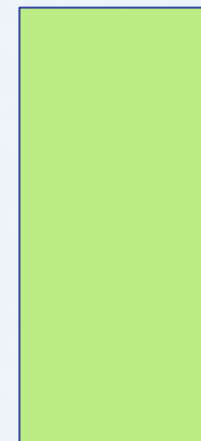


ПОДГОТОВКА К ГИА

РЕШЕНИЕ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ (ОГЭ №22, ЕГЭ №11)

РАЗРАБОТАНО УЧИТЕЛЕМ МАТЕМАТИКИ
МБОУ «СОШ №8» Г. НОВОМОСКОВСК
ПОЛЯКОВОЙ О.В.



КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

- Задания с развернутым ответом предполагают обоснованное решение как в 9-х, так и в 11-х классах. Однако, критерии оценивания этих заданий в данных классах существенно различны по способу выставления баллов. В 11 классе ведется подсчет достижений ученика: выполнил логически законченную часть решения - получил балл, выполнил следующую часть решения - получил еще один балл, и т.д. В 9 классе ведется подсчет неудач ученика: привел верное обоснованное решение - получил максимальный балл за данное задание, незначительно ошибся, но логически привел верное решение - получил балл, на единицу меньше максимального, а если ошибся в одном аспекте, но в других показал разумные рассуждения - решение не соответствует критериям оценивания - ноль баллов. В плане приведенного замечания, учащиеся 11-х классов оказываются в более выгодном положении, чем учащиеся 9-х классов. Последним же при оформлении задачи с развернутым ответом следует быть особо внимательными, чтобы привести согласно критериям проверки «верный обоснованный ответ».

В КАЧЕСТВЕ ПРИМЕРА РАССМОТРИМ ЗАДАЧУ, ПРЕДЛАГАЕМУЮ В 9-ОМ КЛАССЕ ДЛЯ РАЗВЕРНУТОГО ОТВЕТА, ПРИВЕДЕМ ЕЕ РЕШЕНИЕ ОДНИМ УЧАЩИМСЯ И КОММЕНТАРИИ К ЕГО РЕШЕНИЮ.

- Задача: «На изготовление 475 деталей первый рабочий тратит на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 550 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 3 детали больше, чем второй. Сколько деталей за час делает первый рабочий?».
- Решение ученика: « $475/x+6=550/(x-3)$; $2x^2-31x-475=0$; $x_1=25$, $x_2=-9,5$ - не подходит. Ответ: 25 деталей».
- Комментарий. Приведенный ответ совпадает с верным. Уравнение по условию задачи составлено верно, если принять, что x - это число деталей, которые изготавливает за час первый рабочий. Но привести в решении задачи лишь уравнение с решением - этого недостаточно. Дело в том, что эксперт проверяет правильность составления уравнения и его решение, а затем интерпретацию полученного ответа. Но если учащийся не говорит, что принимается за x , то проверить правильность составления уравнения невозможно: в зависимости от того, какую величину приняли за x , получим различные уравнения. Заметим, что при арифметической ошибке при решении верно составленного уравнения решение оценивается неполным баллом, но при отсутствии пояснения к его составлению, проверить, верно ли оно составлено по условию задачи, невозможно.

- В случае арифметического решения задачи (по действиям) необходимо давать пояснения каждому действию. Иначе получаем, что ученик складывает, вычитает, умножает, делит числа, в итоге получает некоторое число, которое записывает в ответ. Это число, конечно, может и совпадать с верным ответом, но верны ли при этом размышления? Подчеркнем, эксперт не должен додумывать за ученика, он проверяет верность решения.
- Иногда ученики приводят пояснение к составлению уравнения в форме таблицы - это выбор учащегося, но при этом сам учащийся должен понимать, что его запись должна быть понятна не только ему, но и проверяющему. Размышляющий ученик должен согласиться, что запись решения текстовой задачи с помощью составления уравнения следует начинать словами: «Пусть x - это...».

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ УЧИТЕЛЕЙ, ПОДГОТОВЛЕННЫЕ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ТИПИЧНЫХ ОШИБОК УЧАСТНИКОВ ЕГЭ 2017 ГОДА

Задание 11 проверяло умение строить и исследовать простейшие математические модели – решать текстовые задачи на движение. С этой задачей справилось около 36% участников экзамена.

Задание 11 Теплоход,
скорость которого в неподвижной воде равна 27 км/ч, проходит некоторое расстояние по реке и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 1 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в исходный пункт теплоход возвращается через 32 часа после отправления из него. Сколько километров проходит теплоход за весь рейс? Выполнение – около 31%. Не дали никакого ответа 8% участников экзамена, выполнявших это задание. Типичные ошибки связаны в первую очередь с невнимательным чтением условия задачи – почти 16% участников нашли расстояние между пунктами отправки и стоянки – и много вычислительных ошибок. Около 10% продемонстрировали непонимание движения по реке – собственную скорость умножили на время движения.

