

**ТЕОРЕМА О ПРЯМОЙ,
ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОЙ К
ПЛОСКОСТИ.**

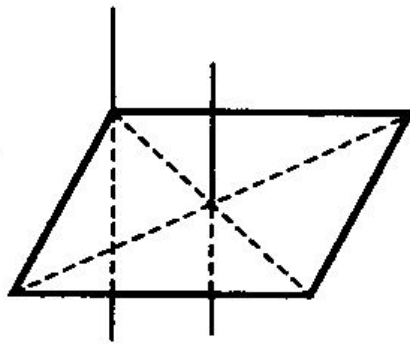


Рис. 1

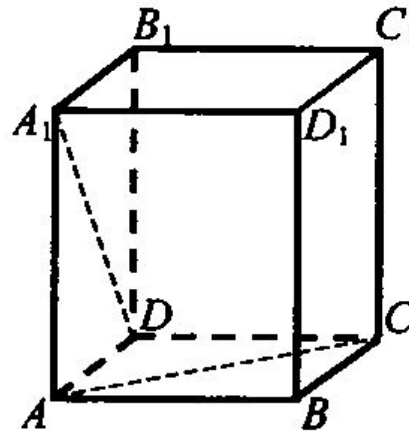


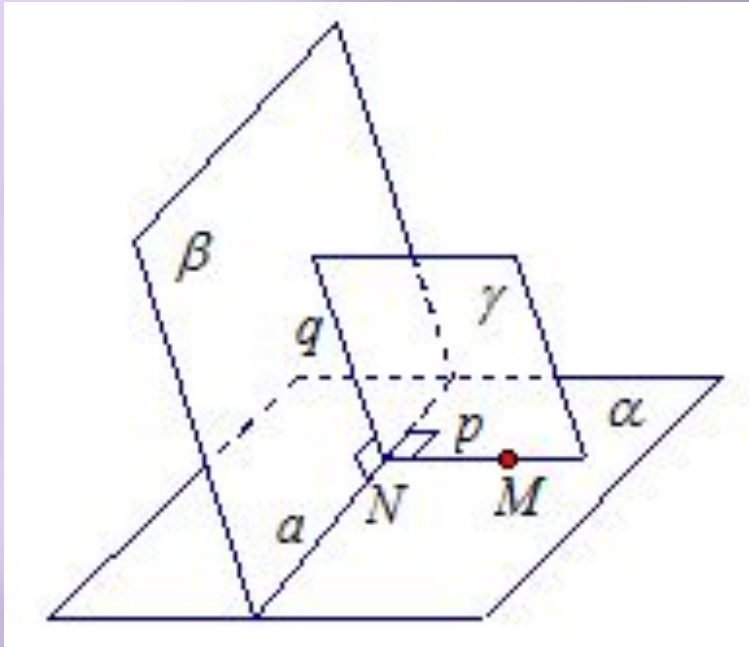
Рис. 2

6. Дано: $ABCD$ – куб (рис. 2).

Заполните пропуски о взаимном расположении прямых и плоскостей:

$CC_1 \dots (DCB)$; $AA_1 \dots (DCB)$; $D_1C_1 \dots (DCB)$; $B_1C_1 \dots (DD_1C_1)$; $B_1C_1 \dots DC_1$;
 $A_1D_1 \dots DC_1$; $BB_1 \dots AC$; $A_1B \dots BC$; $A_1B \dots DC_1$.

