



*Великий ученый Галилей
однажды сказал:*

*«Книга природы написана
языком математики...»*

Все, наверное, замечали, что если снять кипящий чайник с огня, то сначала он быстро остывает, а потом остывание идет гораздо медленнее. Дело в том, что скорость остывания пропорциональна разности между температурой чайника и температурой окружающей среды. Чем меньше становится эта разность, тем медленнее остывает чайник. Если сначала температура чайника равнялась T_0 , а температура воздуха T , то через t секунд температура T чайника выразится формулой:

$$T = T_0 + (100 - T_0)e^{-kt}$$



где k - число, зависящее от формы чайника, материала, из которого он сделан, и количества воды, которое в нем находится.

формула К.Э.Циалковского

Много трудных математических задач приходится решать в теории межпланетных путешествий. Одной из них является задача об определении массы топлива, необходимого для того, чтобы придать ракете нужную скорость v . Эта масса M зависит от массы m самой ракеты (без топлива) и от скорости v_0 , с которой продукты горения вытекают из ракетного двигателя.

Если не учитывать сопротивление воздуха и притяжение Земли, то

масса топлива определяется формулой: $M = m (e^{v/v_0} - 1)$

(формула К.Э.Циалковского). Например, для того чтобы ракете с массой 1,5 т придать скорость 8000 м/с, надо при скорости истечения газов 2000 м/с взять примерно 80 т топлива.

Толщина троса



Сейчас многие моря и океаны бороздят исследовательские корабли. В заранее установленных местах они останавливаются и спускают за борт трос, на конце которого находятся приборы. Их опускают на дно, а потом поднимают наверх и записывают показания. Но иногда происходит печальное событие — трос разрывается и все ценные приборы оказываются погребенными на дне моря.

Казалось бы, этой беды можно было бы избежать, сделав трос потолще. Но тут возникает новое осложнение — верхние части троса должны удерживать не только спускаемые приборы, но и нижнюю часть самого троса, а потому при утолщении всего троса на верхнюю часть ляжет слишком большая нагрузка.

Поэтому целесообразно делать нижнюю часть троса тоньше, чем верхнюю. Возникает вопрос: как должна меняться толщина троса для того, чтобы в любом его сечении на 1 см^2 приходилась одна и та же нагрузка?

Толщина троса

Исследование этого вопроса показало, что площадь сечения троса должна изменяться по

$$S = S_0 e^{\frac{(\gamma-1)S_0 x}{P}}$$

следующему закону:

, где

S_0 — площадь его нижнего сечения,

S — площадь сечения на высоте x от нижнего сечения,

γ — удельный вес материала, из которого сделан трос,

P — вес в воде опускаемого груза (нам пришлось написать в формуле $\gamma - 1$ вместо γ , так как и материал троса теряет в воде вес по закону Архимеда).

Такой трос называют тросом равного сопротивления разрыву. Он имеет меньшую массу, чем трос постоянного сечения, рассчитанный на такую же нагрузку.

Закон органического размножения

$$N = N_0 e^{kt}$$

Например: одна комнатная муха может за лето произвести $8 \cdot 10^{14}$ особей потомства. Их вес составил бы несколько миллионов тонн (а вес потомство пары мух превысил бы вес нашей планеты), они бы заняли огромное пространство, а если выстроить их в цепочку, то её длина будет больше, чем расстояние от Земли до Солнца.

Но так как, кроме мух существует множество других животных и растений, многие из которых являются естественными врагами мух их количество не достигает вышеуказанных значений. По такому же принципу распространились завезённые в Австралию кролики, которые стали экологической катастрофой для этого уникального региона. Рост различных видов микроорганизмов и бактерий, дрожжей, ферментов, – все эти процессы подчиняются одному закону: $N = N_0 e^{kt}$.