ЗАДАЧА НА ДВИЖЕНИЕ №1 (ОГЭ 2017)

Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 26 км/час, проезжает мимо пешехода, идущего параллельно путям со скоростью 4 км/час навстречу поезду за 90 сек. Найдите длину поезда в метрах.

Решение:

Скорость сближения пешехода и поезда равна $26+4=30$ (км/ч).

Заметим, что 1 м/с равен 3,6 км/ч. Значит, длина поезда в метрах равна

$$\frac{30 * 90}{3,6} = 750.$$

Ответ: 750 метров.

ЗАДАЧА НА ДВИЖЕНИЕ №2

Из города А в город В выехала грузовая машина. Спустя 1,2 часа из пункта А вслед за ней выехал автобус. Через 0,8 часа после своего выезда он отставал от машины на 24 км. Найдите скорость автобуса, если известно, что она больше скорости грузовой машины на 30 км/ч.

Решение:

Пусть x – **км/ч** скорость автобуса, тогда

$(x-30)$ – скорость грузовой машины.

Время движения автобуса: $0,8$ *часа*

Время движения машины: $1,2 + 0,8 = 2,0$ *часа*

Путь, пройденный автобусом: **$0,8 \cdot x$ км**

Путь, пройденный машиной: **$2 \cdot (x-30)$ км**

Составим уравнение по условию задачи:

$$0,8x + 24 = 2(x-30)$$

$$0,8x + 24 = 2x - 60$$

$$0,8x - 2x = - 24 - 60$$

$$- 1,2x = - 84$$

$$12x = 840$$

$$x = 840 : 12$$

$$x = 70$$

Ответ: 70 км/ ч.

ЗАДАЧА НА ДВИЖЕНИЕ №3

Рыболов в 5 часов утра на моторной лодке отправился от пристани против течения реки, через некоторое время бросил якорь, 2 часа ловил рыбу и вернулся обратно в 10 часов утра того же дня. На какое расстояние от пристани он отплыл, скорость реки равна 2 км/ч, а собственная скорость лодки 6 км/ч ?

Решение:

Пусть искомое расстояние равно **x км**. Скорость лодки при движении против течения равна **4 км/ч**, при движении по течению равна **8 км/ч**. Время, за которое лодка доплывет от места отправления до места назначения и обратно, равно $\left(\frac{x}{4} + \frac{x}{8}\right)$ часа.

Из условия задачи следует, что это время равно 3 часа.

• Составим уравнение:

$$\left(\frac{x}{4} + \frac{x}{8}\right) = 3; \quad \left(\frac{2x}{8} + \frac{x}{8}\right) = 3;$$

$$\frac{3x}{8} = 3; \quad 3x = 24;$$

$$x = 8.$$

Ответ: 8 км/ ч.

ЗАДАЧА НА ДВИЖЕНИЕ №4

Первые 450 км автомобиль ехал со скоростью 90 км/ч, следующие 230 км – со скоростью 115 км/ч, а последние 120 км – со скоростью 40 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Решение:

$$V_{\text{ср}} = \frac{s_{\text{общий}}}{t_{\text{общее}}}; \quad \text{Всего автомобиль проехал}$$

450+230+120=800(км), затратив на весь путь $\frac{450}{90} + \frac{230}{115} + \frac{120}{40} = 10$ (часов). Таким образом, его средняя скорость равна $\frac{800}{10} = 80$ км/ч.

Ответ: 80 км/ч.

ЗАДАЧА НА ДВИЖЕНИЕ №5

Расстояние между пристанями А и В равно 60 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот проплыл 30 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 5 км/ч.

	s	v	t
По течению	60 км	$(X+5)$ км/ч	
Против течения	60 км	$(X-5)$ км/ч	

Решение:

Плот прошёл 30 км, значит, он плыл 6 часов, из которых лодка находилась в пути 5 часов. Составим уравнение.

$$\frac{60}{x+5} + \frac{60}{x-5} = 5$$

$$60x - 300 + 60x + 300 = 5x^2 - 125$$

$$x^2 - 24x - 25 = 0$$

$$x_1 = 25; \quad x_2 = -1$$

По смыслу задачи $x > 0$

Ответ: 25 км/ч.

ОДЗ:

$$(x + 5)(x - 5) \neq 0$$

$$x \neq -5; \quad x \neq 5$$

ЗАДАЧА НА РАБОТУ №1

На изготовление 180 деталей первый рабочий тратит на 3 часа меньше, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 3 детали больше.

