a < 0$			
Скорость уменьшилась в n раз $v = v_0 / n$	Скорость увеличилась на 2 м/с $v = v_0 + 2$	Скорость уменьшилась на 4 м/с $v = v_0 - 4$	Во сколько раз увеличилась скорость? v / v_0
Во сколько раз уменьшилась скорость? v_0 / v	Как изменилась скорость? v / v_0	На сколько увеличилась скорость? $v - v_0$	На сколько уменьшилась скорость? $v_0 - v$
На сколько процентов увеличилась скорость? $\frac{v - v_0}{v_0} \cdot 100\%$	На сколько процентов уменьшилась скорость? $\frac{v_0 - v}{v_0} \cdot 100\%$	Тело покоится $v_0 = 0$ $a = 0$	Модуль ускорения — всегда положительная величина

Основные формулы для расчёта перемещения

$$s = v_0 t \pm \frac{at^2}{2} \text{ (без конечной скорости),}$$

$$s = \frac{v^2 - v_0^2}{\pm 2a} \text{ (без времени),}$$

$$s = \frac{(v + v_0)t}{2} \text{ (без ускорения).}$$

Перемещение в n -ю секунду равноускоренного прямолинейного движения

$$s_n = s(n) - s(n-1),$$

$$\text{где } s(n) = v_0 n \pm \frac{an^2}{2}; \quad s(n-1) = v_0(n-1) \pm \frac{a(n-1)^2}{2}.$$

Уравнение координаты при равноускоренном прямолинейном движении позволяет определить кинематические величины равноускоренного прямолинейного движения даже в тех случаях, когда направление движения меняется.

Уравнение координаты

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2} .$$

Уравнение проекции перемещения

$$s_x = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2} .$$

Уравнение проекции скорости

$$v_x = x'(t) = v_{0x} + a_x t .$$

Совместное движение двух тел

Уравнение координаты позволяет решать задачи на совместное движение двух тел.

Уравнение координаты

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2} .$$

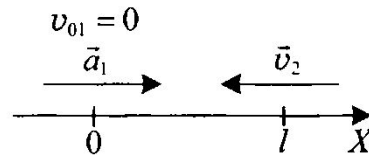
Уравнение координаты при запаздывании

$$x = x_0 + v_{0x}(t - t_{\text{запазд}}) + \frac{a_x (t - t_{\text{запазд}})^2}{2} .$$

Алгоритм решения задач
на определение места и времени встречи двух тел,
движущихся по прямой

Задача. Из пункта A начинает движение автобус с ускорением \vec{a}_1 . Одновременно с ним из пункта B навстречу автобусу выезжает автомобиль с постоянной скоростью \vec{v}_2 . На каком расстоянии от пункта A состоится их встреча? Расстояние между пунктами A и B равно l .

1. Сделать чертёж, на нём указать ось координат, начальные координаты тел, направление начальных скоростей и ускорений.



2. Составить уравнения координат для каждого тела, используя формулу: $x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$.

$$\text{Для первого тела: } x_1 = 0 + v_{01}t + \frac{a_1 t^2}{2} = \frac{a_1 t^2}{2}.$$

$$\text{Для второго тела: } x_2 = l - v_2 t.$$

3. Решить задачу.

а) *Аналитический способ:* приравняв уравнения координат $x_1 = x_2$, найти время встречи t_c . Подставив время встречи в любое уравнение координаты, найти место встречи x_c .

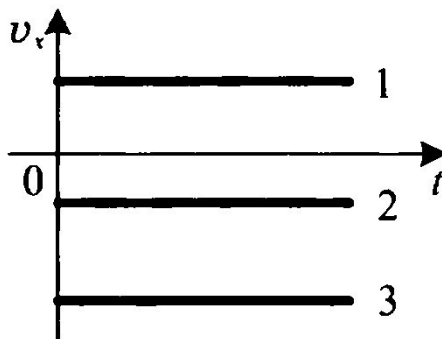
б) *Графический способ:* построить графики координат для двух тел, найти точку их пересечения, определить время встречи t_c и координату встречи x_c .

Графики кинематических величин прямолинейного движения

	Покой $a_x = 0$ $v_x = 0$ $s_x = 0$ $x = x_0$	Равномерное движение $a_x = 0$ $v_x = \text{const}$ $s_x = v_x t$ $x = x_0 + v_x t$ $\vec{v}_1 \uparrow \uparrow OX$ $\vec{v}_2 \uparrow \downarrow OX$	Равноускоренное движение $a_x = \text{const}$ $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{v}_0, \vec{v}_0 \uparrow \uparrow OX$ $v_x = v_0 + at$ $s_x = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ $x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$	Равнозамедленное движение $a_x = \text{const}$ $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{v}_0, \vec{v}_0 \uparrow \uparrow OX$ $v_x = v_0 - at$ $s_x = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ $x = x_0 + v_0 t - \frac{at^2}{2}$
$a_x(t)$				
$v_x(t)$				
$s_x(t)$				
$l(t)$				
$x(t)$				

Учтите: путь $l(t)$ всегда возрастающая функция.

График проекции скорости представляет собой график зависимости проекции скорости от времени. Проекция скорости при равномерном прямолинейном движении не изменяется: $v_x = \text{const}$.



Как выглядит график?

График скорости *при равномерном прямолинейном движении* — прямая, параллельная оси времени (1, 2, 3).

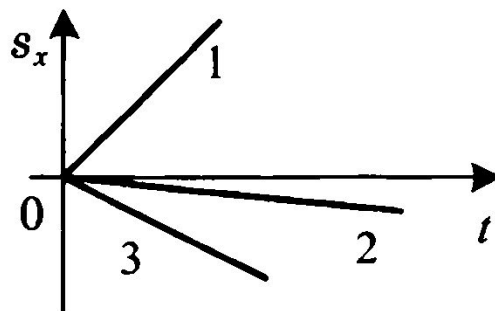
Как по графику определить направление движения?

Если график лежит над осью времени (1), то тело движется по направлению оси Ox . Если график расположен под осью времени, то тело движется против оси Ox (2, 3).

Как по графику сравнить модули скорости?

Чем дальше график от оси времени, тем больше модуль скорости (3).

График проекции перемещения — график зависимости проекции перемещения от времени. Проекция перемещения при равномерном прямолинейном движении: $s_x = v_x t$.



Как выглядит график?

Как по графику определить направление движения?

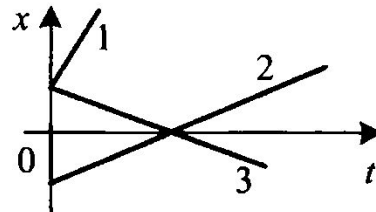
Как по графику сравнить модули скоростей?

График проекции перемещения *при равномерном прямолинейном движении* — прямая, выходящая из начала координат (1, 2, 3).

Если прямая (1) лежит над осью времени, то тело движется по направлению оси Ox , а если под осью (2, 3), то против оси Ox .

Чем больше тангенс угла наклона (1) графика к оси t , тем больше модуль скорости.

График координаты — график зависимости координаты тела от времени. Уравнение координаты при равномерном прямолинейном движении: $x = x_0 + v_x t$.



Как выглядит график?

График координаты при равномерном прямолинейном движении — прямая (1, 2, 3).

Как по графику определить направление движения?

Если с течением времени координата увеличивается (1, 2), то тело движется по направлению оси Ox ; если координата уменьшается (3), то тело движется против направления оси Ox .

Как по графику сравнить модули скоростей?

Чем больше тангенс угла наклона графика к оси t (1), тем больше модуль скорости.

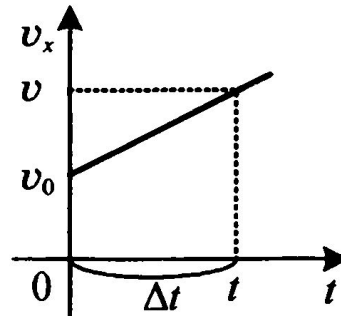
Как по графику определить модуль скорости тела за некоторый интервал времени Δt ?

$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$, где Δx — изменение координаты тела за некоторый интервал времени Δt .

Как по графику определить время и место встречи двух тел?

Если графики координат двух тел пересекаются, то из точки пересечения следует опустить перпендикуляры на ось времени и ось координат.

1. По графику скорости определите ускорение тела.

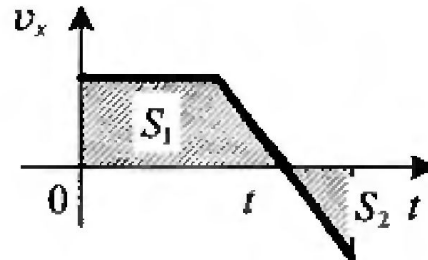


Проекция начальной скорости v_0 , проекция конечной скорости v , интервал времени Δt .

Проекция ускорения

$$a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{\Delta t}.$$

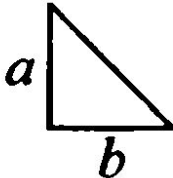
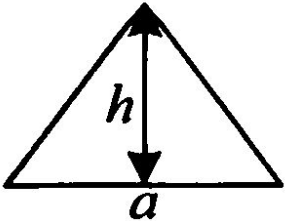
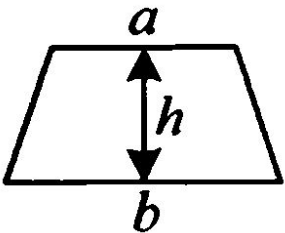
2. По графику скорости определите модуль перемещения материальной точки и путь.

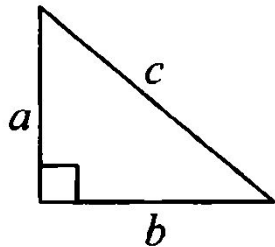
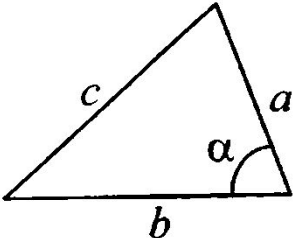
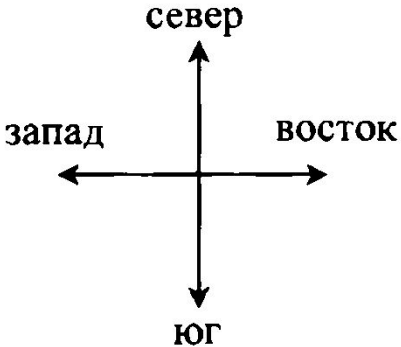


Перемещение при движении вдоль оси OX будет равно площади S_1 , перемещение при движении против оси OX — S_2 .

