

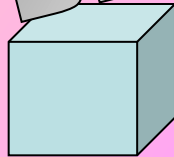
МКОУ «Погорельская СОШ» Шадринский район  
Курганская область.

# ОБЪЕМ ТЕЛ

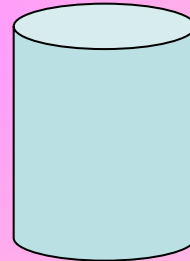
Учитель математики  
первой квалификационной  
категории Кощеев М.М.

# ОБЪЕМНЫЕ ФИГУРЫ

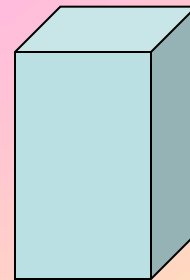
- КУБ



- ЦИЛИНДР



- ПАРАЛЛЕПИПЕД



# Объем прямоугольного параллелепипеда

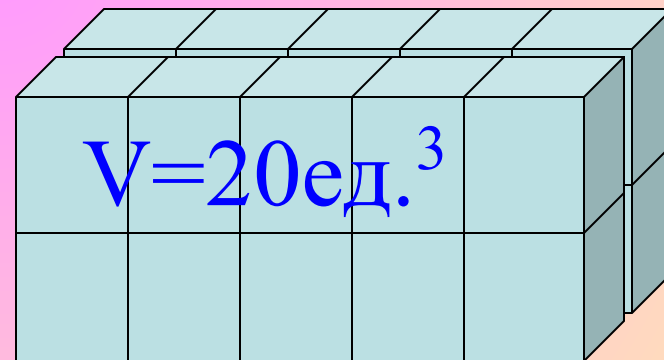


# Цель урока:



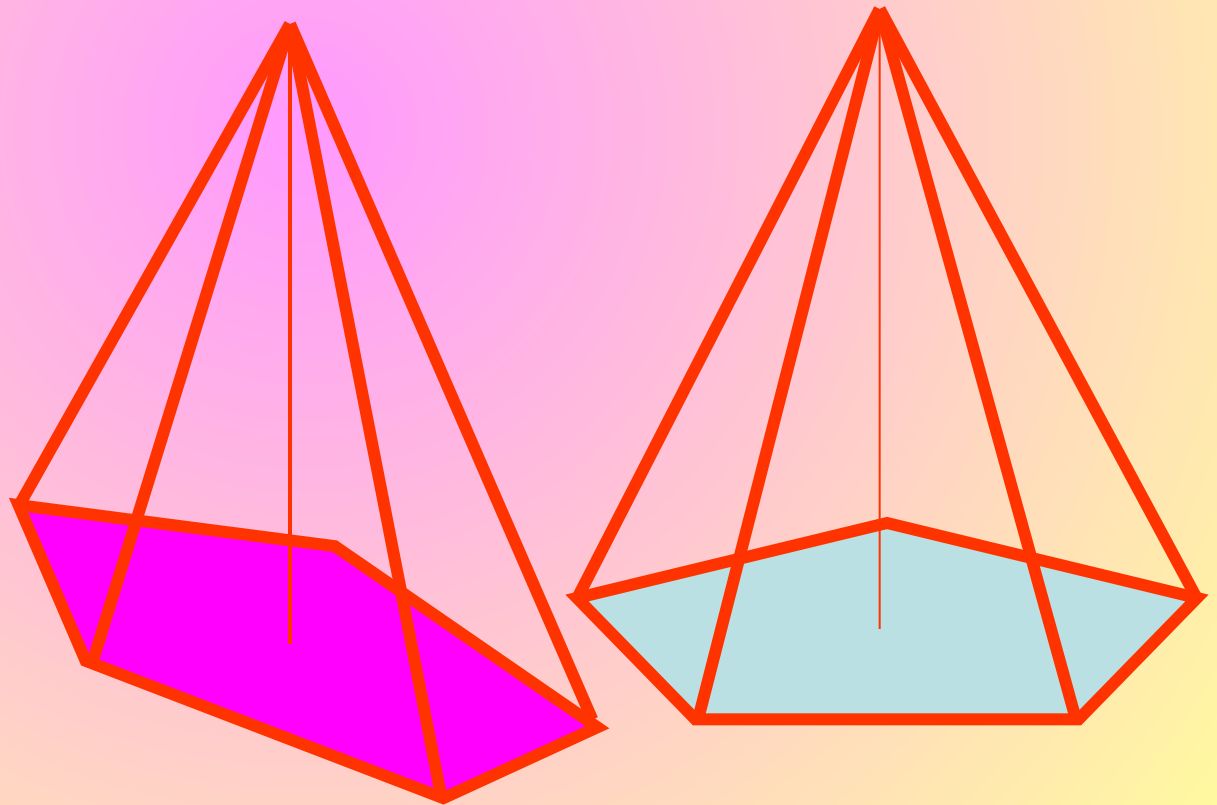
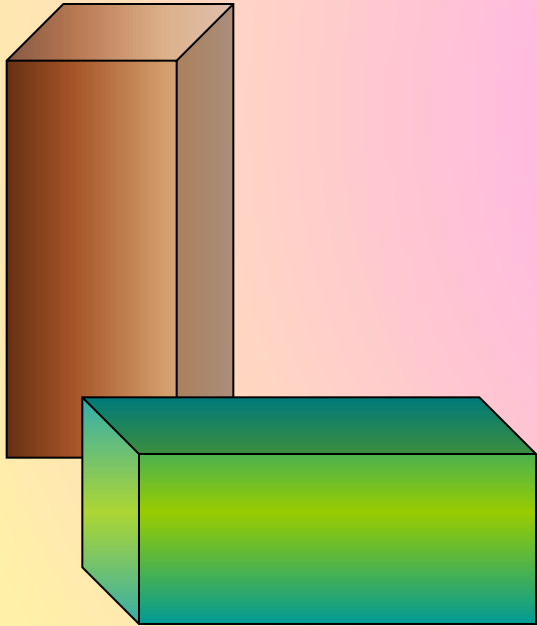
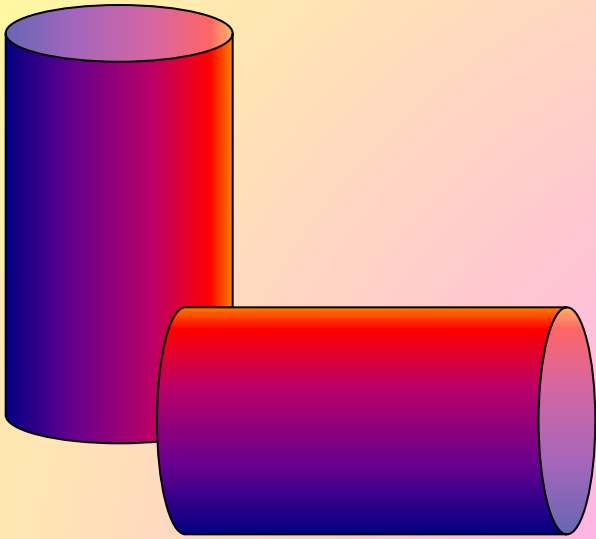
- Усвоить понятие объёма пространственной фигуры;
- Запомнить основные свойства объёма;
- Узнать формулы объёма прямоугольного параллелепипеда и прямоугольной призмы.

Чтобы найти объём многогранника,  
нужно разбить его на кубы с ребром,  
равным единице измерения.

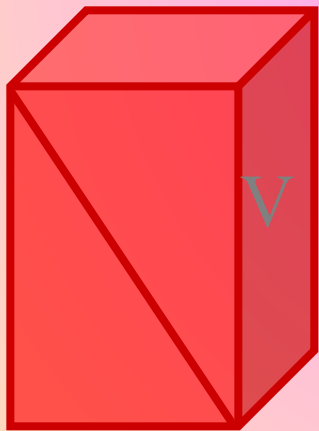


# Равные тела имеют равные объемы

Если тела А, В, С имеют равные размеры,  
то объемы этих тел – одинаковы.



Если тело разбить на части, являющиеся простыми телами, то объем тела равен объему его частей.