Решение:

Пусть x – производительность (дет./час) второго рабочего, тогда

$(x+3)$ – производительность первого рабочего

Значит

$$\frac{180}{x+3} - \text{время первого рабочего}$$

$$\frac{180}{x} - \text{время второго рабочего}$$

Составим уравнение по условию задачи:

ОДЗ:

$$\frac{180}{x+3} + 3 = \frac{180}{x}$$

$$x(x+3) \neq 0$$

$$x \neq 0; x \neq -3$$

$$180x + 3x^2 + 9x = 180x + 540$$

$$3x^2 + 9x - 540 = 0 \quad | :3$$

$$x^2 + 3x - 180 = 0$$

$$D = 9 - 4 \cdot (-180) = 9 + 720 = 729 = 27^2$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-3 \pm 27}{2} \Rightarrow \begin{aligned} X_1 &= 24 : 2 = 12 \\ X_2 &= -30 : 2 < 0 \text{ (не подходит по} \\ &\text{смыслу задачи)} \end{aligned}$$

Ответ: производительность второго рабочего 12 деталей в час.

ЗАДАЧА НА РАБОТУ №2

Две трубы наполняют бассейн за 57 минут, а одна первая труба наполняет бассейн за 19 часов. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

Решение:

По условию первая труба за одну минуту наполняет $\frac{1}{1140}$ часть бассейна, а две трубы вместе за одну минуту наполняют $\frac{1}{57}$ часть бассейна. Таким образом, одна вторая труба за минуту наполняет $\frac{1}{57} - \frac{1}{1140} = \frac{1}{60}$ часть бассейна, то есть она наполнит весь бассейн за 1 час.
Ответ: 1 час.

ЗАДАЧА НА РАБОТУ №3

Дима и Саша выполняют одинаковый тест. Дима отвечает за час на 12 вопросов теста, а Саша – на 22. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Дима закончил свой тест позже Саши на 75 минут. Сколько вопросов содержит тест?

Решение:

Обозначим количество вопросов теста через x . Тогда получаем:

$$\frac{x}{12} - \frac{x}{22} = \frac{5}{4}; \quad \frac{5x}{132} = \frac{5}{4}; \quad x=33$$

Ответ: 33 вопроса.

ЗАДАЧА НА РАБОТУ №4

Игорь и Паша красят забор за 20 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 24 часа, Володя и Игорь – за 30 часов. За сколько минут мальчики покрасят забор, работая втроем?

Решение:

За час Игорь и Паша красят $\frac{1}{20}$ забора, Паша и Володя красят $\frac{1}{24}$ забора, а Володя и Игорь - $\frac{1}{30}$ забора.

Значит, втроем за минуту они красят $\frac{\frac{1}{20} + \frac{1}{24} + \frac{1}{30}}{2 \cdot 60} = \frac{1}{960}$ (забора), то есть они покрасят весь забор за 960 минут.

Второй способ решения:

	Работа(A)	Время(t)	Производительность(N)
Игорь	1	X часов	
Паша	1	Y часов	
Володя	1	Z часов	

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) * 20 = 1 \\ \left(\frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) * 24 = 1 ; \\ \left(\frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) * 30 = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = \frac{1}{20} \\ \left(\frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) = \frac{1}{24} ; \\ \left(\frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) = \frac{1}{30} \end{cases} \quad \begin{cases} 2 * \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) = \frac{1}{20} + \frac{1}{24} + \frac{1}{30}; \\ 2 * \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) = \frac{1}{8}; \end{cases}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{16}$$

Втроем они покрасят забор за 16 часов = 16*60 минут = 960 минут

Ответ: 960 минут.

ЗАДАЧА НА КОНЦЕНТРАЦИЮ №1

В сосуд, содержащий 5 л 12% -го водного раствора некоторого вещества, добавили 7 л воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Раствор	5 л	+	7 л	=	12 л
	12%=0,12		0%		x% = 0,01x
Вещество	0,12·5		0·7		0,01x·12

Составим уравнение:

$$0,12 \cdot 5 + 0 = 0,01x \cdot 12,$$

$$x = \frac{0,6}{0,12} = 5\%$$

Ответ: 5.

ЗАДАЧА НА КОНЦЕНТРАЦИЮ №2

Смешали некоторое количество 15% -го раствора некоторого вещества с таким же количеством 19% -го раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Раствор	100 г	+	100 г	=	200 г
	15%=0,15		19%=0,19		x% = 0,01x
Вещество	0,15·100 г		0,19·100 г		0,01x·200 г

- Так как растворы смешали в равных количествах, то удобнее взять по 100 г каждого раствора.
Составим уравнение:

$$0,15 \cdot 100 + 0,19 \cdot 100 = 0,01x \cdot 200,$$
$$x = 17\%$$

Если мы возьмем по a г каждого раствора, то получим следующее уравнение:

$$0,15a + 0,19a = 0,01x \cdot 2a.$$

Разделив обе части уравнения на a (так как $a \neq 0$) и умножив на 100, мы получим то же уравнение.