Задача 133

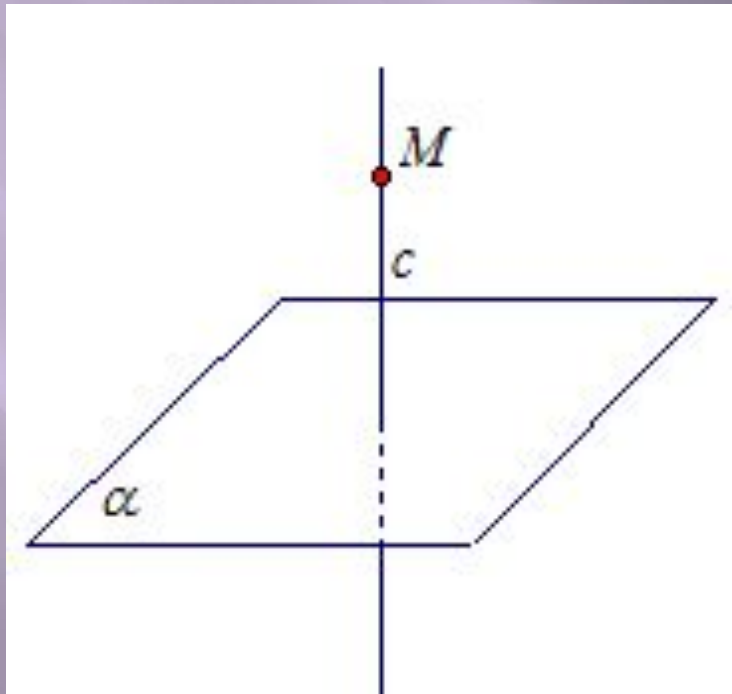


Доказательство

Пусть нам дана прямая a и точка M . Докажем, что существует плоскость γ , которая проходит через точку M и которая \perp прямой a .

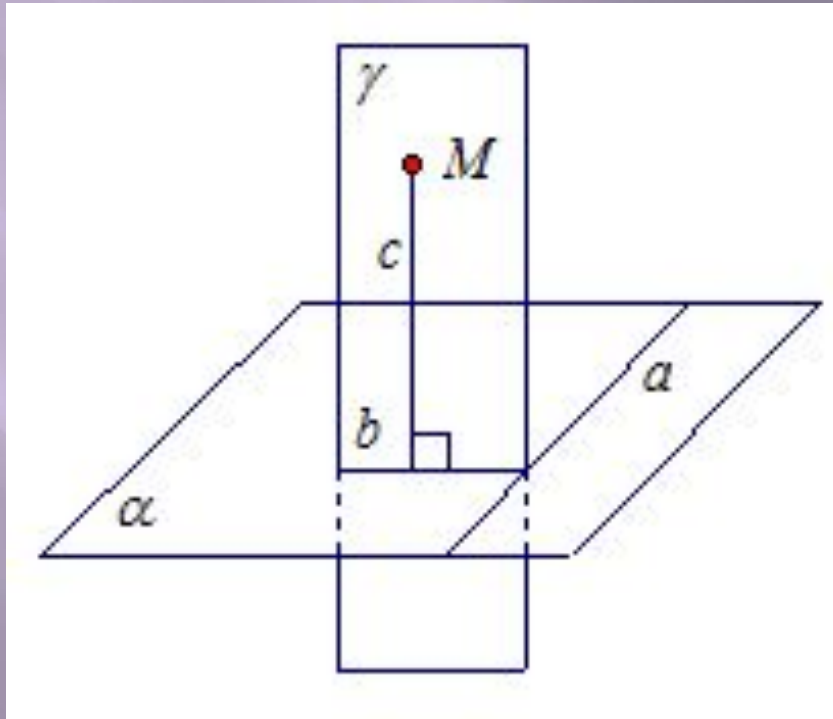
Через прямую a проведем плоскости α и β так, что точка $M \in$ плоскости α . Плоскости α и β пересекаются по прямой a . В плоскости α через точку M проведем перпендикуляр MN (или p) к прямой a . В плоскости β из точки N восстановим перпендикуляр q к прямой a . Прямые p и q пересекаются, пусть через них проходит плоскость γ . Получаем, что прямая a перпендикулярна двум пересекающимся прямым p и q из плоскости γ . Значит, по признаку перпендикулярности прямой и плоскости, прямая a перпендикулярна плоскости γ .

Через любую точку пространства проходит прямая, перпендикулярная к данной плоскости, и притом только одна.