Модуль перемещения и путь

$$s = |S_1 - S_2| \text{ и } l = S_1 + S_2$$

<p>Площадь прямоугольного треугольника</p>		$S = \frac{1}{2}ab$
<p>Площадь треугольника</p>		$S = \frac{1}{2}ah$
<p>Площадь трапеции</p>		$S = \frac{a+b}{2}h$

<p>Длина гипотенузы по теореме Пифагора</p> $c = \sqrt{a^2 + b^2}$	
<p>Сторона треугольника по теореме косинусов</p> $c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha}$	
<p>Длина окружности</p> $l = 2\pi R = \pi d$	<p>R, d — радиус и диаметр окружности</p>
<p>Длина дуги</p> $l = \frac{\pi R}{180^\circ} \cdot \alpha^\circ \text{ или } l = \eta 2\pi R$	<p>η — часть окружности</p>
<p>Направления движения</p>	

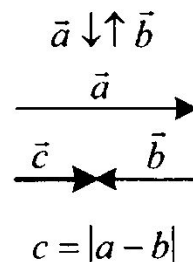
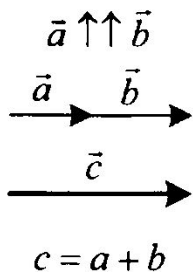
Задачи	Подсказки
<p>1. Пешеход переходил дорогу со скоростью \bar{v} по прямой, составляющей угол α с направлением дороги, в течение времени t. Определите ширину дороги d.</p>	<div data-bbox="1122 511 1528 761" data-label="Diagram"> </div> <p>Надо воспользоваться свойством прямоугольного треугольника</p> $d = v \cdot t \cdot \sin \alpha$

<i>Задачи</i>	<i>Подсказки</i>
<p>2. Поезд, длина которого l_n, равномерно движется по мосту со скоростью \bar{v}. За какое время поезд пройдет мост, если его длина l_m?</p>	<div data-bbox="962 182 1477 302" data-label="Image"> </div> <p data-bbox="852 329 1591 539"><i>Учтите:</i> движение по мосту начинается, когда головной вагон заезжает на мост, а заканчивается, когда хвостовой вагон с моста съезжает</p> $t = \frac{l_n + l_m}{v}$
<p>3. Вагон шириной AB, движущийся со скоростью $\bar{v}_в$, был пробит пулей, летевшей перпендикулярно направлению движения вагона. Смещение отверстий в стенах вагона относительно друг друга BC. Найдите скорость пули $\bar{v}_п$.</p>	<div data-bbox="1093 705 1356 1002" data-label="Image"> </div> <p data-bbox="852 1039 1591 1190"><i>Учтите:</i> время полёта пули внутри вагона равно времени движения поезда</p> $\frac{AB}{v_p} = \frac{BC}{v_в}$

Векторное сложение

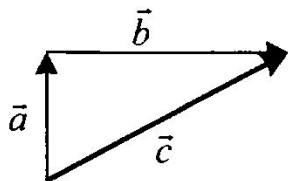
$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}.$$

Сложение векторов, направленных вдоль одной прямой

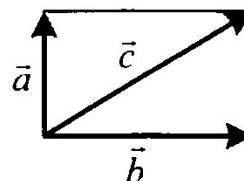


Сложение векторов, перпендикулярных друг другу $\vec{a} \perp \vec{b}$

Правило треугольника



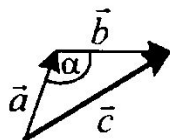
Правило параллелограмма



По теореме Пифагора

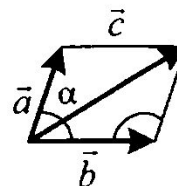
$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Сложение векторов, расположенных под углом α друг к другу



По теореме косинусов

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha}$$



По теореме косинусов

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos(180^\circ - \alpha)}$$

Правило сложения скоростей

Векторная сумма скоростей

$$\vec{v}' = \vec{v} + \vec{u} ,$$

где \vec{v} — скорость тела относительно подвижной системы отсчёта (ПСО); \vec{u} — скорость ПСО относительно неподвижной системы отсчёта (НСО); \vec{v}' — скорость тела относительно неподвижной системы отсчёта (НСО).

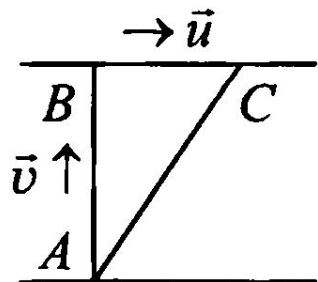
Частные случаи сложения скоростей

<p>Тело плывёт по течению $\vec{v} \uparrow \uparrow \vec{u}$ $v' = v + u$</p>	<p>Тело плывёт против течения $\vec{v} \uparrow \uparrow \vec{u}$ $v' = v - u$</p>	<p>Тело плывёт перпендикулярно течению $\vec{v} \perp \vec{u}$ $v' = \sqrt{v^2 + u^2}$</p>
<p>Катер движется по озеру $v' = v$, так как $u = 0$</p>	<p>Лодка плывёт в стоячей воде $v' = v$, так как $u = 0$</p>	<p>Пассажир поднимается по неподвижному эскалатору $v' = v$, так как $u = 0$</p>
<p>Плот плывёт по течению реки $v' = u$, так как $v = 0$</p>	<p>Катер движется с выключенным двигателем $v' = u$, так как $v = 0$</p>	<p>Эскалатор поднимает неподвижно стоящего пассажира $v' = u$, так как $v = 0$</p>

- При решении задач на правило сложения скоростей можно не переводить единицы измерения в СИ, но в рамках одной задачи время, скорость и путь должны быть согласованы между собой.

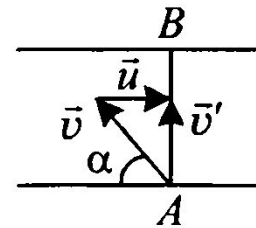
- Если тело проходит одинаковое расстояние, двигаясь с разной скоростью, то пройденный путь:

$$l = (v + u)t_1 = (v - u)t_2 = vt_3 = ut_4.$$

Задачи	Подсказки
<p>1. Катер двигался со скоростью \vec{v} перпендикулярно течению реки в системе отсчёта, связанной с водой. На сколько будет снесён катер течением, если скорость течения реки \vec{u} и её ширина AB?</p>	<p>Переправа</p>  <p>Учтите: время движения лодки и течения одинаково</p> $\frac{AB}{v} = \frac{BC}{u} \Rightarrow BC = \frac{AB \cdot u}{v}$

3. Моторная лодка, имеющая собственную скорость \vec{v} , должна переправиться через реку по кратчайшему пути. Под каким углом к берегу следует направлять лодку, если скорость течения реки \vec{u} ?

Кратчайший путь AB

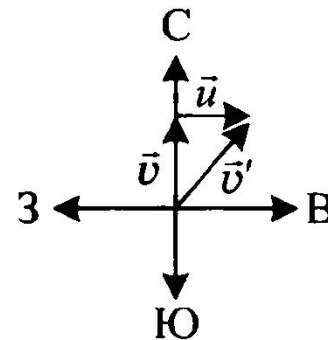


$$\vec{v}' \uparrow\uparrow AB, v' = \sqrt{v^2 - u^2},$$

собственная скорость лодки направлена под углом α к берегу

$$\cos \alpha = \frac{u}{v}$$

4. Вертолёт летел на север со скоростью \vec{v} относительно земли. С какой скоростью относительно земли будет лететь вертолёт, если подует западный ветер со скоростью \vec{u} ?



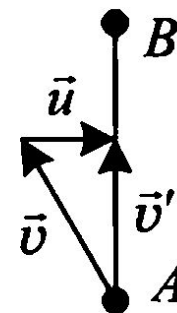
Учтите: название ветра говорит о том, откуда он дует

$$v' = \sqrt{v^2 + u^2}$$

Задачи

5. В безветренную погоду самолёт затрачивает на перелёт между городами A и B t ч. На сколько увеличится время полёта, если будет дуть боковой ветер со скоростью \vec{u} перпендикулярно линии полёта? Скорость самолёта относительно воздуха \vec{v} .

Подсказки



Учтите: самолёт не должен отклоняться от заданного курса

$$t = \frac{AB}{v},$$

$$t' = \frac{AB}{v'} = \frac{AB}{\sqrt{v^2 - u^2}}$$

Частные случаи определения относительной скорости

<p>Тела движутся в одном направлении</p> $\vec{v}_1 \uparrow \uparrow \vec{v}_2$ $v_{\text{отн}} = v_1 - v_2 $	<p>Тела движутся навстречу друг другу</p> $\vec{v}_1 \uparrow \downarrow \vec{v}_2$ $v_{\text{отн}} = v_1 + v_2$	<p>Скорости тел перпендикулярны друг другу</p> $\vec{v}_1 \perp \vec{v}_2$ $v_{\text{отн}} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$
---	--	--

