



*Великий ученый Галилей  
однажды сказал:*

*«Книга природы написана  
языком математики...»*

*Все, наверное, замечали, что если снять кипящий чайник с огня, то сначала он быстро остывает, а потом остывание идет гораздо медленнее. Дело в том, что скорость остывания пропорциональна разности между температурой чайника и температурой окружающей среды. Чем меньше становится эта разность, тем медленнее остывает чайник. Если сначала температура чайника равнялась  $T_0$ , а температура воздуха  $T$ , то через  $t$  секунд температура  $T$  чайника выразится формулой:*

$$T = T_0 + (100 - T_0)e^{-kt}$$



*где  $k$  - число, зависящее от формы чайника, материала, из которого он сделан, и количества воды, которое в нем находится.*

# формула К.Э.Циалковского

Много трудных математических задач приходится решать в теории межпланетных путешествий. Одной из них является задача об определении массы топлива, необходимого для того, чтобы придать ракете нужную скорость  $v$ . Эта масса  $M$  зависит от массы  $m$  самой ракеты (без топлива) и от скорости  $v_0$ , с которой продукты горения вытекают из ракетного двигателя.

Если не учитывать сопротивление воздуха и притяжение Земли, то

масса топлива определяется формулой:  $M = m (e^{v/v_0} - 1)$

(формула К.Э.Циалковского). Например, для того чтобы ракете с массой 1,5 т придать скорость 8000 м/с, надо при скорости истечения газов 2000 м/с взять примерно 80 т топлива.

# Толщина троса

Сейчас многие моря и океаны бороздят исследовательские корабли. В заранее установленных местах они останавливаются и спускают за борт трос, на конце которого находятся приборы. Их опускают на дно, а потом поднимают наверх и записывают показания. Но иногда происходит печальное событие — трос разрывается и все ценные приборы оказываются погребенными на дне моря.



Казалось бы, этой беды можно было бы избежать, сделав трос потолще. Но тут возникает новое осложнение — верхние части троса должны удерживать не только спускаемые приборы, но и нижнюю часть самого троса, а потому при утолщении всего троса на верхнюю часть ляжет слишком большая нагрузка.

Поэтому целесообразно делать нижнюю часть троса тоньше, чем верхнюю. Возникает вопрос: как должна меняться толщина троса для того, чтобы в любом его сечении на  $1 \text{ см}^2$  приходилась одна и та же нагрузка?

# Толщина троса

Исследование этого вопроса показало, что площадь сечения троса должна изменяться по

$$S = S_0 e^{\frac{(\gamma-1)S_0 x}{P}}$$

следующему закону:

, где

$S_0$  — площадь его нижнего сечения,

$S$  — площадь сечения на высоте  $x$  от нижнего сечения,

$\gamma$  — удельный вес материала, из которого сделан трос,

$P$  — вес в воде опускаемого груза (нам пришлось написать в формуле  $\gamma - 1$  вместо  $\gamma$ , так как и материал троса теряет в воде вес по закону Архимеда).

Такой трос называют тросом равного сопротивления разрыву. Он имеет меньшую массу, чем трос постоянного сечения, рассчитанный на такую же нагрузку.

# Закон органического размножения

$$N = N_0 e^{kt}$$

Например: одна комнатная муха может за лето произвести  $8 \cdot 10^{14}$  особей потомства. Их вес составил бы несколько миллионов тонн (а вес потомство пары мух превысил бы вес нашей планеты), они бы заняли огромное пространство, а если выстроить их в цепочку, то её длина будет больше, чем расстояние от Земли до Солнца.

Но так как, кроме мух существует множество других животных и растений, многие из которых являются естественными врагами мух их количество не достигает вышеуказанных значений. По такому же принципу распространились завезённые в Австралию кролики, которые стали экологической катастрофой для этого уникального региона. Рост различных видов микроорганизмов и бактерий, дрожжей, ферментов, – все эти процессы подчиняются одному закону:  $N = N_0 e^{kt}$ .