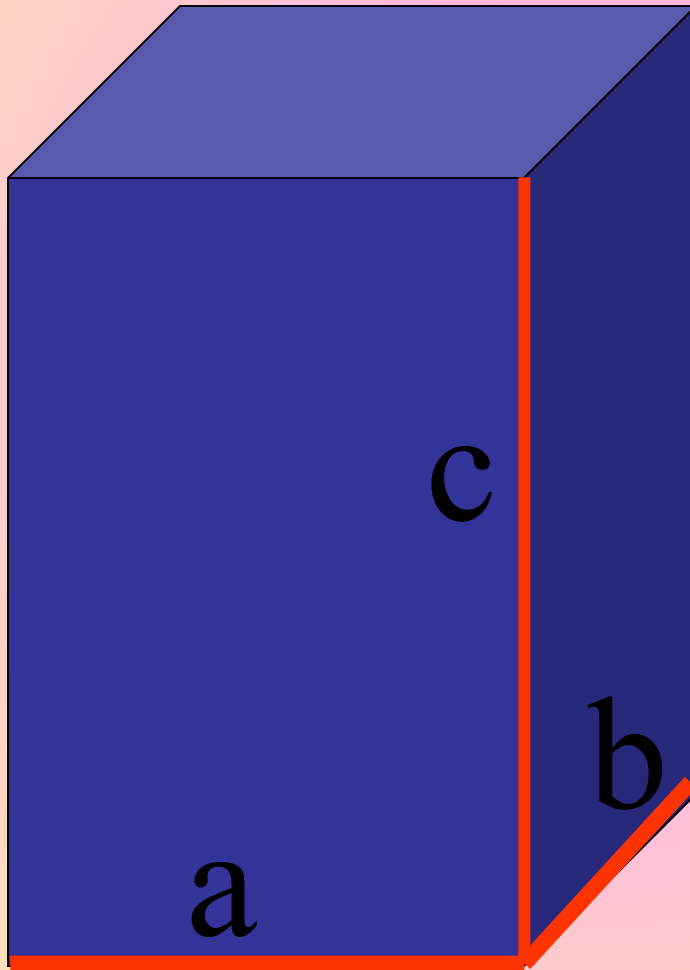
**V**

$V_2$

$V_1$

$$\mathbf{V = V_1 + V_2}$$

Напомним формулу объёма  
прямоугольного параллелепипеда.



$$V=abc$$



# Объем прямоугольного параллелепипеда

$1/10^n$

$$V = a * b * c$$

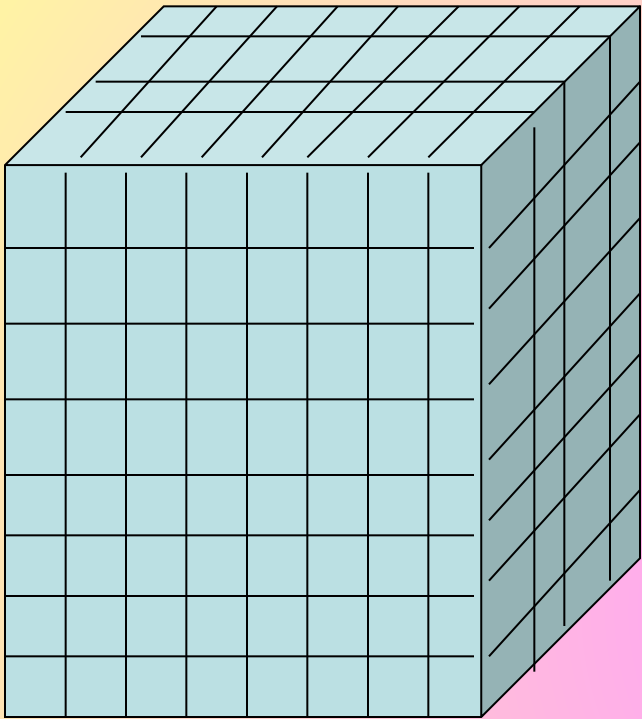
$a, b, c$ -конечные десятичные дроби

Каждое ребро разбивается параллельными плоскостями, проведенными через точки деления ребер на равные части длиной  $1/10^n$ .  
объем каждого полученного кубика будет равен  $1/10^{3n}$ , т.к. длина ребер этого кубика  $1/10^n$ , то