<p>Первую треть времени..., оставшееся время...</p> $t_1 = \frac{t}{3}; t_2 = \frac{2t}{3}$	<p>Три четверти времени..., оставшееся время...</p> $t_1 = \frac{3t}{4}; t_2 = \frac{t}{4}$	<p>Первую половину пути..., вторую половину пути...</p> $l_1 = \frac{l}{2}; l_2 = \frac{l}{2}$
<p>40 % пути..., оставшийся путь...</p> $l_1 = 0,4l; l_2 = 0,6l$	<p>Велосипедист отдыхал</p> $v_n = 0, l_n = 0, t_n \neq 0$	<p>Автомобиль разгружали</p> $v_n = 0, l_n = 0, t_n \neq 0$
<p>Известно время прохождения отдельных участков пути и скорости движения на этих участках</p> $v_{\text{ср}} = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2}{t_1 + t_2}$	<p>Известны значения отдельных участков пути и скорости на этих участках</p> $v_{\text{ср}} = \frac{l_1 + l_2}{\frac{l_1}{v_1} + \frac{l_2}{v_2}}$	<p>Если в задаче речь идёт о части времени, то всё время обозначаем t. Выражаем весь путь, учитывая скорости движения и интервалы времени.</p> $v_{\text{ср}} = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2}{t}$
<p>Если в задаче речь идёт о части пути, то весь путь обозначаем l. Выражаем всё время движения, учитывая скорости на отдельных участках</p> $v_{\text{ср}} = \frac{l}{\frac{l_1}{v_1} + \frac{l_2}{v_2}}$	<p>Известны скорости на первой (v_1) и второй половине пути (v_2)</p> $v_{\text{ср}} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2}$	<p>1. Тело движется равноускоренно и прямолинейно</p> $v_{\text{ср}} = \frac{v_0 + v}{2}$ <p>2. Известны скорости за равные интервалы времени</p> $v_{\text{ср}} = \frac{v_1 + v_2}{2}$

Свободное падение

- Свободное падение происходит под действием только силы тяжести.
- Свободное падение — свободно от сопротивления воздуха.
- Все тела независимо от массы падают в вакууме с одинаковым ускорением.
- Ускорение свободного падения всегда направлено вниз, к центру Земли и равно $g = 9,8 \text{ м/с}^2$; в задачах будем считать $g = 10 \text{ м/с}^2$.
- Свободное падение по вертикали — пример равноускоренного прямолинейного движения.

Основные формулы для определения кинематических величин при свободном падении (вертикальный бросок)

- В задачах на свободное падение единицы измерения всех величин следует сразу переводить в СИ.

Скорость

$$v = v_0 \pm gt .$$

Перемещение, высота

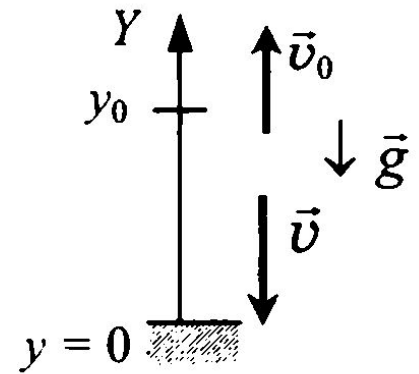
$$s = h = \frac{(v + v_0)t}{2} , \quad s = h = v_0 t \pm \frac{gt^2}{2} , \quad s = h = \frac{v^2 - v_0^2}{\pm 2g} .$$

Советы. Знаки перед ускорением учитывайте **только** в формуле («+» движение вниз, «-» движение вверх). Помните, что время всегда положительно.

1. Свободное падение на землю с некоторой высоты (начальная скорость направлена вверх)

Уравнение координаты: $0 = y_0 + v_0 t_{\text{пад}} - \frac{gt_{\text{пад}}^2}{2}$.

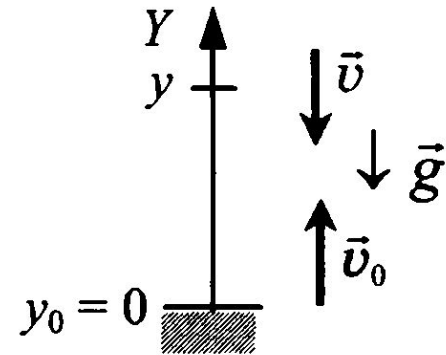
Уравнение скорости: $-v = v_0 - gt_{\text{пад}}$



2. Тело подбросили от земли и поймали на некоторой высоте.

Уравнение координаты: $y = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$.

Уравнение скорости: $-v = v_0 - gt$



3. Тело подбросили от земли, на одной и той же высоте оно побывало дважды.

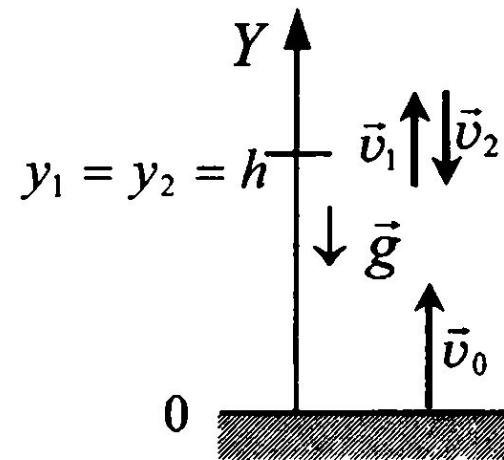
Уравнение координаты для первого прохождения

на высоте h : $y_1 = v_0 t_1 - \frac{gt_1^2}{2}$.

Уравнение координаты для второго прохождения

на высоте h : $y_2 = v_0 t_2 - \frac{gt_2^2}{2}$.

Интервал времени между моментами прохождения высоты h : $\Delta t = t_2 - t_1$.

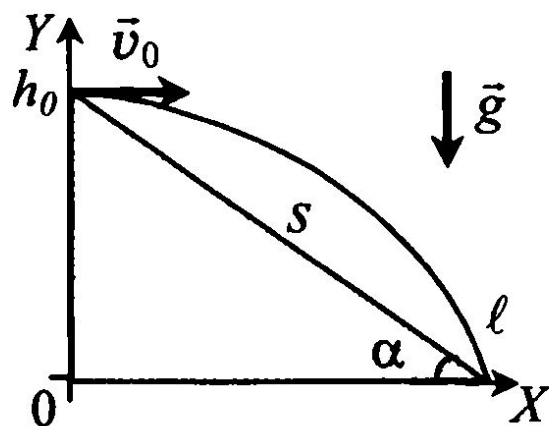


Горизонтальный бросок

	
Проекции начальной скорости	$v_{0x} = v_0; v_{0y} = 0$
Проекции ускорения свободного падения	$g_x = 0; g_y = -g$
Проекции мгновенной скорости	$v_x = v_0; v_y = -gt$
Модуль мгновенной скорости $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$	$v = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2}$
Минимальная скорость	$v_{\min} = v_0$
Максимальная скорость (конечная скорость при падении)	$v_{\max} = v$
Горизонтальное смещение $x = x_0 + v_{0x}t + \frac{g_x t^2}{2}$	$x = v_0 t$
Мгновенная высота $y = y_0 + v_{0y}t + \frac{g_y t^2}{2}$	$y = h_0 - \frac{gt^2}{2}$
Время падения ($y = 0$)	$t_{\text{пад}} = \sqrt{\frac{2h_0}{g}}$
Дальность полёта	$l = v_0 t_{\text{пад}} = v_0 \sqrt{\frac{2h_0}{g}}$

Частный случай горизонтального броска

Бросок с горы



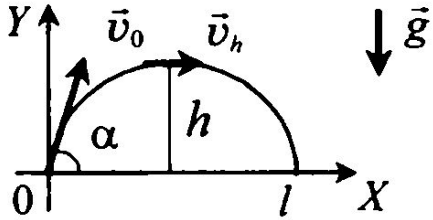
α — угол наклона плоскости к горизонту,

s — расстояние от места бросания до места падения.

Из рисунка видно: дальность полёта $l = s \cos \alpha$

начальная высота $h_0 = s \sin \alpha$

Бросок под углом к горизонту

	
Проекции начальной скорости	$v_{0x} = v_0 \cos \alpha$ $v_{0y} = v_0 \sin \alpha$
Проекции ускорения свободного падения	$g_x = 0$ $g_y = -g$
Проекции мгновенной скорости	$v_x = v_0 \cos \alpha$ $v_y = v_0 \sin \alpha - gt$
Модуль мгновенной скорости	$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$
Минимальная скорость, скорость в верхней точке траектории	$v_{\min} = v_0 \cos \alpha = v_h$
Максимальная скорость, начальная скорость, конечная скорость	$v_{\max} = v_0 = v$

<p>Горизонтальное смещение</p> $x = x_0 + v_{0x}t + \frac{g_x t^2}{2}$	$x = v_0 \cos \alpha t$
<p>Мгновенная высота</p> $y = y_0 + v_{0y}t + \frac{g_y t^2}{2}$	$y = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}$
<p>Время подъёма ($v_y = 0$)</p>	$t_{\text{под}} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$
<p>Полное время (время полёта)</p>	$t_{\text{полн}} = 2t_{\text{под}} = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$
<p>Наибольшая высота подъёма</p>	$h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$
<p>Дальность полёта</p>	$l = \frac{v_0^2 2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$

Частный случай броска под углом к горизонту

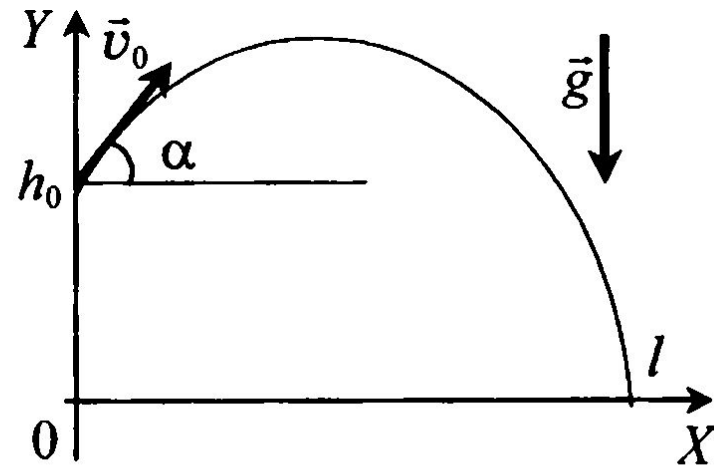
Бросок с некоторой высотой

Уравнение координаты x

$$x = v_0 \cos \alpha t$$

Уравнение координаты y

$$y = h_0 + v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}$$

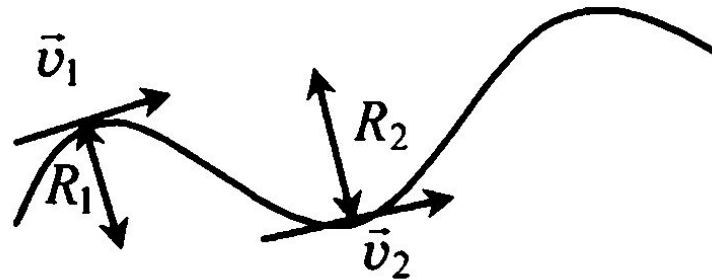


A69. Небольшой камень бросили с ровной горизонтальной поверхности земли под углом к горизонту. На какую максимальную высоту поднялся камень, если ровно через 1 с после броска его скорость была направлена горизонтально?