# Что общего ?

$$S = S_0 \cdot e^{\frac{(\gamma - 1)S_0 x}{p}}$$

$e^{-?}$

$$N = N_0 \cdot e^{kt}$$

$$M = m (e^{v/v_0} - 1)$$

$$T = T_0 + (100 - T_0) e^{-kt}$$

# *Тема урока:*

*«Число  $e$ . Функция  $y = e^x$ , её свойства и график»*

*Учебные задачи:*

*-выяснить, значение числа  $e$ ;*

*-изучить функцию  $y=e^x$  ( свойства, график )*

# ЕГЭ

2013  
mathege.ru

## Открытый банк заданий по математике

- Тренировочные работы
- Документы
- Каталог по заданиям
- Каталог по содержанию
- Каталог по умениям
- О проекте
- Контакты

**ПОИСК ПО НОМЕРУ**

Введите номер задания в базе:

№

Просмотр выбранных заданий с 106 (из 142) << < 106 > >>

### Прототип задания В14 (№ 77481)

Элементы содержания: [4.1.1](#) [4.1.4](#) [4.1.5](#) [4.2.1](#)  
Умения: [3.2](#) [3.3](#)  
[Аналогичные задания](#), [все задания В14](#), [все прототипы В14](#)  
Использование: ЕГЭ-2011 ЕГЭ-2012

Найдите наибольшее значение функции  $y = (x^2 - 10x + 10)e^{10-x}$  на отрезке  $[5; 11]$ .

### Прототип задания В14 (№ 77482)

Элементы содержания: [4.1.1](#) [4.1.4](#) [4.1.5](#) [4.2.1](#)  
Умения: [3.2](#) [3.3](#)  
[Аналогичные задания](#), [все задания В14](#), [все прототипы В14](#)  
Использование: ЕГЭ-2011 ЕГЭ-2012

Найдите наименьшее значение функции  $y = (x - 2)^2 e^{x-2}$  на отрезке  $[1; 4]$ .