Что общего ?

$$S = S_0 \cdot e^{\frac{(\gamma - 1)S_0 x}{p}}$$

$e^{-?}$

$$N = N_0 \cdot e^{kt}$$

$$M = m (e^{v/v_0} - 1)$$

$$T = T_0 + (100 - T_0) e^{-kt}$$

Тема урока:

«Число e . Функция $y = e^x$, её свойства и график»

Учебные задачи:

-выяснить, значение числа e ;

-изучить функцию $y=e^x$ (свойства, график)

ЕГЭ

2013
mathege.ru

Открытый банк заданий по математике

- Тренировочные работы
- Документы
- Каталог по заданиям
- Каталог по содержанию
- Каталог по умениям
- О проекте
- Контакты

ПОИСК ПО НОМЕРУ

Введите номер задания в базе:

№

Просмотр выбранных заданий с 106 (из 142)

Прототип задания В14 (№ 77481)

Элементы содержания: [4.1.1](#) [4.1.4](#) [4.1.5](#) [4.2.1](#)
Умения: [3.2](#) [3.3](#)
[Аналогичные задания](#), [все задания В14](#), [все прототипы В14](#)
Использование: ЕГЭ-2011 ЕГЭ-2012

Найдите наибольшее значение функции $y = (x^2 - 10x + 10)e^{10-x}$ на отрезке $[5; 11]$.

Прототип задания В14 (№ 77482)

Элементы содержания: [4.1.1](#) [4.1.4](#) [4.1.5](#) [4.2.1](#)
Умения: [3.2](#) [3.3](#)
[Аналогичные задания](#), [все задания В14](#), [все прототипы В14](#)
Использование: ЕГЭ-2011 ЕГЭ-2012

Найдите наименьшее значение функции $y = (x - 2)^2 e^{x-2}$ на отрезке $[1; 4]$.