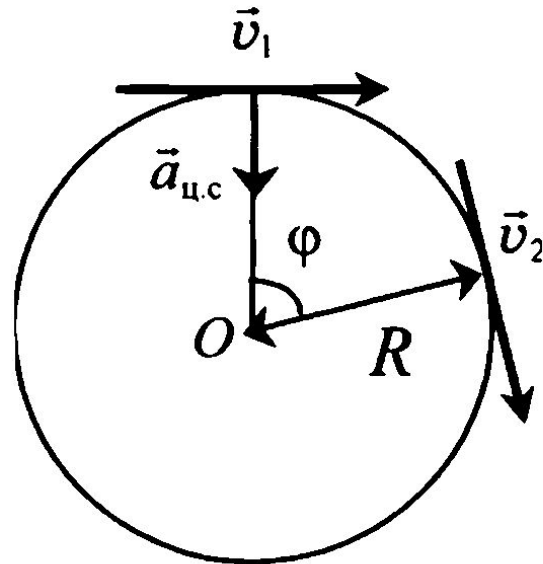
- 1) 10 м
- 2) 5 м
- 3) $5\sqrt{3}$ м
- 4) $10\sqrt{2}$ м

Движение по окружности с постоянной по модулю скоростью

Криволинейное движение — движение, траекторией которого является кривая линия. Вектор скорости в любой момент времени направлен по касательной к траектории. Любой участок криволинейного движения можно представить в виде движения по дуге окружности или по участку ломаной.



Движение по окружности с постоянной по модулю скоростью — простейший вид криволинейного движения. Это движение с переменным ускорением.



- Траектория движения — окружность.
- Вектор скорости всегда направлен по касательной к окружности.
- Направление скорости постоянно изменяется.
- Ускорение, которое изменяет направление скорости, называют центростремительным.
 - Центростремительное ускорение не меняет модуля скорости.
 - Центростремительное ускорение направлено к центру окружности.

Величины, характеризующие движение по окружности с постоянной по модулю скоростью

Период T (с) — время одного полного оборота

$$T = \frac{t}{N} = \frac{1}{\nu}.$$

Частота ν (Гц) — число полных оборотов за 1 с

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{N}{t}.$$

Линейная скорость v (м/с) показывает, какой путь проходит тело за 1 с

$$v = \frac{l}{t} = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi R\nu = \frac{2\pi RN}{t} = \omega R.$$

Угловая скорость ω (рад/с) показывает, на какой угол поворачивает тело за 1 с

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu = \frac{2\pi N}{t} = \frac{v}{R}.$$

Центростремительное ускорение $a_{\text{ц.с.}}$ (м/с^2) изменяет направление вектора скорости

$$a_{\text{ц.с.}} = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = 4\pi^2 Rv^2 .$$

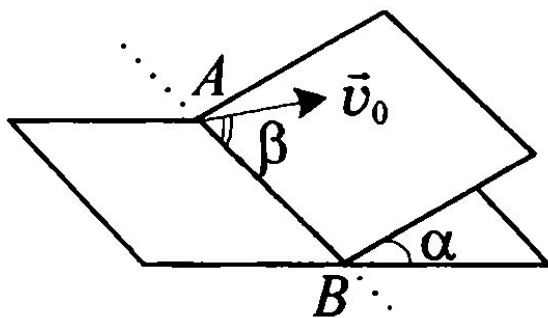
Число оборотов N — число полных оборотов за время t

$$N = \frac{t}{T} = tv .$$

Учтите: все единицы следует сразу переводить в единицы СИ.

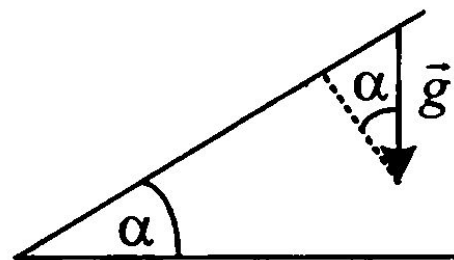
Радиус тела, выраженный через диаметр	$R = \frac{d}{2}$
Период вращения Земли вокруг оси — 1 сутки	24 ч · 3600 с
Период обращения Земли вокруг Солнца — 1 год	$\approx 365 \text{ сут} \cdot 24 \text{ ч} \cdot 3600 \text{ с}$
У прижатых вращающихся цилиндров, у сцепленных шестерён на поверхности совпадают линейные скорости	$v_1 = v_2$
Все точки вращающегося твёрдого тела имеют одинаковые угловые скорости, частоты и периоды	$\omega_1 = \omega_2 ; \nu_1 = \nu_2 ;$ $T_1 = T_2$

1. Наклонная плоскость пересекается с горизонтальной плоскостью по прямой AB . Угол между плоскостями α . Маленькая шайба начинает движение вверх по наклонной плоскости из точки A с начальной скоростью v_0 под углом β к прямой AB . В ходе движения шайба съезжает на прямую AB в точке B . Пренебрегая трением между шайбой и наклонной плоскостью, найдите расстояние AB .



Учтите: проекция ускорения свободного падения на плоскость, по которой происходит движение, равна:

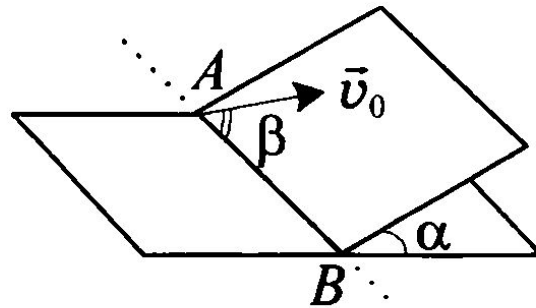
$$g \sin \alpha$$



Ответ:

$$AB = \frac{2v_0^2 \sin \beta \cos \beta}{g \sin \alpha}$$

С70. Наклонная плоскость пересекается с горизонтальной плоскостью по прямой AB . Угол между плоскостями $\alpha = 30^\circ$. Маленькая шайба начинает движение вверх по наклонной плоскости из точки A с начальной скоростью $v_0 = 2$ м/с под углом $\beta = 60^\circ$ к прямой AB . Найдите максимальное расстояние h , на которое шайба удалится от прямой AB в ходе подъёма по наклонной плоскости. Трением между шайбой и наклонной плоскостью пренебречь.



2. С высоты H свободно падает стальной шарик. Через время t после начала падения он сталкивается с неподвижной плитой, плоскость которой наклонена под углом α к горизонту. На какую высоту h над поверхностью земли поднимется шарик после удара? Удар шарика о плиту считать абсолютно упругим.

Учтите: после столкновения с плитой шарик движется под углом к горизонту $\beta = 90^\circ - 2\alpha$.

Ответ:

$$h = H - \frac{gt^2}{2} + \frac{(gt)^2 \sin^2 \beta}{2g}$$

С71. С высоты $H = 30$ м свободно падает стальной шарик. При падении он сталкивается с неподвижной плитой, плоскость которой наклонена под углом 30° к горизонту, и поднимается на высоту $h = 15$ м над поверхностью земли. Каково время падения шарика до удара о плиту? Удар шарика о плиту считать абсолютно упругим.

С72. Маленький шарик падает сверху на наклонную плоскость и упруго отражается от неё. Угол наклона плоскости к горизонту равен 30° . На какое расстояние по горизонтали перемещается шарик между первым и вторым ударами о плоскость? Скорость шарика в момент первого удара направлена вертикально вниз и равна 1 м/с.

2. ДИНАМИКА

Три закона Ньютона

Динамика изучает причины движения тел и способы определения ускорения.

Инерция — явление, при котором тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения (т. е. в этих случаях отсутствует ускорение).

Инерциальные системы отсчёта — системы отсчёта, относительно которых наблюдается инерция, а также те, которые движутся равномерно и прямолинейно относительно ИСО. (ИСО — системы, ускорение которых равно нулю.)

Первый закон Ньютона: *существуют такие системы отсчёта, называемые инерциальными, относительно которых тела движутся равномерно и прямолинейно или находятся в состоянии покоя, если на них не действуют другие тела или их действия скомпенсированы.*

Сила всемирного тяготения

Сила всемирного тяготения — сила, с которой все тела притягиваются друг к другу. Эта сила наиболее заметно проявляется при взаимодействии массивных тел (звёзд, планет, их спутников).

Закон всемирного тяготения выполняется для материальных точек и сферических тел.

Закон всемирного тяготения: *все тела в природе притягиваются друг к другу с силой, прямо пропорциональной произведению масс этих тел и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними:*

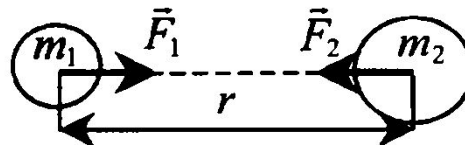
$$F_m = \frac{Gm_1m_2}{r^2},$$

где $G = 6,7 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2$ — гравитационная постоянная, численно равная силе гравитационного притяжения двух тел массой по 1 кг каждое, находящихся на расстоянии 1 м одно от другого;

m (кг) — масса тела;

r (м) — расстояние между центрами тел.

Сила всемирного тяготения направлена по линии, соединяющей центры тел.