# Число $e$ в задаче В 14

Найдите **точку минимума** функции  $y = (3 - x)e^{3-x}$

Найдите **точку максимума** функции

$$y = (x - 2)^2 e^{x-6}$$

Найдите **наибольшее значение** функции на

$$[5; 11]$$

$$y = (x^2 - 10x + 10)e^{10-x}$$

**отрезке**  $[5; 11]$  найдите **наименьшее значение** функции на

**отрезке**  $[-5; -1]$

$$[-5; -1]$$

$$y = (x + 3)^2 e^{-3-x}$$

$$(e^x)' = ?$$

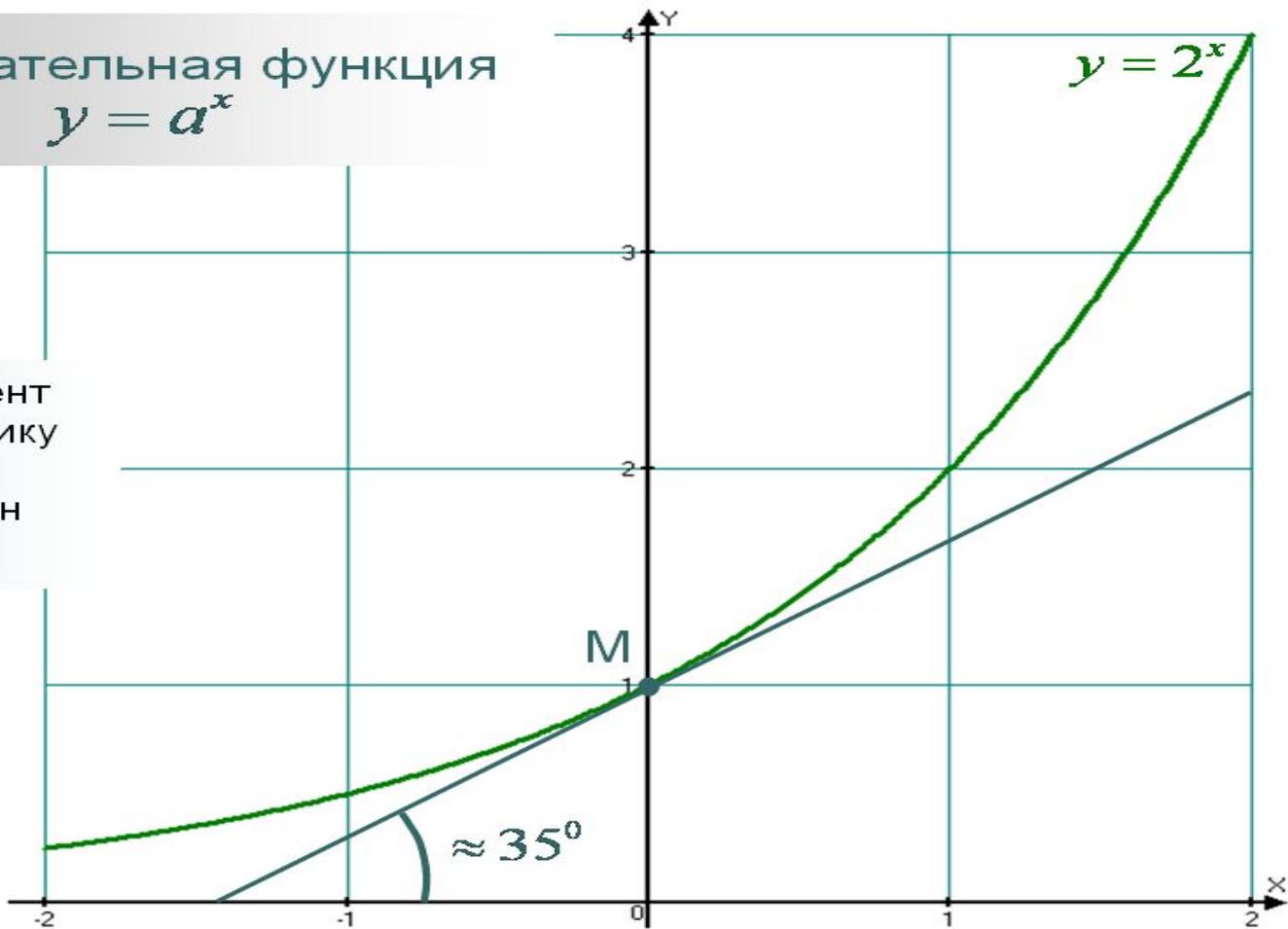
Показательная функция

$$y = a^x$$

$a = 2$

Угловой коэффициент касательной к графику данной функции в точке  $M(0; 1)$  равен