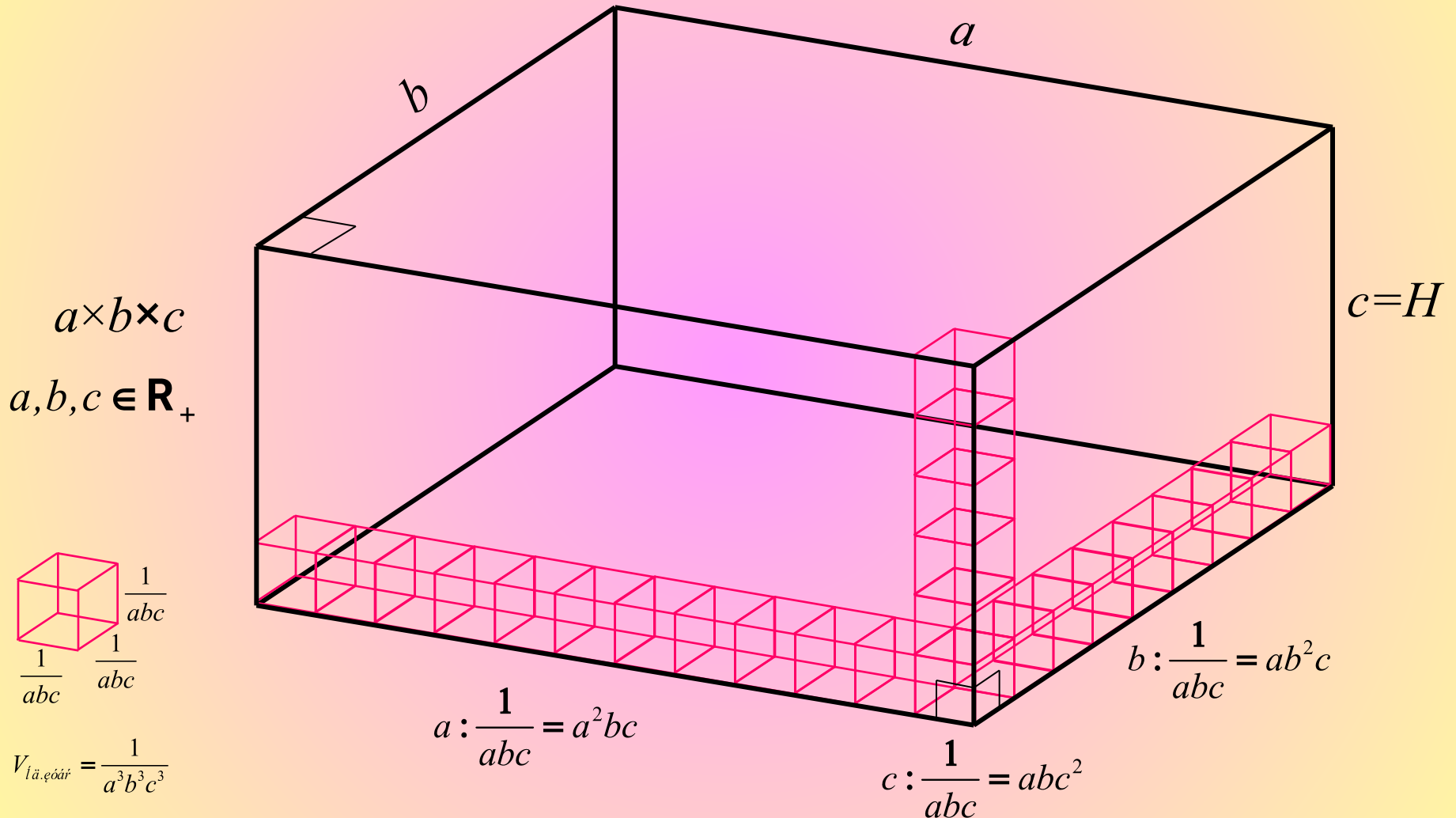
$$a * 10^n; b * 10^n; c * 10^n$$

Т.к.  $n \rightarrow +\infty$ , то  $V_n \rightarrow V = abc$

$$V = a * b * c * 10^{3n} * 1/10^{3n} = a * b * c$$

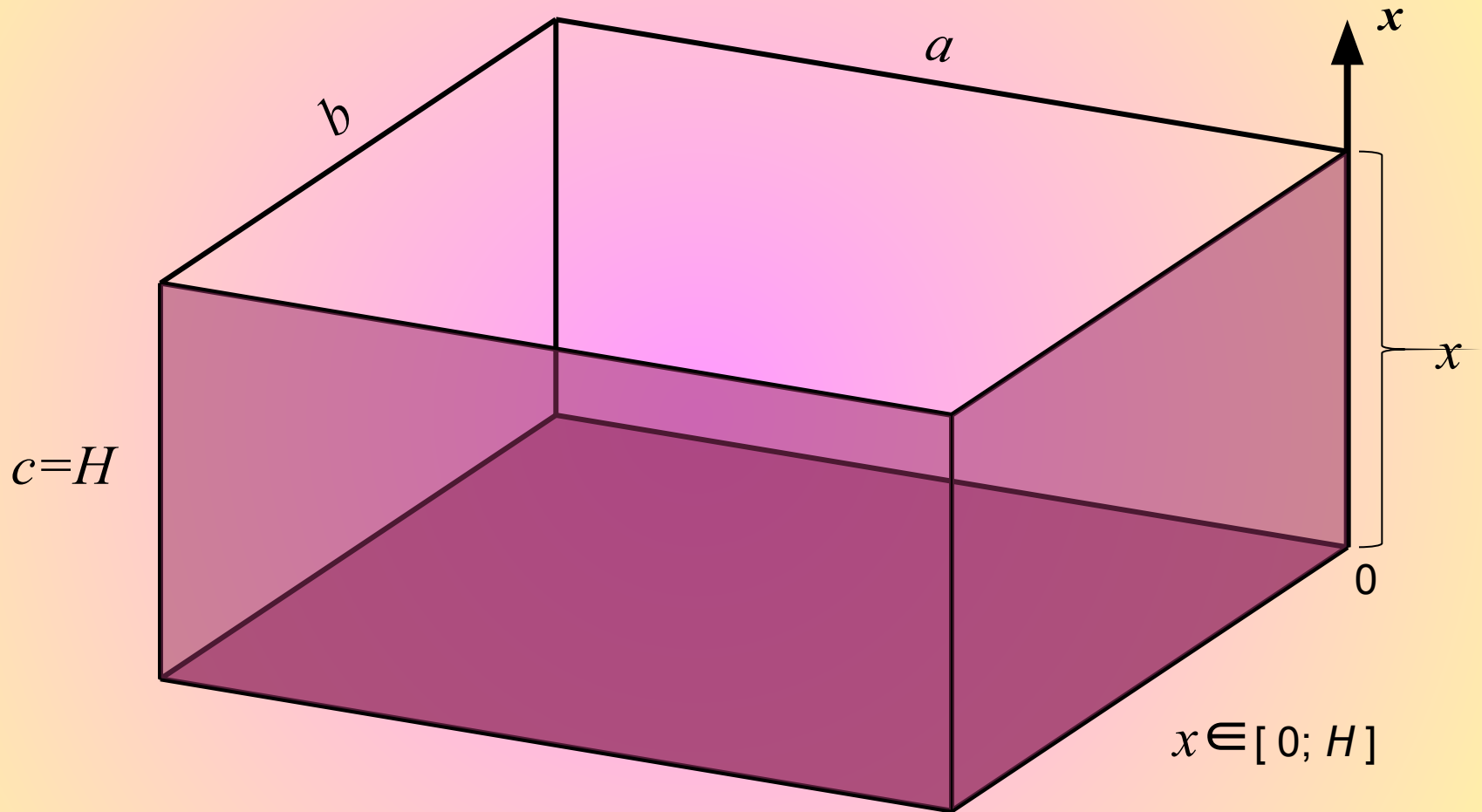


Самым естественным образом определяется объем прямоугольного параллелепипеда, как геометрического тела составленного из определенного количества единичных кубов. А значит, его объем определяется как сумма объемов этих единичных кубов.