Закон движения ИСЗ — второй закон Ньютона

$$F_{\text{тяж}} = ma_{\text{ц.с.}} \quad \text{или} \quad \frac{GMm}{(R+H)^2} = ma_{\text{ц.с.}}$$

Закон Гука: модуль силы упругости, возникающей при деформации тела, пропорционален его удлинению

$$F_{\text{упр}} = kx,$$

x (м) — деформация или абсолютное удлинение $x = |l - l_0| = \Delta l$, где l_0 (м) — начальная длина тела, l (м) — длина деформированного тела; k (Н/м) — жёсткость тела. $k = \frac{ES}{l_0}$, где E (Н/м² = Па) — модуль упругости (модуль Юнга) — характеризует сопротивляемость материала упругой деформации растяжения или сжатия, S (м²) — площадь сечения тела.

Сила упругости ($\vec{F}_{\text{упр.}}$) направлена противоположно перемещению частиц при деформации.

<p>Пружину растягивают две противоположные равные силы</p>	$F_1 = F_2 = F_{\text{упр}}$
<p>Груз подвешен к пружине</p>	$F_{\text{упр}} = mg$
<p>Параллельное соединение пружин</p>	$k_{\text{пар}} = k_1 + k_2$
<p>Последовательное соединение пружин</p>	$\frac{1}{k_{\text{посл}}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$

Силы трения

Сила трения возникает при движении тел или при попытке сдвинуть их с места. Относится к силам *электромагнитной* природы. Трение бывает сухое и жидкое. Сухое делится на три вида: *трение покоя*, *трение скольжения* и *трение качения*.

Трение скольжения возникает при скольжении одного тела по поверхности другого. Направление трения скольжения противоположно скорости движения ($\vec{F}_{\text{тр. ск.}} \uparrow \downarrow \vec{v}$):

$$F_{\text{тр. ск.}} = \mu N \text{ или } F_{\text{тр. ск.}} = \mu F_{\text{давл.}},$$

где μ — коэффициент трения, N (Н) — сила реакции опоры, $F_{\text{давл.}}$ (Н) — сила нормального давления.

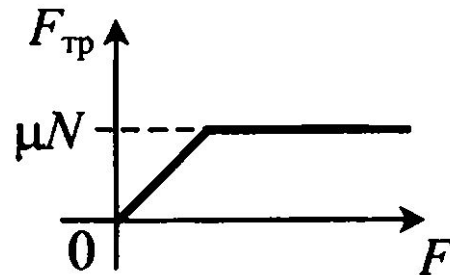
Способы уменьшения трения: выравнивание поверхностей; введение смазки; замена на трение качения.

Учтите: если движение происходит по **гладкой** поверхности, то силу трения учитывать не надо; сила трения скольжения **не зависит** от площади соприкасающихся тел.

Учтите: величина силы трения покоя может принимать значения, лежащие в пределах

$$0 < F_{\text{тр.пок.}} < F_{\text{тр.ск.}}$$

Алгоритм определения силы трения покоя



1. Найти силу трения скольжения

$$F_{\text{тр.ск.}} = \mu N .$$

2. Сравнить её с силой F , приложенной к телу, и сделать вывод:

если $F < F_{\text{тр.ск.}}$, то $F_{\text{тр.пок}} = F$ и $a = 0$;

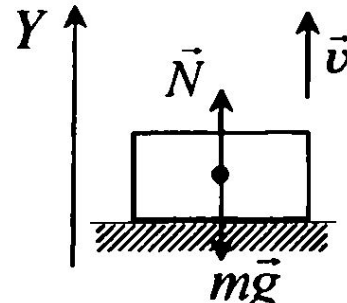
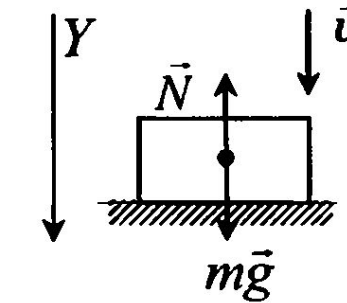
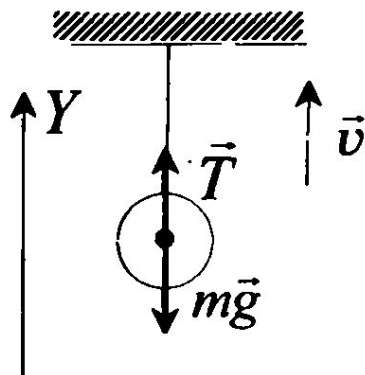
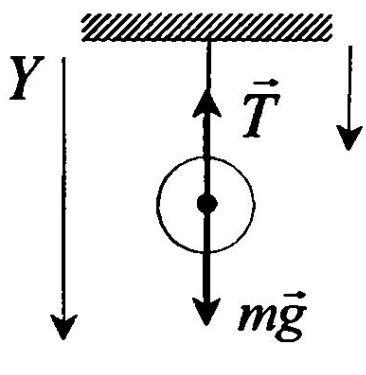
если $F \geq F_{\text{тр.ск.}}$, то $F_{\text{тр}} = F_{\text{тр.ск.}}$.

Жидкое трение (*сила сопротивления*) возникает при движении в жидкостях и газах. Направление жидкого трения противоположно скорости движения ($\vec{F}_{\text{сопр}} \uparrow \downarrow \vec{v}$). Жидкое трение зависит от формы и скорости тел. При малых скоростях сила сопротивления пропорциональна скорости: $F_{\text{сопр}} = kv$; а при больших — квадрату скорости: $F_{\text{сопр.}} = kv^2$.

Название силы	Направление
Сила тяжести	Вертикально вниз
Сила реакции опоры	Перпендикулярно опоре
Сила натяжения нити	Вдоль оси подвеса
Сила упругости	Противоположно деформации
Сила трения, сила сопротивления	Противоположно скорости или направлению возможного движения
Выталкивающая сила, архимедова сила	Вертикально вверх

Применение законов Ньютона

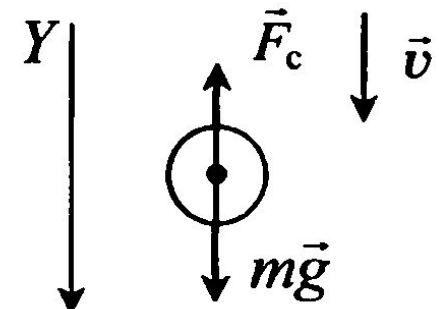
Равномерное вертикальное движение ($a = 0$)

Силы	Подъём	Спуск
<p>Сила тяжести и сила реакции опоры</p> <p><i>Второй закон Ньютона в векторной форме:</i></p> $\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}$	 $OY : N - mg = 0$	 $OY : mg - N = 0$
<p>Сила тяжести и сила натяжения нити</p> <p><i>Второй закон Ньютона в векторной форме:</i></p> $\vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a}$	 $OY : T - mg = 0$	 $OY : mg - T = 0$

Сила тяжести и сила
сопротивления воз-
духа

*Второй закон Ньютона в векторной
форме:*

$$m\vec{g} + \vec{F}_c = m\vec{a}$$

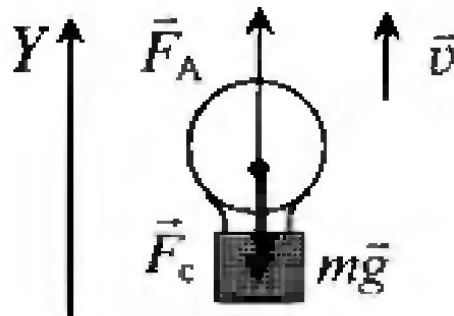


$$OY : mg - F_c = 0$$

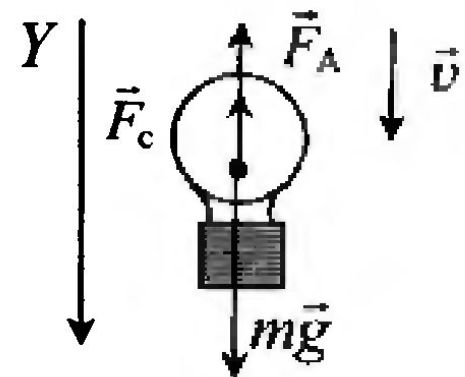
Сила тяжести, сила
сопротивления и ар-
химедова сила

*Второй закон Ньютона в векторной
форме:*

$$\vec{F}_A + m\vec{g} + \vec{F}_c = m\vec{a}$$

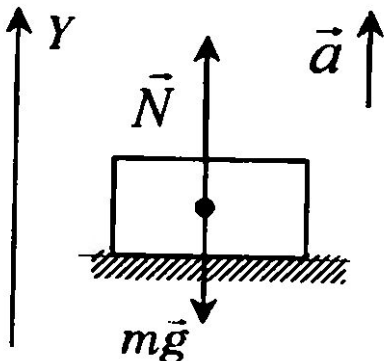
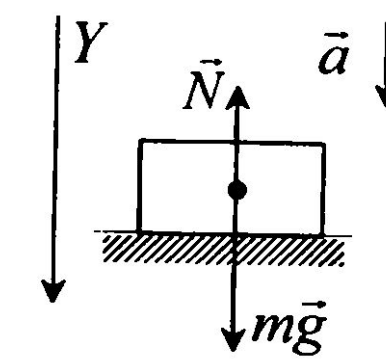
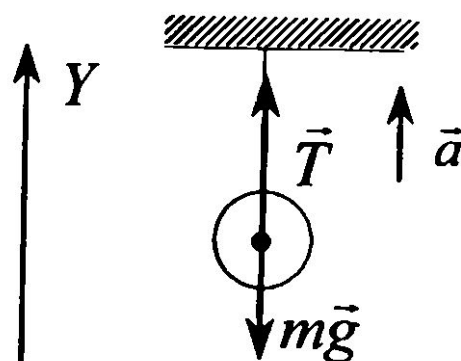
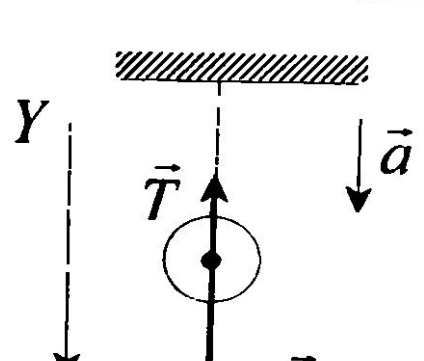


$$OY : F_A - mg - F_c = 0$$



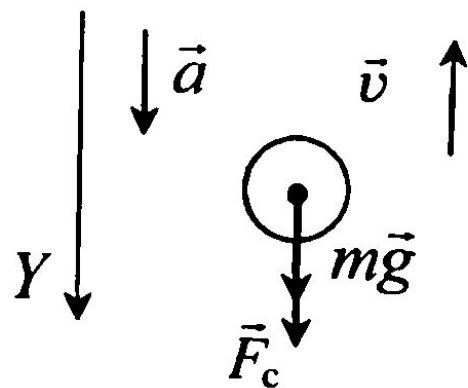
$$OY : mg - F_A - F_c = 0$$

Ускоренное вертикальное движение ($a \neq 0$)