Число e в задаче В 14

Найдите **точку минимума** функции $y = (3 - x)e^{3-x}$

Найдите **точку максимума** функции

$$y = (x - 2)^2 e^{x-6}$$

Найдите **наибольшее значение** функции на

$$[5; 11]$$

$$y = (x^2 - 10x + 10)e^{10-x}$$

отрезке $[5; 11]$ найдите **наименьшее значение** функции

на

$$[-5; -1]$$

$$y = (x + 3)^2 e^{-3-x}$$

$$(e^x)' = ?$$

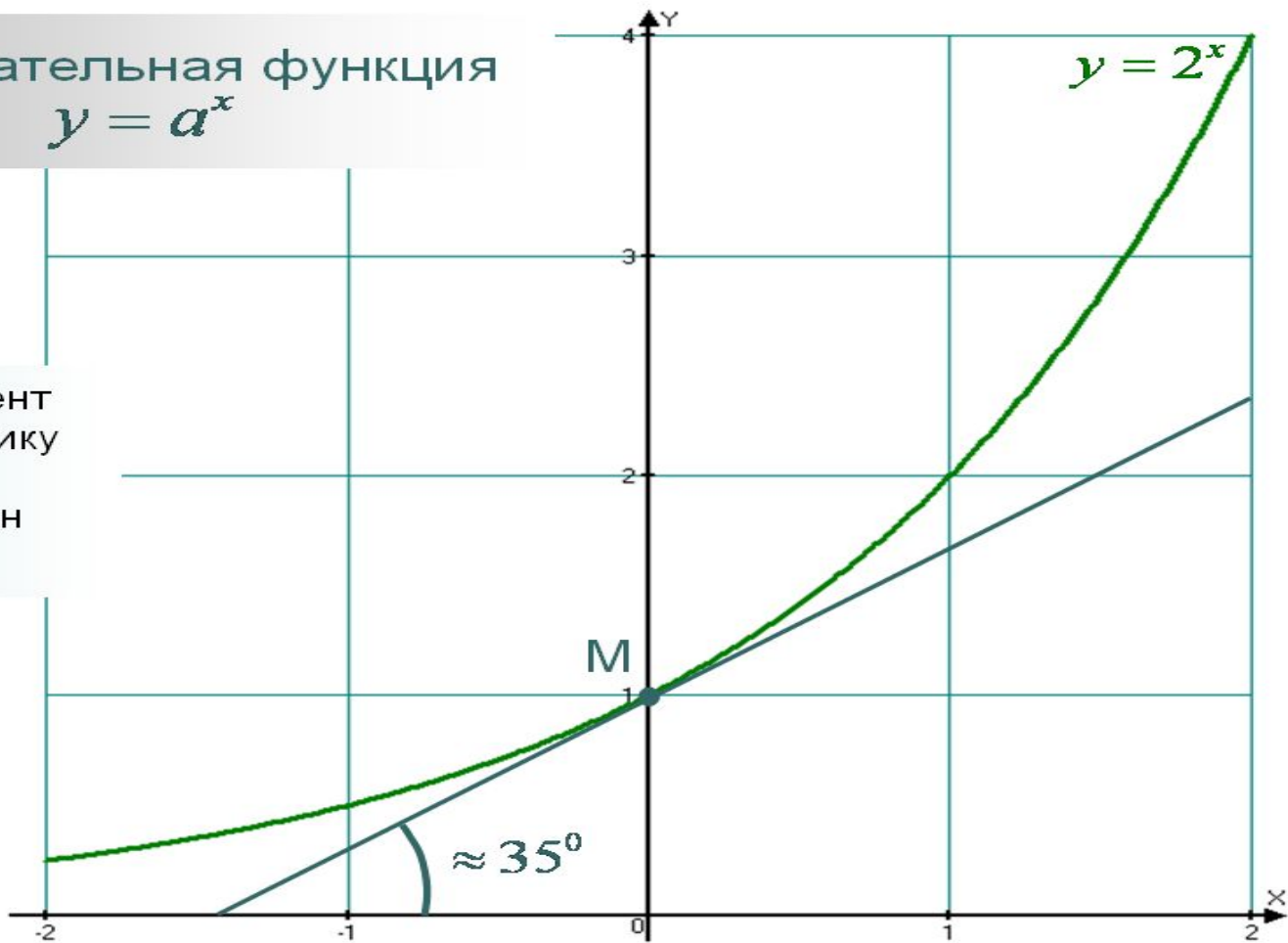
Показательная функция

$$y = a^x$$

$a = 2$