Доказательство.

Пусть дана плоскость α и точка M (см. рис. 2). Нужно доказать, что через точку M проходит единственная прямая c , перпендикулярная плоскости α .
Проведем прямую a в плоскости α (см. рис. 3). Согласно доказанному выше утверждению, через точку M можно провести плоскость γ перпендикулярную прямой a . Пусть прямая b – линия пересечения плоскостей α и γ .



В плоскости γ через точку M проведем прямую c , перпендикулярную прямой b .

Прямая c перпендикулярна b по построению, прямая c перпендикулярна a (так как прямая a перпендикулярна плоскости γ , а значит, и прямой c , лежащей в плоскости γ).

Получаем, что прямая c перпендикулярна двум пересекающимся прямым из плоскости α .

Значит, по признаку перпендикулярности прямой и плоскости, прямая c перпендикулярна плоскости α . Докажем, что такая прямая c единственная.

Предположим, что существует прямая c_1 , проходящая через точку M и перпендикулярная

плоскости α . Получаем, что прямые c и c_1 перпендикулярны плоскости α . Значит, прямые c и c_1 параллельны. Но по построению прямые c и c_1 пересекаются в точке M .

Получили противоречие. Значит, существует единственная прямая, проходящая через точку M и перпендикулярная плоскости α , что и требовалось доказать.

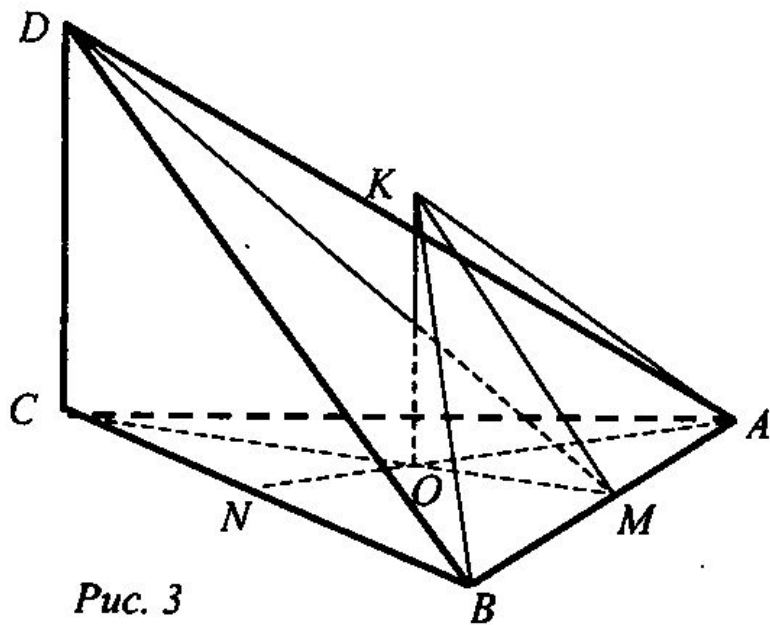


Рис. 3

Задача № 122 (рис. 3)

Найти: AK , DA , BD .

Решение:

1. $BD = AD$, так как $\triangle BCD = \triangle ACD$ (как прямоугольные, по двум катетам).
 2. $AD = \sqrt{16^2 + (16\sqrt{3})^2} = \sqrt{16^2 \cdot 4} = 16 \cdot 2 = 32$ см.
 3. $AK = BC$, так как $\triangle AOK = \triangle BOK$ (как прямоугольные, по двум катетам).
 4. $AO = OB = OC = \frac{AB}{\sqrt{3}} = 16$ см.
 5. $AK = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20$ см.
- (Ответ: $AK = BK = 20$ см; $AD = BD = 32$ см.)