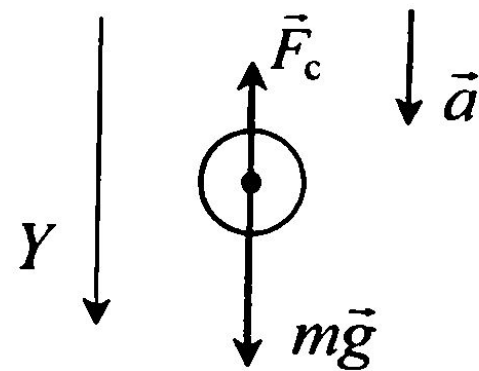
Силы	Подъём	Спуск
<p>Сила тяжести и сила реакции опоры</p> <p><i>Второй закон Ньютона в векторной форме:</i></p> $\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}$	 <p>$OY: N - mg = ma$</p>	 <p>$OY: mg - N = ma$</p>
<p>Сила тяжести и сила натяжения нити</p> <p><i>Второй закон Ньютона в векторной форме:</i></p> $\vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a}$	 <p>$OY: T - mg = ma$</p>	 <p>$OY: mg - T = ma$</p>

Сила тяжести и
сила сопротивле-
ния воздуха
Второй закон
Ньютона в век-
торной форме:

$$m\vec{g} + \vec{F}_c = m\vec{a}$$



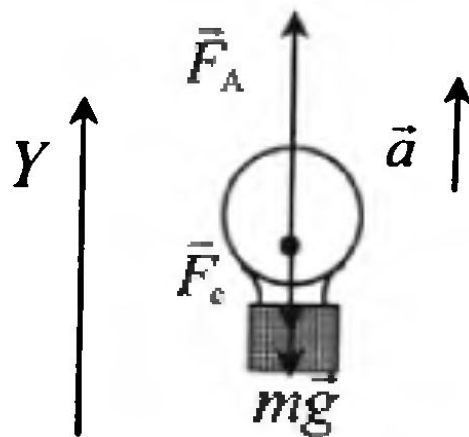
$$OY: mg + F_c = ma$$



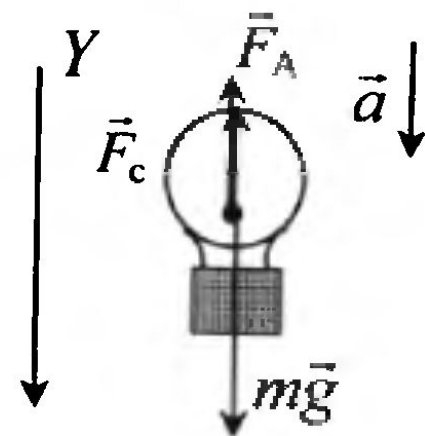
$$OY: mg - F_c = ma$$

Сила тяжести,
сила сопротивле-
ния и архимедова
сила
Второй закон
Ньютона в век-
торной форме:

$$\vec{F}_A + m\vec{g} + \vec{F}_c = m\vec{a}$$



$$OY: F_A - mg - F_c = ma$$

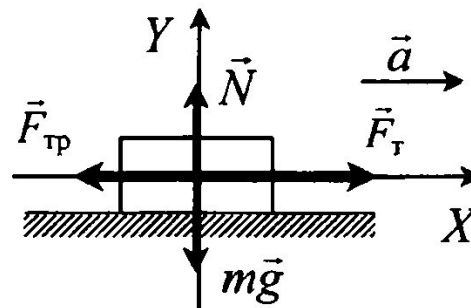


$$OY: mg - F_A - F_c = ma$$

1. Равноускоренное движение по горизонтали

Второй закон Ньютона в векторной форме: $m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_T + \vec{F}_{тр} = m\vec{a}$

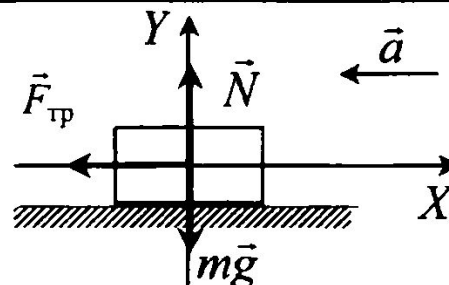
$$OX : F_T - F_{тр} = ma ; OY : N - mg = 0$$



2. Равнозамедленное движение

Второй закон Ньютона в векторной форме: $m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр} = m\vec{a}$

$$OX : -F_{тр} = -ma ; OY : N - mg = 0$$



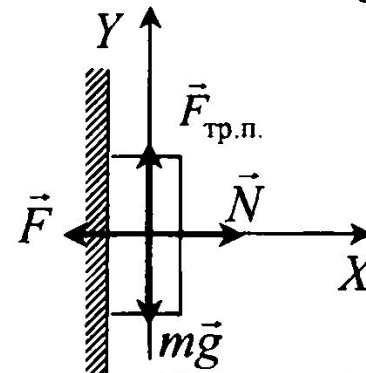
3. Тело прижали к вертикальной стене

Второй закон Ньютона в векторной форме: $m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F} + \vec{F}_{тр.п.} = m\vec{a}$

$$OX : N - F = 0 ;$$

$$OY : F_{тр.п.} - mg = 0$$

Внимание: $N \neq mg$



Совет. Будьте внимательны в тех случаях, когда сила тяги направлена под углом к поверхности, по которой происходит движение. Сначала следует разложить эту силу на проекции вдоль осей OX и OY . Помните, что в этих случаях $N \neq mg$.

Совет. Будьте внимательны в тех случаях, когда сила тяги направлена под углом к поверхности, по которой происходит движение. Сначала следует разложить эту силу на проекции вдоль осей OX и OY . Помните, что в этих случаях $N \neq mg$.

4. Сила тяги направлена под углом к горизонту (вверх)

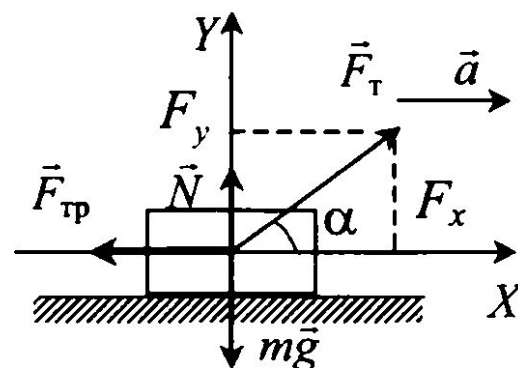
Второй закон Ньютона в векторной

форме: $m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_T + \vec{F}_{тр} = m\vec{a}$

$$OX : F_T \cos \alpha - F_{тр} = ma$$

$$OY : F_T \sin \alpha + N - mg = 0$$

Внимание: $N \neq mg$



5. Сила тяги направлена под углом к горизонту (вниз)

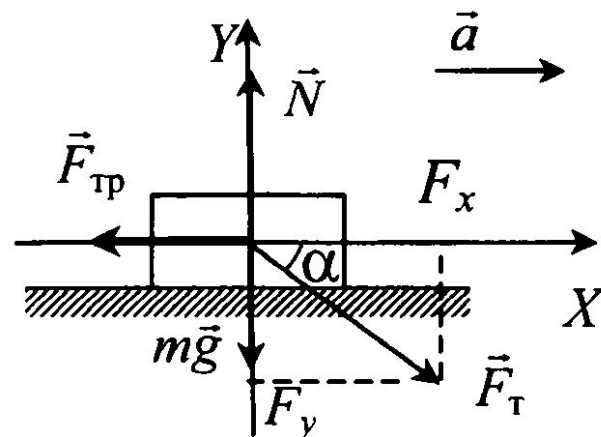
Второй закон Ньютона в векторной

форме: $m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_T + \vec{F}_{тр} = m\vec{a}$

$$OX : F_T \cos \alpha - F_{тр} = ma$$

$$OY : N - F_T \sin \alpha - mg = 0$$

Внимание: $N \neq mg$



6. Подъём под действием силы тяги, образующей угол с вертикалью

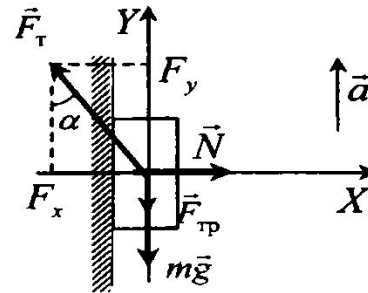
Второй закон Ньютона в векторной форме:

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_T + \vec{F}_{тр} = m\vec{a}$$

$$OX: N - F_T \sin \alpha = 0$$

$$OY: F_T \cos \alpha - F_{тр} - mg = ma$$

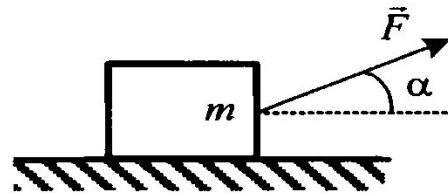
Внимание: $N \neq mg$



ЗАДАЧИ

A51. Брусок массой 1 кг движется равноускоренно по горизонтальной поверхности под действием силы 10 Н, как показано на рисунке. Коэффициент трения скольжения равен 0,4, а угол наклона $\alpha = 30^\circ$. Модуль силы трения равен

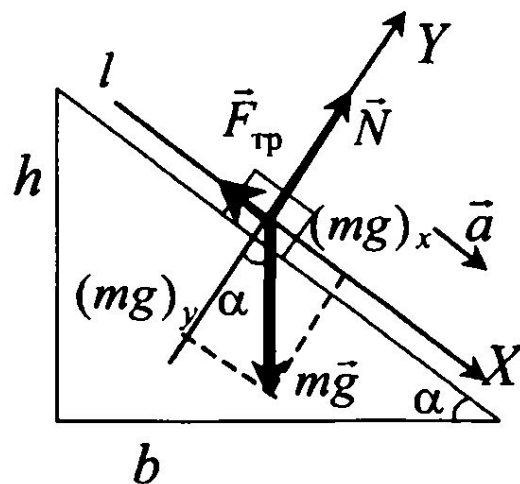
- 1) 8,5 Н
- 2) 2 Н
- 3) 3,4 Н
- 4) 6 Н



A52. Массивный брусок движется поступательно по горизонтальной плоскости под действием постоянной силы, направленной под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту (см. рисунок к предыдущей задаче). Модуль этой силы $F = 12$ Н. Коэффициент трения между бруском и плоскостью $\mu = 0,2$. Модуль силы трения, действующей на брусок, $F_{тр} = 2,8$ Н. Чему равна масса бруска?