Угловой коэффициент касательной к графику данной функции в точке $M(0; 1)$ равен

$$\operatorname{tg} 35^\circ$$



Показательная функция

$$y = a^x$$

$$y = e^x$$

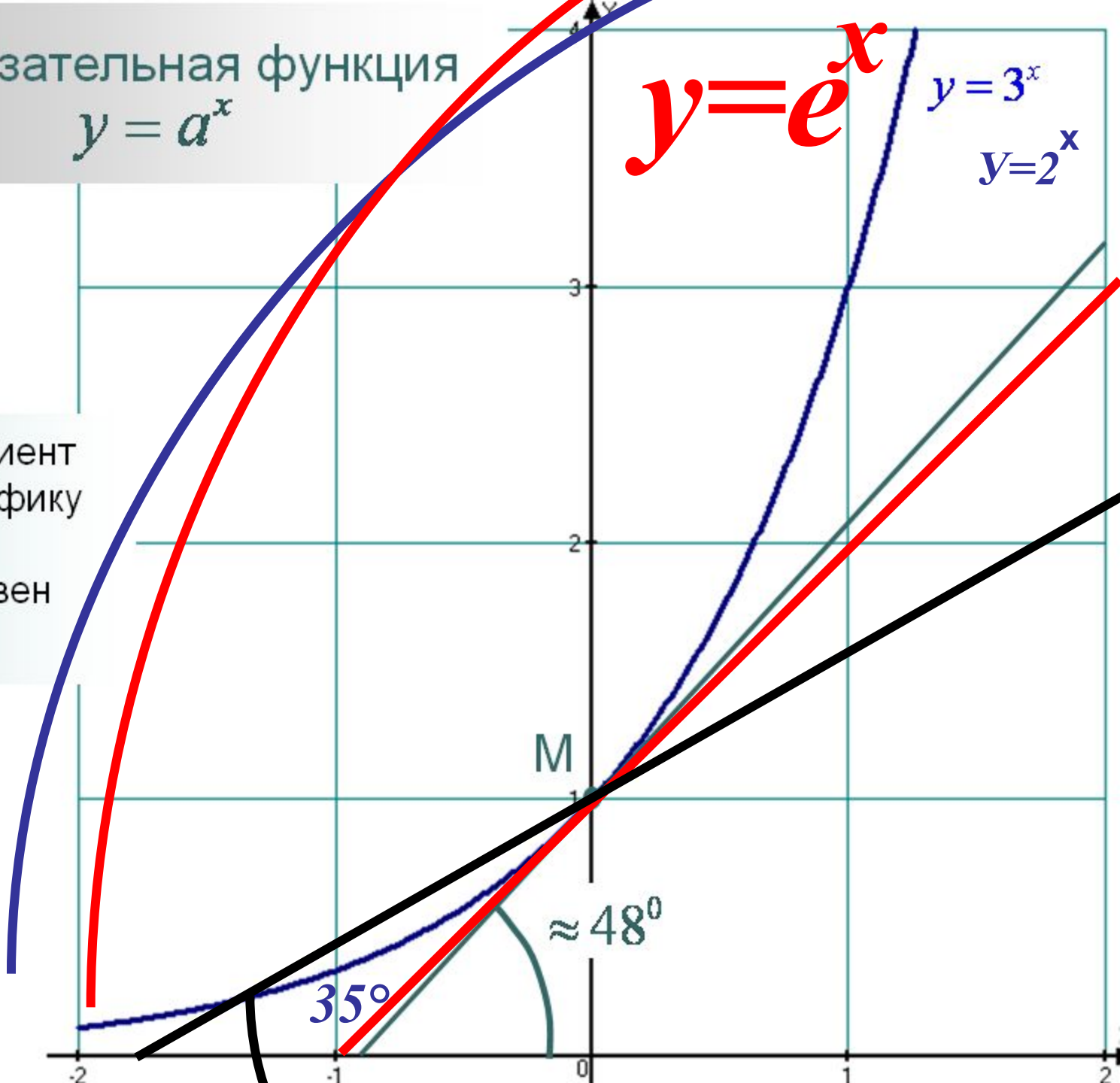
$$y = 3^x$$

$$y = 2^x$$

$$a = e$$

Угловой коэффициент касательной к графику данной функции в точке $M(0; 1)$ равен

$$\operatorname{tg}45^\circ$$



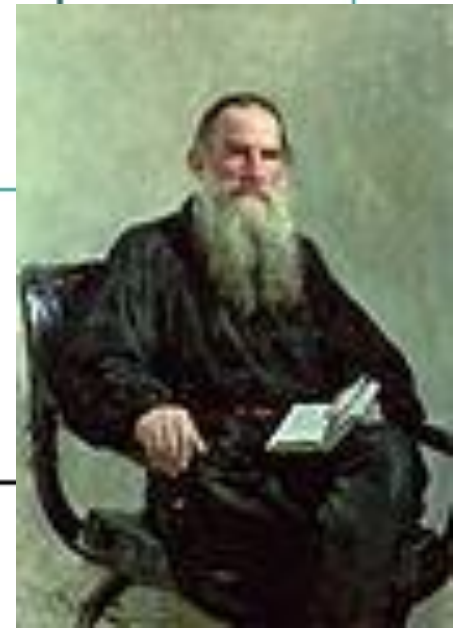
Показательная функция
 $y = e^x$ (экспонента)