Ответ: 17.

ЗАДАЧА НА КОНЦЕНТРАЦИЮ №3

Имеется два сплава. Первый сплав содержит 10% никеля, второй – 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?

Сплав	x кг	+	$(200 - x)$ кг	=	200 кг
	$10\% = 0,1$		$30\% = 0,3$		$25\% = 0,25$
Никель	$0,1x$ кг		$0,3 \cdot (200 - x)$ кг		$0,25 \cdot 200$ кг

Составим уравнение:

$$0,1x + 0,3(200 - x) = 0,25 \cdot 200,$$

откуда:

$x = 50$ кг – 1й сплав;

$200 - 50 = 150$ кг – 2й сплав;

$150 - 50 = 100$ кг (на столько килограммов масса первого сплава меньше массы второго).

Ответ: 100.

ЗАДАЧА НА КОНЦЕНТРАЦИЮ №4

Смешав 30% -й и 60% -й растворы кислоты и добавив 10 кг простой воды, получили 36% -й раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50% -го раствора той же кислоты, то получили бы 41% -й раствор кислоты. Сколько килограммов 30% -го раствора использовали для получения смеси?

x кг	+	y кг	+	10 кг	=	$(x+y+10)$ кг
30%=0,3		60% = 0,6		0%		36%=0,36
0,3 x кг		0,6 y кг		0·10 кг		0,36·(200 – x) кг

x кг	+	y кг	+	y кг	=	$(x+y+10)$ кг
30%=0,3		60% = 0,6		50% = 0,5		41%=0,41
0,3 x кг		0,6 y кг		0,5·10 кг		0,41·($x+y+10$) кг

- Так как оба условия выполняются одновременно, составим систему:

$$\begin{cases} 0,3x + 0,6y + 0 = 0,36(x + y + 10), \\ 0,3x + 0,6y + 0,5 \cdot 10 = 0,41(x + y + 10). \end{cases}$$

Умножив каждое уравнение системы на 100, раскрыв скобки и приведя подобные члены, получим равносильную систему:

$$\begin{cases} -x + 4y = 60, \\ -11x + 19y = -90. \end{cases}$$

Решив систему, получим: $x=60$, $y=30$.

Ответ: 60.

ЗАДАЧА НА ПРОЦЕНТЫ №1

Свежие фрукты содержат 89% воды, а высушенные – 23%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 23 кг высушенных фруктов?

Решение:

Заметим, что сухая часть свежих фруктов составляет 11%, а высушенных – 77%. Значит, для приготовления 23 кг высушенных фруктов требуется $\frac{77}{11} * 23 = 161$ (кг) свежих.

Ответ: 161 кг.

- Второй способ решения:

Рассмотрим две пропорции.

Высушенные фрукты 23 кг – 100%

сухая часть x кг – 77%

$$\frac{23}{x} = \frac{100}{77}; \quad x=17,71$$

Свежие фрукты 17,71 кг – 11%

y кг – 100%

$$\frac{17,71}{y} = \frac{11}{100}; \quad y=161$$

Ответ: 161 кг.

ЗАДАЧА НА ПРОЦЕНТЫ №2

Брюки дороже рубашки на 30% и дешевле пиджака на 22%. На сколько процентов рубашка дешевле пиджака?

Решение:

Пусть брюки стоят x рублей, рубашка – y рублей, а пиджак – z рублей. Если брюки дороже рубашки на 30%, то $x = 1,3y$, и брюки дешевле пиджака на 22%, то $x = 0,78z$. Отсюда $1,3y = 0,78z$; $\frac{y}{z} = \frac{0,78}{1,3} = 0,6 = 60\%$

$$100\% - 60\% = 40\%$$

Ответ: 40%

ЗАДАЧА НА ПРОЦЕНТЫ №3

Три килограмма черешни стоят столько же, сколько пять килограммов вишни, а три килограмма вишни - столько же, сколько два килограмма клубники. На сколько процентов килограмм клубники дешевле килограмма черешни?

Решение:

Пусть килограмм черешни стоит x рублей, килограмм вишни – y рублей, килограмм клубники – z рублей.

Составим уравнения:

$$3x=5y \text{ и } 3y=2z$$

$$y=\frac{2}{3}z; \quad 3x = 5 * \frac{2}{3}z; \quad 9x = 10z; \quad z = 0,9x;$$

то есть 1 кг черешни на 90% дороже 1 кг клубники, следовательно, 1 кг клубники дешевле 1 кг черешни на 10%.

Ответ: 10%.

Спасибо за внимание!