- | | |
|-----------|-----------|
| 1) 1,4 кг | 2) 2,0 кг |
| 3) 2,4 кг | 4) 2,6 кг |

Алгоритм решения задач на движение по наклонной плоскости



Проекции силы тяжести	$(mg)_x = mg \sin \alpha ; (mg)_y = mg \cos \alpha$
Косинус угла наклона	$\cos \alpha = \frac{b}{l} ; \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$
Синус угла наклона (уклон)	$\sin \alpha = \frac{h}{l}$
Тангенс угла наклона	$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{b}$

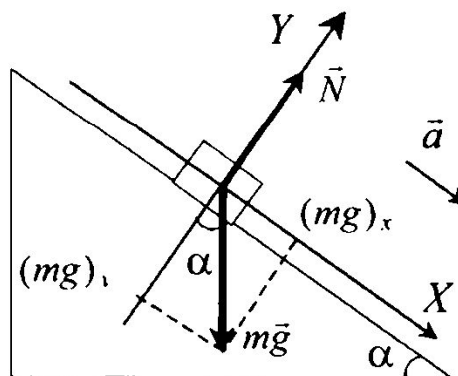
Движение по наклонной плоскости

1. Движение вниз без трения
 Второй закон Ньютона в векторной форме:

$$m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}$$

$$OX : mg \sin \alpha = ma$$

$$OY : N - mg \cos \alpha = 0$$

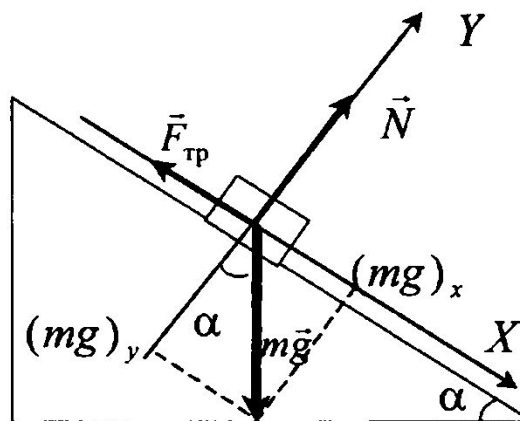


2. Тело **покоится** на наклонной плоскости
 Второй закон Ньютона в векторной форме:

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}} = m\vec{a}$$

$$OX : mg \sin \alpha - F_{\text{тр.п.}} = 0$$

$$OY : N - mg \cos \alpha = 0$$

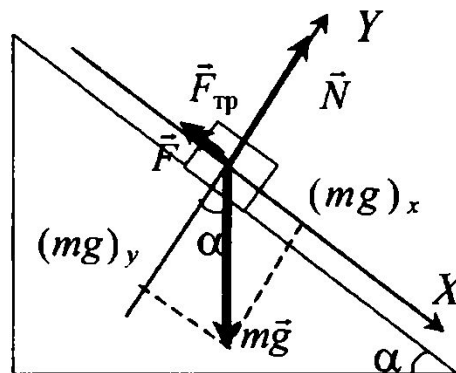


3. Тело удерживают на наклонной плоскости
 Второй закон Ньютона в векторной форме:

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F} + \vec{F}_{\text{тр}} = m\vec{a}$$

$$OX : F + F_{\text{тр.}} - mg \sin \alpha = 0$$

$$OY : N - mg \cos \alpha = 0$$



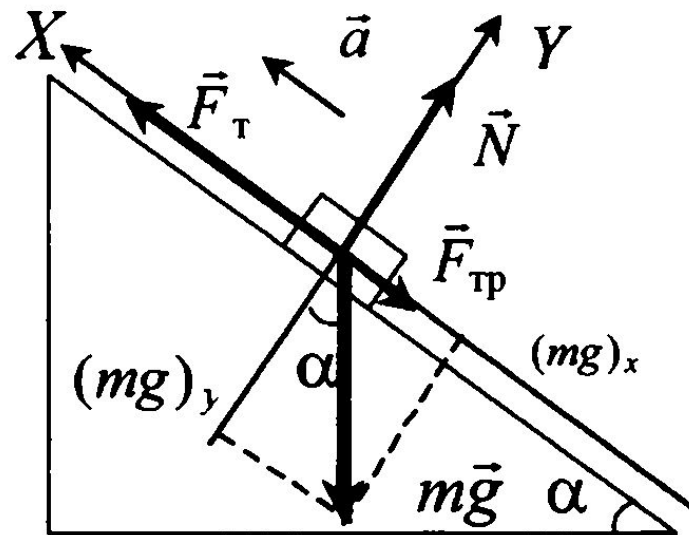
4. Равноускоренное движение
вверх с учётом силы трения

Второй закон Ньютона в векторной форме:

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_T + \vec{F}_{тр} = m\vec{a}$$

$$OX : F_T - mg \sin \alpha - F_{тр} = ma$$

$$OY : N - mg \cos \alpha = 0$$



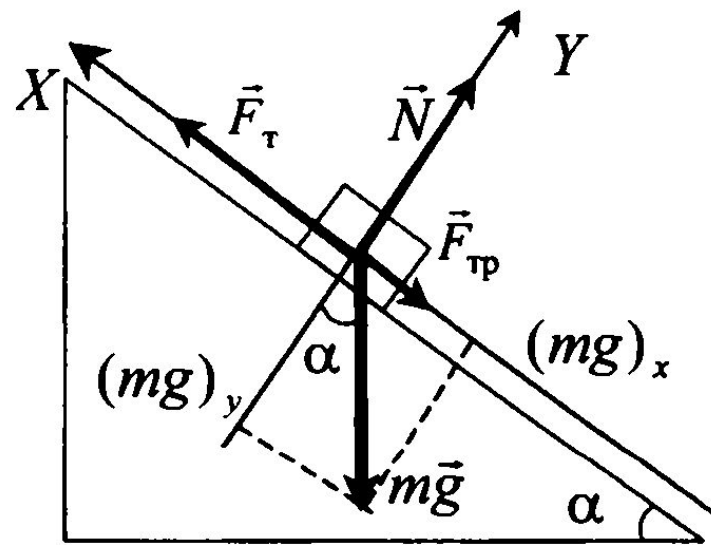
5. Равномерное движение вверх
с учётом силы трения

Второй закон Ньютона в векторной форме:

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_T + \vec{F}_{тр} = m\vec{a}$$

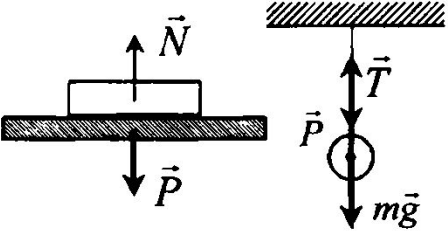
$$OX : F_T - mg \sin \alpha - F_{тр} = 0$$

$$OY : N - mg \cos \alpha = 0$$



Вес тела

Вес тела — сила, с которой тело вследствие притяжения к Земле действует на опору или подвес (сила, с которой тело давит на опору или растягивает подвес), относится к силам *электромагнитной* природы. Измеряется *динамометром*. Единица измерения — ньютон (Н).

Точка приложения — точка опоры или подвеса	
Направление	<p>Вес имеет направление, противоположное силе реакции опоры или силе натяжения нити</p> $\vec{P} \uparrow \downarrow \vec{N}; \vec{P} \uparrow \downarrow \vec{T}$
Способ определения модуля веса	<p>По третьему закону Ньютона, $P = N$, или $P = T$, или $P = F_{\text{упр}}$</p>
Вес тела , если тело и опора (подвес) неподвижны	$P_0 = mg$
Невесомость	$P = 0$
Перегрузка	$\frac{P}{P_0} = \frac{P}{mg}$