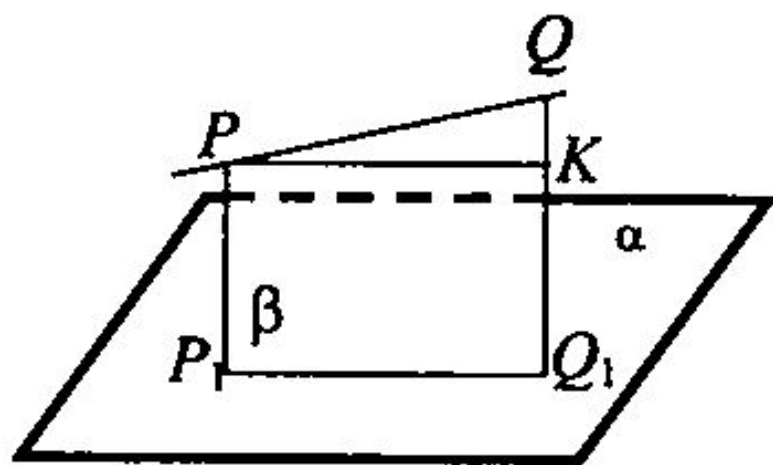


Рис. 4

Задача № 125 (рис. 4).
Найти: P_1Q_1 .

Решение:

1. $(PP_1 \perp \alpha, QQ_1 \perp \alpha) \Rightarrow PP_1 \perp QQ_1$.
2. $(PP_1, QQ_1) = \beta, \alpha \cap \beta = P_1Q_1$.
3. $QK = 33,5 - 21,5 = 12$ см.
4. $P_1Q_1 = PK = 9$ см.

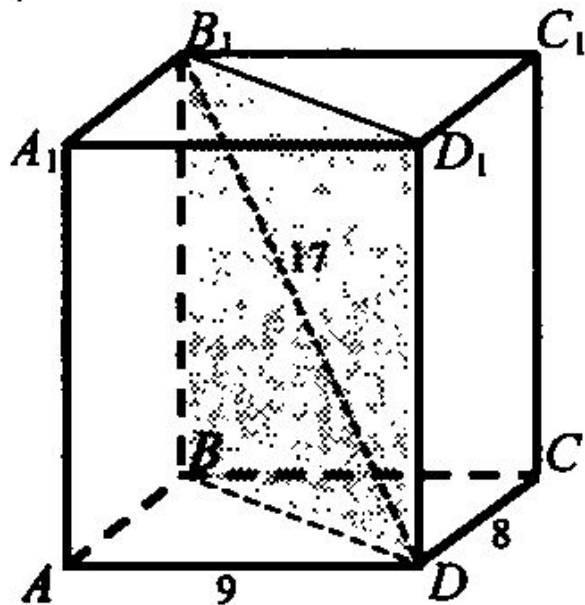


Рис. 5

1) Дано: $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – прямоугольный параллелепипед; $AD = 9$ дм; $DC = 8$ дм; $DB_1 = 17$ дм (рис. 5).

Найти: $S_{BB_1 D_1 D}$.

Решение: $\triangle ADB$: $\angle BAD = 90^\circ$; $AB = DC = 8$ дм. По теореме Пифагора $BD = \sqrt{AB^2 + AD^2}$;
 $BD = \sqrt{8^2 + 9^2} = \sqrt{64 + 81} = \sqrt{145}$ (дм). $\triangle B_1 BD$:
 $\angle B_1 BD = 90^\circ$. По теореме Пифагора $BB_1 =$
 $= \sqrt{B_1 D^2 - BD^2}$; $BB_1 = \sqrt{17^2 - (\sqrt{145})^2} = \sqrt{289 - 145} =$
 $= \sqrt{144} = 12$ (дм). $S_{\text{сеч}} = B_1 B \cdot BD$. $S_{\text{сеч}} = 12 \sqrt{145}$ (дм²).
 (Ответ: $12 \sqrt{145}$ дм².)

Смоделируйте в классной комнате описанную ниже ситуацию: Три луча OM , OK , OT попарно перпендикулярны. Как расположен каждый из лучей по отношению к плоскости, определяемой двумя другими лучами? (Угол; перпендикулярно).