Угловой коэффициент касательной к графику данной функции в точке $M(0; 1)$ равен

$$y'(0) = \operatorname{tg} 45^\circ = 1$$

$$y(1) = e^1 = e$$

$$e = 2,718281828459045\dots$$



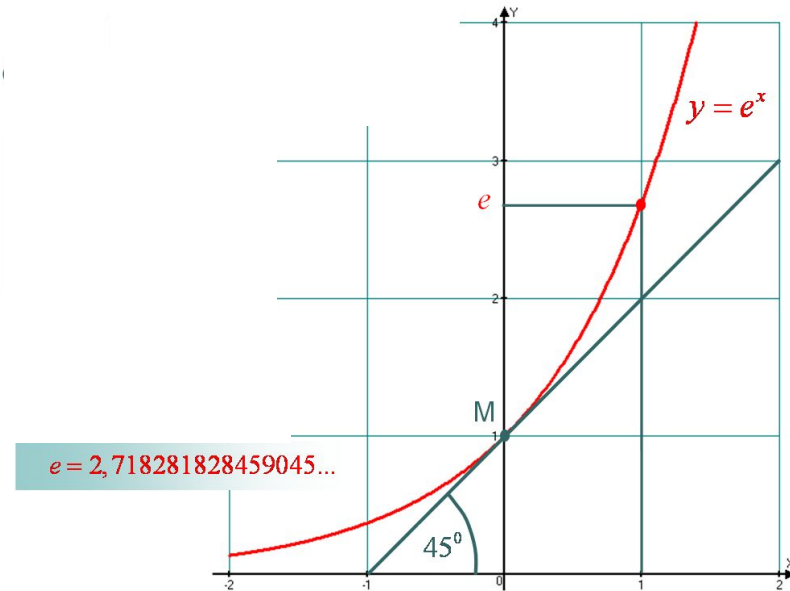
$$(e^x)' = ?$$

$$(e^x)' = 1, \text{ npu } x=0 \text{ u}$$

$$(e^x) = 1, \text{ npu } x=0$$

$$(e^x)' = (e^x) \text{ npu } x=0$$

$$x = a \quad ?$$



*Найдём значение производной
при $x=a$*

$$(e^x)' = (e^{x-a} \cdot e^a)' = e^a \cdot (e^{x-a})' =$$

Показательная функция
 $y = e^x$ (экспонента)

Угловой коэффициент
касательной к графику
данной функции
в точке $M(0; 1)$ равен

$$y'(0) = \operatorname{tg} 45^\circ = 1$$

$$y(1) = e^1 = e$$

$$e = 2,718281828459045\dots$$



*Найдём значение производной
при $x=a$*

$$(e^x)' = (e^{x-a} \cdot e^a)' = e^a \cdot \underbrace{(e^{x-a})'}_{1} = e^a$$

$$(e^x)' = (e^x)$$

Число e в задаче В 14

Найдите **точку минимума** функции $y = (3 - x)e^{3-x}$

Найдите **точку максимума** функции

$$y = (x - 2)^2 e^{x-6}$$

Найдите **наибольшее значение** функции на

$$[5; 11]$$

$$y = (x^2 - 10x + 10)e^{10-x}$$

отрезке $[5; 11]$ найдите **наименьшее значение** функции

на **отрезке**

$$[-5; -1]$$

$$y = (x + 3)^2 e^{-3-x}$$

$$(e^x)' = e^x$$

*Что мы
знали?*

*Понятие
показательной
функции, её
свойства и
график*

*Что
предстояло
узнать?*

*-выяснить,
значение числа e ;
-изучить функцию
 $y=e^x$ (свойства,
график)*

*Что
установили?*

$$e=2,718281828\dots$$
$$(e^x)' = e^x$$

Д.3.

- *1.а) Профильникам – физикам: найти другие приложения показательной функции с основанием e в природе, технике*
- *б). Биологам – химикам: определить применение показательной функции с основанием e в химических реакциях*
- *в) Изучающим обществоведение на профильном уровне: подчиняются ли процессы, протекающие в обществе или установленные обществом правила в любой сфере деятельности законам показательного роста (убывания). Найдите примеры*
- *г) математикам: существует ли функция (из изученных в школьной программе), производная которой равна самой функции? (или функции, дифференцирование которых несколько раз последовательно дают выражение самой функции? Сколько раз последовательно надо находить производную в этих случаях?)*
- *2. Выполните задания - прототипы В14 открытого банка задач, содержащие число e (см. задания в Дневнике. Ру)*