Применение второго и третьего законов Ньютона для определения веса

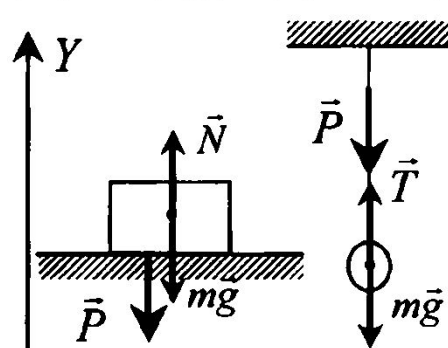
1. Опора или подвес неподвижны

Второй закон Ньютона в векторной форме:

$$\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a} \quad \text{или} \quad \vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

$$OY : N - mg = 0 \quad \text{или} \quad OY : T - mg = 0$$

$$P_0 = mg$$



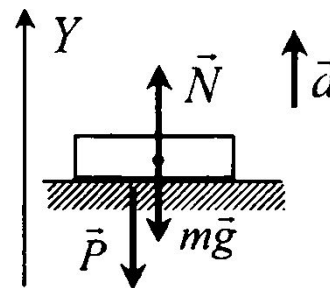
2. Ускорение опоры направлено вверх

Второй закон Ньютона в векторной форме:

$$\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

$$OY : N - mg = ma;$$

$$P_{\uparrow} = m(g + a)$$

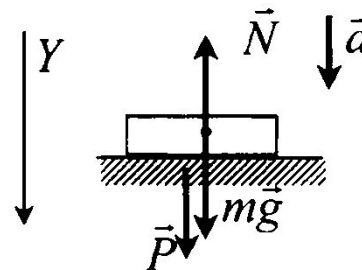


3. Ускорение опоры направлено вниз

Второй закон Ньютона в векторной форме:

$$\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a};$$

$$OY : mg - N = ma; \quad P_{\downarrow} = m(g - a)$$



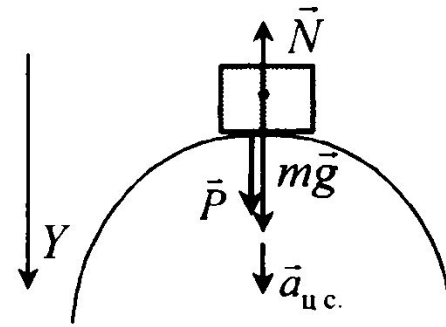
4. Вершина выпуклого моста

Второй закон Ньютона в векторной форме:

$$\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}_{\text{у.с.}}$$

$$OY: mg - N = ma_{\text{у.с.}};$$

$$P = m(g - a_{\text{у.с.}})$$

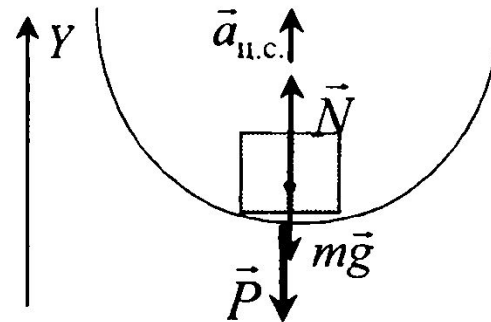


5. Нижняя точка вогнутого моста

Второй закон Ньютона в векторной форме:

$$\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}_{\text{у.с.}}$$

$$OY: N - mg = ma_{\text{у.с.}}; P = m(g + a_{\text{у.с.}})$$



6. Полный оборот на подвесе

Второй закон Ньютона в векторной форме:

$$\vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a}_{\text{у.с.}}$$

В точке А

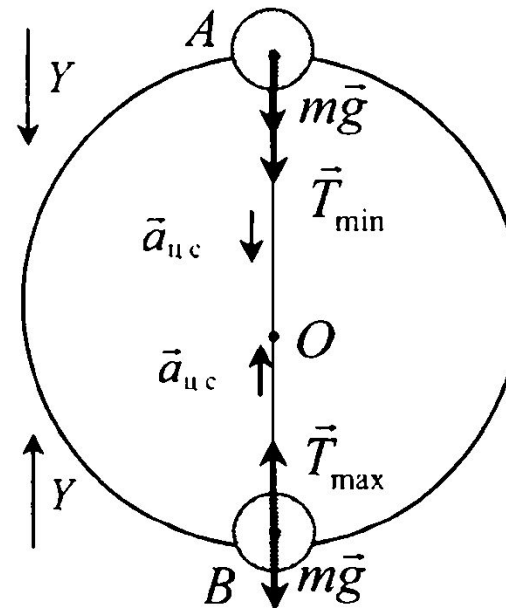
$$OY: T + mg = ma_{\text{у.с.}}$$

$$P = m(a_{\text{у.с.}} - g)$$

В точке В

$$OY: T - mg = ma_{\text{у.с.}}$$

$$P = m(a_{\text{у.с.}} + g)$$



Учитите: центростремительное ускорение всегда направлено к центру окружности и равно $a_{uc} = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = 4\pi^2 Rv^2$.

A63. Груз массой 6 кг стоит на полу лифта. Лифт начинает двигаться с постоянным ускорением. При этом сила давления груза на пол лифта составляет 66 Н. Чему равно и куда направлено ускорение лифта?

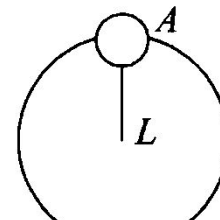
- | | |
|------------------------------|-----------------------------|
| 1) 1 м/с^2 , вверх | 2) 1 м/с^2 , вниз |
| 3) 9 м/с^2 , вверх | 4) 9 м/с^2 , вниз |

A64. Автомобиль массой 1000 кг едет по выпуклому мосту, радиус кривизны которого 40 м. Какую скорость должен иметь автомобиль в верхней точке моста, чтобы пассажиры в этой точке почувствовали состояние невесомости?

- | | |
|-------------|------------|
| 1) 0,05 м/с | 2) 20 м/с |
| 3) 25 м/с | 4) 400 м/с |

A65. На рисунке камень, привязанный к верёвке длиной $L = 2,5$ м, равномерно вращается в вертикальной плоскости. Масса камня 2 кг. При каком значении периода обращения камня его вес в точке A станет равным нулю?

- | |
|-----------|
| 1) 2 с |
| 2) 3,14 с |
| 3) 8 с |
| 4) 31,4 с |



Учтите: нить нерастяжима — тела движутся с одинаковыми ускорениями; нить невесома — силы натяжения одинаковы (третий закон Ньютона); нить нерастянута — у тел могут быть разные ускорения, $T = 0$; сила давления на блок при движении грузов $\vec{F}_{\text{давл}} = \vec{T}_1 + \vec{T}_2$.

Движение связанных тел

1. Движение по горизонтали без трения

Второй закон Ньютона:

$$\vec{F} + \vec{T}_1 + m_1 \vec{g} + \vec{N}_1 = m_1 \vec{a},$$

$$\vec{T}_2 + m_2 \vec{g} + \vec{N}_2 = m_2 \vec{a}.$$

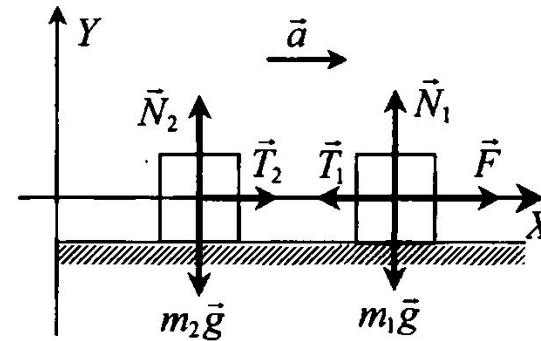
$$1. OX : F - T_1 = m_1 a$$

$$OY : N_1 - m_1 g = 0$$

$$2. OX : T_2 = m_2 a$$

$$OY : N_2 - m_2 g = 0$$

Третий закон Ньютона: $T_1 = T_2$



2. Движение по горизонтали с учётом трения

Второй закон Ньютона:

$$\vec{F} + \vec{T}_1 + m_1 \vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{F}_{\text{тр1}} = m_1 \vec{a}$$

$$\vec{T}_2 + m_2 \vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{F}_{\text{тр2}} = m_2 \vec{a}$$

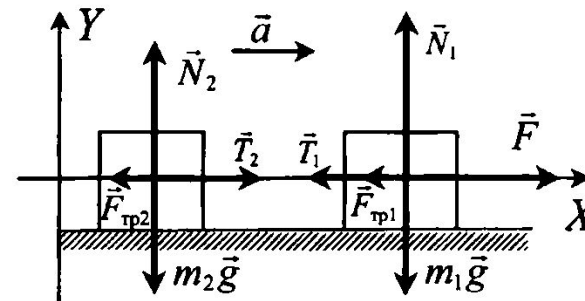
$$1. OX : F - F_{\text{тр1}} - T_1 = m_1 a$$

$$OY : N_1 - m_1 g = 0.$$

$$2. OX : T_2 - F_{\text{тр2}} = m_2 a$$

$$OY : N_2 - m_2 g = 0.$$

Третий закон Ньютона: $T_1 = T_2$



3. Вертикальное движение тел ($m_1 > m_2$)

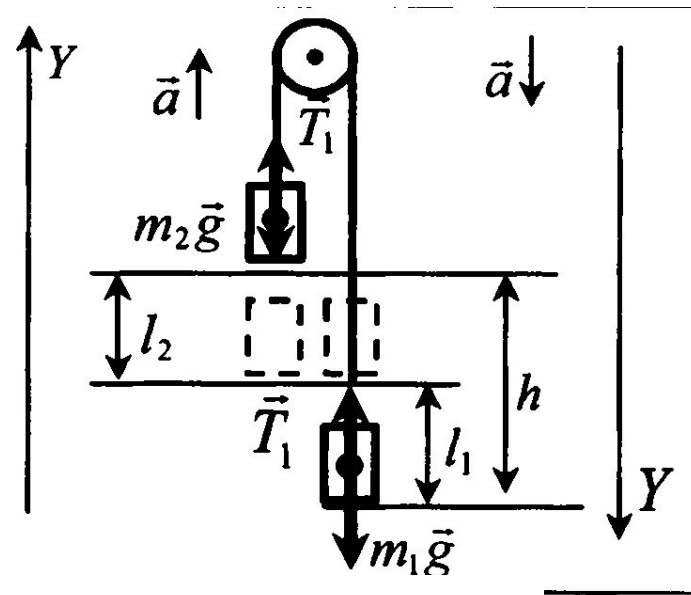
Второй закон Ньютона:

$$\vec{T}_1 + m_1 \vec{g} = m_1 \vec{a}$$

$$\vec{T}_2 + m_2 \vec{g} = m_2 \vec{a}$$

1. $OY : m_1 g - T_1 = m_1 a$

2. $OY : T_2 - m_2 g = m_2 a$



Третий закон Ньютона: $T_1 = T_2$

Учтите: перемещение каждого тела и расстояние между телами

$$h = l_1 + l_2 = 2l$$

4. На один из грузов положили довесок

Второй закон Ньютона:

$$(M + m) \vec{g} + \vec{T}_1 = (M + m) \vec{a}$$

$$\vec{T}_2 + M \vec{g} = M \vec{a}$$

1. $OY : (M + m) g - T_1 = (M + m) a$

2. $OY : T_2 - M g = M a$

Третий закон Ньютона: $T_1 = T_2$

Вес довеска: $P_{\downarrow} = m(g - a)$

