



# *11 класс* **Итоговое повторение курса геометрии**

Урок по теме:

«Векторы в пространстве. Действия над векторами.  
Скалярное произведение векторов»

*Учитель ГОУ СОШ № 648 СПб: Алексеева Каролина Евгеньевна*

## *Цели урока:*

- повторить, систематизировать знания учащихся по пройденным темам;
- развивать логическое мышление, пробуждать творческий потенциал школьников;
- содействовать воспитанию интереса к геометрии как к учебному предмету.



## *Оборудование:*

Мультимедийный проектор,  
экран для работы с электронной  
презентацией,  
тестовые задания и ответы.

# Ход урока

- *1. Орг. момент*
- Проверка домашнего задания, объявление темы и целей урока.
  
- *2. Актуализация знаний учащихся*
- Учащиеся: 1) отвечают на теоретические вопросы; 2) заполняют пропуски в записях с последующей самопроверкой.
  
- *3. Индивидуальная работа по карточкам (3 уровня сложности)*
- Обсуждаются неправильные ответы. При необходимости оказывается консультация.
  
- *4. Решение задач № 467 (а), 472*
- Сильный ученик работает самостоятельно. Учитель контролирует работу слабого учащегося, оказывая необходимую помощь.
  
- *5. Подведение итогов и постановка домашнего задания: повторить гл. 5; задача №469.*

# Кто придумал вектор и скаляр?

- Ввёл термины
- **вектор** (от лат. *vector* – «несущий»),
- **скаляр** (от лат. *scale* – «шкала»),
- **скалярное произведение**
- в 1845 году ирландский математик и астроном **Уильям Гамильтон**.



# Ответы на вопросы:

- 1) Определение векторов.
- 2) Равные векторы. Длина вектора.
- 3) Коллинеарные векторы.
- 4) Компланарные векторы.
- 5) Единичный вектор.
- 6) Координатные вектора.
- 7) Разложить данный вектор  $\vec{a}(3;4;5)$  по координатным векторам.
- 8) Найти длины векторов  $\vec{b}(3;0;0)$  и  $\vec{c}(0;-4;3)$ .
- 9) Определение скалярного произведения двух векторов.
- 10) Свойства скалярного произведения.

# Задание с пропусками в записях

- а)  $\overrightarrow{AB} + \dots = \overrightarrow{AM}$ ;
- б)  $\overrightarrow{AB} + \dots = \vec{0}$ ;
  
- в)  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  коллинеарны, значит,  $\vec{b} = \dots$ ;
- г) если  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  – неколлинеарные векторы, то  $\vec{p} = \dots$ ;
- д)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \dots$ ;
- е)  $\cos \alpha = \dots$ ;
- ж) если  $\vec{a} \perp \vec{b}$ , то  $\dots$ ;
- з)  $\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$ , то угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  –  $\dots$ ;
- и) если угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  – острый, то  $\dots$

# Ответы на задание с пропусками

- а)  $\vec{AB} + \vec{BM} = \vec{AM}$ ;
- б)  $\vec{AB} + \vec{BA} = \vec{0}$ ;
- в)  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  коллинеарны, значит,  $\vec{b} = k\vec{a}$  где  $k$  – некоторое число,
- г) если  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$  неколлинеарны, то  $\vec{p} = k\vec{a} + k\vec{b} + k\vec{c}$ ;
- д)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$ ,  $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$ ,
- е)  $\cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$ ,  $\cos \alpha = \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$ ,
- ж) если  $\vec{a} \perp \vec{b}$ , то  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ ,
- з)  $\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$ , то угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  – тупой,
- и) если угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  – острый, то  $\vec{a} \cdot \vec{b} > 0$ .



# Индивидуальная работа по карточкам

## ■ 1 уровень

- Вычислить угол между прямыми  $AB$  и  $CD$ , если  $A(1; 1; 0)$ ,  $B(3; -1; 0)$ ,  $C(4; -1; 2)$ ,  $D(0; 1; 0)$ .

## ■ 2 уровень

- Дано:  $ABCD$  – параллелограмм.  $A(-6; -4; 6)$ ,  $B(6; -6; 2)$ ,  $C(10; 0; 4)$ .

Найти координаты вершины  $D$  и угол между векторами  $\overrightarrow{AC}$  и  $\overrightarrow{BD}$ .

## ■ 3 уровень

- Дано:  $MABC$  – тетраэдр.  $M(2; 5; 7)$ ,  $A(1; -3; 2)$ ,  $B(2; 3; 7)$ ,  $C(3; 6; 2)$ .

Найти расстояние от точки  $M$  до точки  $O$  пересечения медиан  $\triangle ABC$ .

# *Ответы к индивидуальным задам*

- **1.**  $150^\circ$ .
- **2.**  $D(-2; 2; 2)$ ,  $\varphi = 120^\circ$ .
- **3.** 5.

# *Решение задач*

- *№ 467 (а).*
- *№ 472.*

# Подсказки к решению задач

- № 467 (а). Решение задачи желательно записать двумя способами.
- № 472. План решения задачи:
  - 1) ввести систему координат, найти координаты векторов  $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MQ}, \overrightarrow{PM}$ .
  - 2) доказать с помощью скалярного произведения, что  $\overrightarrow{MN} \perp \overrightarrow{PM}, \overrightarrow{MQ} \perp \overrightarrow{PM}$ .
  - 3) сделать вывод по признаку перпендикулярности прямой и плоскости, что  $MNQ \perp PM$ .

## *Подведение итогов и постановка домашнего задания*

- Какие вектора называются:
  - а) коллинеарными; б) компланарными?
- *На дом:* повторить гл. 5, № 469.