$$\operatorname{tg} 35^\circ$$



Показательная функция

$$y = a^x$$

$$y = e^x$$

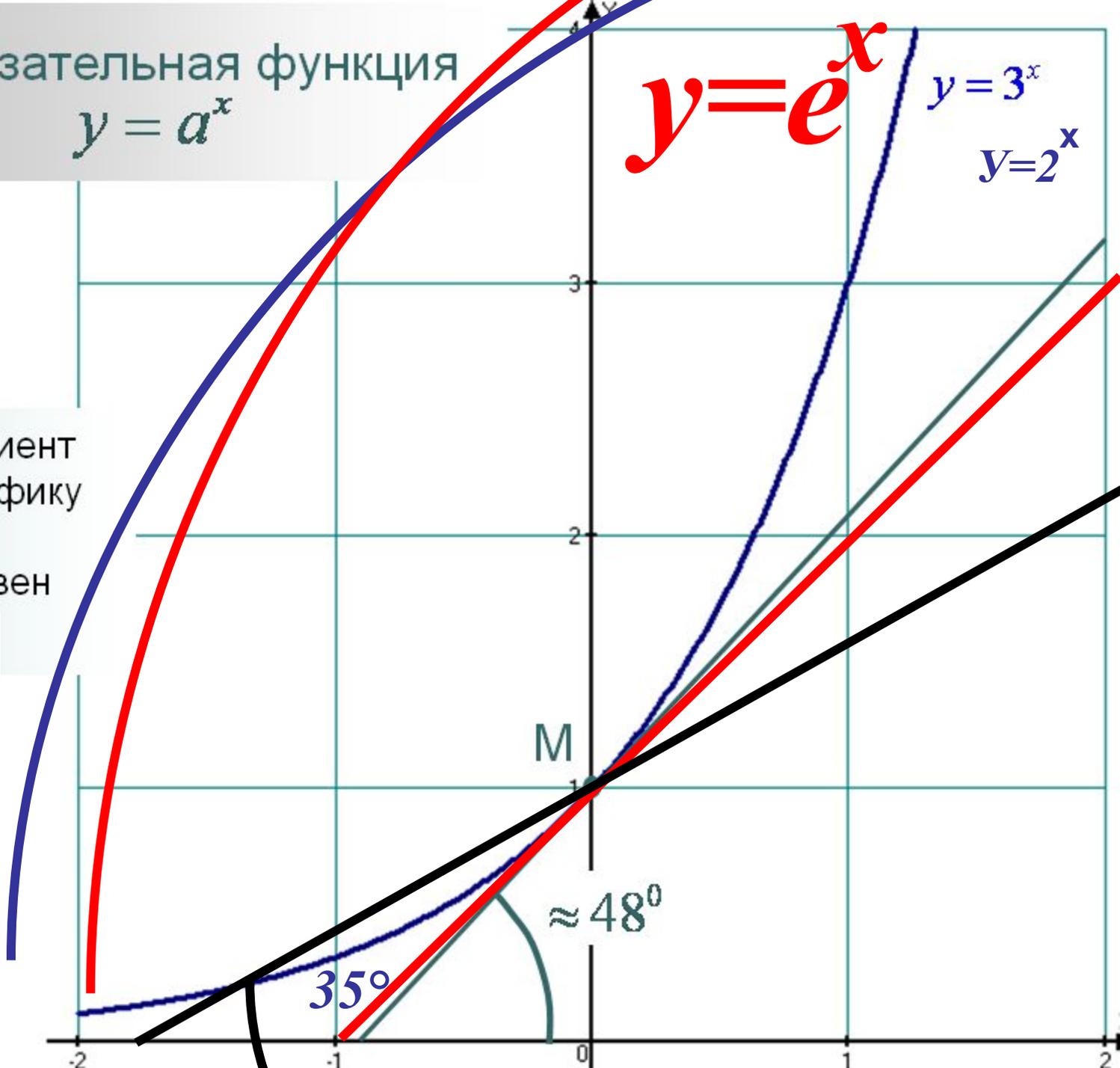
$$y = 3^x$$

$$y = 2^x$$

$$a = e$$

Угловой коэффициент касательной к графику данной функции в точке  $M(0; 1)$  равен

$$\operatorname{tg}45^\circ$$



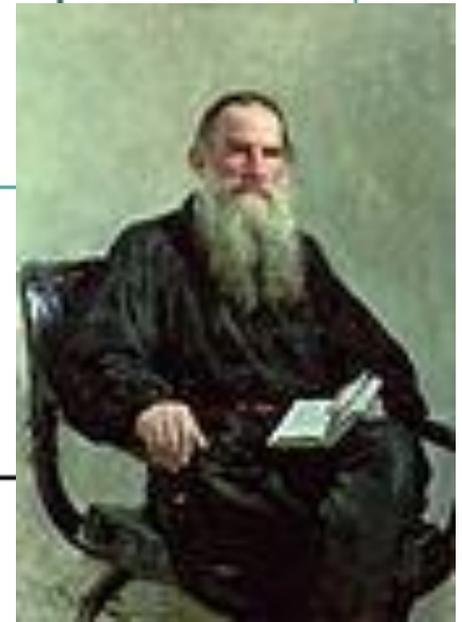
Показательная функция  
 $y = e^x$  (экспонента)

