

*Тождества.
Тождественные
преобразования
выражений.*

7 класс.



Найдем значение выражений
при $x=5$ и $y=4$

$$3(x+y)=3(5+4)=3*9=27$$

$$3x+3y=3*5+3*4=27$$

Найдем значение выражений
при $x=6$ и $y=5$

$$3(x+y)=3(6+5)=3*11=33$$

$$3x+3y=3*6+3*5=33$$



ВЫВОД:

Мы получили один и тот же результат.

Из распределительного свойства следует, что вообще при любых значениях переменных значения выражений $3(x+y)$ и $3x+3y$ равны.

$$3(x+y) = 3x+3y$$

Рассмотрим теперь выражения $2x+y$ и $2xy$.

при $x=1$ и $y=2$ они принимают равные значения:

$$2x+y=2*1+2=4$$

$$2xy=2*1*2=4$$

при $x=3$, $y=4$ значения выражений разные

$$2x+y=2*3+4=10$$

$$2xy=2*3*4=24$$

ВЫВОД:

Выражения $3(x+y)$ и $3x+3y$ являются тождественно равными, а выражения $2x+y$ и $2xy$ не являются тождественно равными.

Определение:

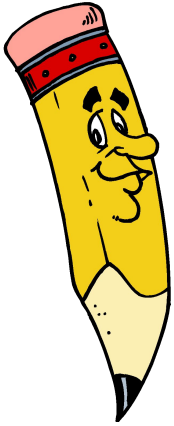
Два выражения, значения которых равны при любых значениях переменных, называются тождественно равными.

ТОЖДЕСТВО

Равенство $3(x+y)$ и $3x+3y$ верно при любых значениях x и y . Такие равенства называются тождествами.

Определение: Равенство, верное при любых значениях переменных, называется тождеством.

Тождествами считают и верные числовые равенства. С тождествами мы уже встречались.



$$617 + 238 = 238 + 617$$

$$38 \cdot (150 + 173) = 38 \cdot 150 + 38 \cdot 173$$

$$315 \cdot 961 = 961 \cdot 315$$



**Тождествами являются равенства,
выражающие основные свойства действий
над числами.**

$$**a + b = b + a**$$

$$**ab = ba**$$

$$**(a + b) + c = a + (b + c)**$$

$$**(ab)c = a(bc)**$$

$$**a(b + c) = ab + ac**$$

Можно привести и другие примеры тождеств:

$$a + 0 = a$$

$$a * 1 = a$$

$$a + (-a) = 0$$

$$a * (-b) = -ab$$

$$a - b = a + (-b)$$

$$(-a) * (-b) = ab$$

- Замену одного выражения другим, тождественно равным ему выражением, называют тождественным преобразованием или просто преобразованием выражения.

•

Запомним:

- ВЫРАЖЕНИЯ, СООТВЕТСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ КОТОРЫХ РАВНЫ ПРИ ЛЮБЫХ ДОПУСТИМЫХ ЗНАЧЕНИЯХ ПЕРЕМЕННЫХ, НАЗЫВАЮТСЯ

ТОЖДЕСТВЕННО РАВНЫМИ.

Например: $(a^2)^3$ и a^6

$ab \cdot (-a^2b)$ и $-a^3b^2$

- ЗАМЕНУ ОДНОГО ВЫРАЖЕНИЯ ДРУГИМ, ТОЖДЕСТВЕННО РАВНЫМ ЕМУ, НАЗЫВАЮТ ***ТОЖДЕСТВЕННЫМ ПРЕОБРАЗОВАНИЕМ***

Запиши:

Способы доказательства

тождеств:

1. Преобразование левой части тождества так, чтобы получилась её правая часть
(если после преобразования левой части, выражение получится как в правой части , ***то данное выражение является тождеством***)

Проверьте, данное выражение –
тождество?

$$a(b - x) + x(a + b) = b(a + x)$$

Решение:

Преобразуем левую часть
равенства:

$$\begin{aligned} a(b - x) + x(a + b) &= \\ &= ab - ax + ax + xb = \\ &= ab + xb = b(a + x) \end{aligned}$$

Вывод:

В результате тождественного преобразования левой части равенства, мы **получили его правую часть** и тем самым доказали,

что данное равенство является ***тождеством.***

В теорию (способы доказательства тождеств):

2. Преобразование правой части тождества так, чтобы получилась её левая часть

Проверьте, данное выражение –
тождество?

$$a^2 + 7a + 10 = (a + 2)(a + 5)$$

Решение:

Преобразуем правую часть
равенства

$$\begin{aligned} & (a+2)(a+5)= \\ & = a^2 + 5a + 2a + 10 = \\ & = a^2 + 7a + 10 \end{aligned}$$

Вывод:

В результате тождественного преобразования правой части равенства, мы получили его левую часть и тем самым доказали, что данное равенство является ***тождеством***.

В теорию (способы доказательства тождеств):

3. Преобразование обеих частей тождества.....(должны получиться одинаковые выражения)

Докажете тождество:

$$16 - (a + 3)(a + 2) = 4 - (6 + a)(a - 1)$$

Решение:

Упростим обе части равенства

$$\begin{aligned} 1) 16 - (a + 3)(a + 2) &= 16 - (a^2 + 2a + 3a + 6) = \\ &= 16 - a^2 - 5a - 6 = -a^2 - 5a + 10. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) 4 - (6 + a)(a - 1) &= 4 - (6a - 6 + a^2 - a) = \\ &= 4 - 5a - a^2 + 6 = -a^2 - 5a + 10. \end{aligned}$$

Вывод:

Так как левая и правая части данного равенства равны одному и тому же выражению, то они тождественно равны между собой.

Значит исходное равенство –

ТОЖДЕСТВО.

В теорию (способы доказательства тождеств):

4. Найти разность между правой и левой частями выражения. (если эта разность равна нулю, то данное выражение - тождество)

Докажете тождество:

$$(m-a)(m-b) = m^2 - (a+b)m + ab$$

Решение:

(найдем разность между левой и правой частями выражения)

$$\begin{aligned} & (m-a)(m-b) - [m^2 - (a+b)m + ab] = \\ & = m^2 - mb - ma + ab - [m^2 - am - bm + ab] \\ & = m^2 - mb - ma + ab - m^2 + am + bm - ab = \\ & = \mathbf{0} \end{aligned}$$

Вывод:

Так как разность между
левой и правой частями
выражения **равна нулю**,
то данное выражения
является

ТОЖДЕСТВОМ

Работаем по задачнику:

№ 36.6 (а) - № 36.10 (а)