Угловой коэффициент  
касательной к графику  
данной функции  
в точке  $M(0; 1)$  равен

$$y'(0) = \operatorname{tg} 45^\circ = 1$$

$$y(1) = e^1 = e$$

$$e = 2,718281828459045\dots$$



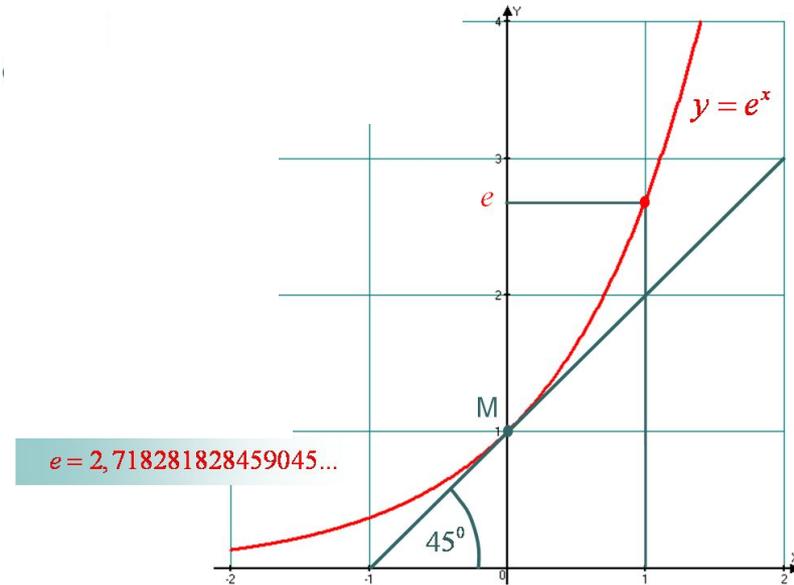
$$(e^x)' = ?$$

$$(e^x)' = 1, \text{ npu } x=0 \text{ u}$$

$$(e^x) = 1, \text{ npu } x=0$$

$$(e^x)' = (e^x) \text{ npu } x=0$$

$$x = a \quad ?$$



*Найдём значение производной  
при  $x=a$*

$$(e^x)' = (e^{x-a} \cdot e^a)' = e^a \cdot (e^{x-a})' =$$

Показательная функция  
 $y = e^x$  (экспонента)

Угловый коэффициент  
касательной к графику  
данной функции  
в точке  $M(0; 1)$  равен

$$y'(0) = \operatorname{tg} 45^\circ = 1$$

$$y(1) = e^1 = e$$

$$e = 2,718281828459045\dots$$



*Найдём значение производной  
при  $x=a$*

$$(e^x)' = (e^{x-a} \cdot e^a)' = e^a \cdot \underbrace{(e^{x-a})'}_{1} = e^a$$

$$(e^x)' = (e^x)$$

# Число $e$ в задаче В 14

Найдите **точку минимума** функции  $y = (3 - x)e^{3-x}$

Найдите **точку максимума** функции

$$y = (x - 2)^2 e^{x-6}$$

Найдите **наибольшее значение** функции на

$$[5; 11]$$

$$y = (x^2 - 10x + 10)e^{10-x}$$

**отрезке**  $[5; 11]$  найдите **наименьшее значение** функции

на **отрезке**

$$[-5; -1]$$

$$y = (x + 3)^2 e^{-3-x}$$

$$(e^x)' = e^x$$

*Что мы  
знали?*

*Понятие  
показательной  
функции, её  
свойства и  
график*

*Что  
предстояло  
узнать?*

*-выяснить,  
значение числа  $e$ ;  
-изучить функцию  
 $y=e^x$  ( свойства,  
график )*

*Что  
установили?*

$$e=2,718281828\dots$$
$$(e^x)' = e^x$$

# Д.3.

- **1.а) Профильникам – физикам:** найти другие приложения показательной функции с основанием  $e$  в природе, технике
- **б). Биологам – химикам:** определить применение показательной функции с основанием  $e$  в химических реакциях
- **в) Изучающим обществоведение на профильном уровне:** подчиняются ли процессы, протекающие в обществе или установленные обществом правила в любой сфере деятельности законам показательного роста (убывания). Найдите примеры
- **г) математикам:** существует ли функция (из изученных в школьной программе), производная которой равна самой функции? (или функции, дифференцирование которых несколько раз последовательно дают выражение самой функции? Сколько раз последовательно надо находить производную в этих случаях?)
- **2. Выполните задания - прототипы В14 открытого банка задач, содержащие число  $e$  (см. задания в Дневнике. Ру)**