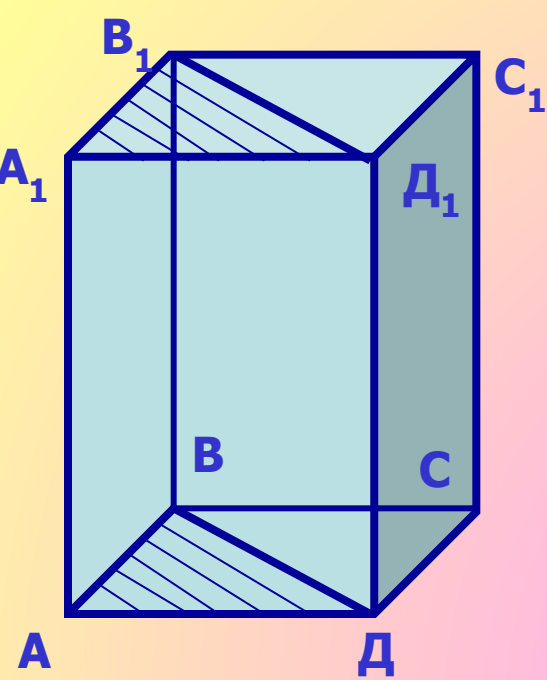


$$V = \frac{1}{a^3 b^3 c^3} \cdot a^2 bc \cdot ab^2 c \cdot abc^2 = abc = S_{\text{ни}} \cdot H$$

Эту же формулу объема прямоугольного параллелепипеда можно получить пользуясь понятием бесконечной интегральной суммы. Объем прямоугольного параллелепипеда можно понимать как бесконечную сумму площадей основания, взятых вдоль его высоты.



$$V = \int_0^H S_{\text{осн.}} dx = S_{\text{осн.}} \int_0^H dx = S_{\text{осн.}} \cdot x \Big|_0^H = \boxed{S_{\text{осн.}} \cdot H}$$



*Построим сечение прямоугольного параллелепипеда, проходящее через диагонали верхнего и нижнего оснований*

Следствие 1:

Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению площади основания на высоту.

$$V = S_{\text{ос}} \cdot h, \text{ т.к. } S_{\text{ос}} = a \cdot b; h = c$$

Следствие 2:

Объем прямой призмы, основанием которой является прямоугольный треугольник равен произведению площади основания на высоту.

$$\text{Т.к. } \triangle ABD - 1/2 \square ABCD \rightarrow S_{ABD} = 1/2 S_{ABCD} \rightarrow V_{ABC} = 1/2 S_{ABCD} \cdot h = S_{ABD} \cdot h$$

:2

$V \equiv abc : 2$

$V = abc : 2$

$V = Sc$

$V = Sh$

# Понятие объема.



Понятие объема в пространстве вводится аналогично понятию площади для фигур на плоскости.

**Определение 1.** *объемом тела* называется положительная величина, характеризующая часть пространства, занимаемую телом, и обладающая следующими свойствами:

равные тела имеют равные объемы; при параллельном переносе тела его объем не изменяется;

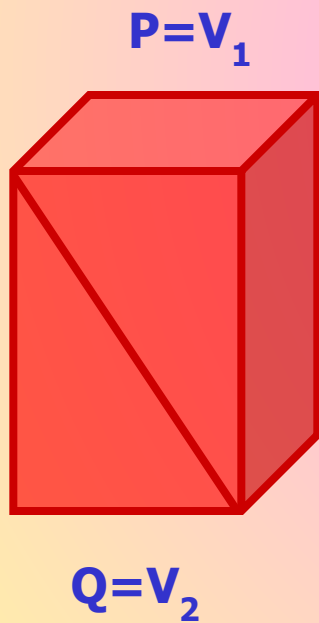
если тело разбить на части, являющиеся простыми телами, то объем тела равен объему его частей;

за единицу объема принят объем куба, ребро которого равно единице длины;

**Определение 2.** Тела с равными объемами называются *равновеликими*. Из свойства 2 следует, что если тело с объемом  $V_1$  содержится внутри тела с объемом  $V_2$ , то  $V_1 < V_2$ .

**№647 б)** Тело R состоит из тел P и Q, имеющих соответственно объемы  $V_1$ ,  $V_2$ . Выразить объем V тела R через  $V_1$ ,  $V_2$  если б) тела P и Q имеют общую часть, объем которой равен  $1/3V_1$

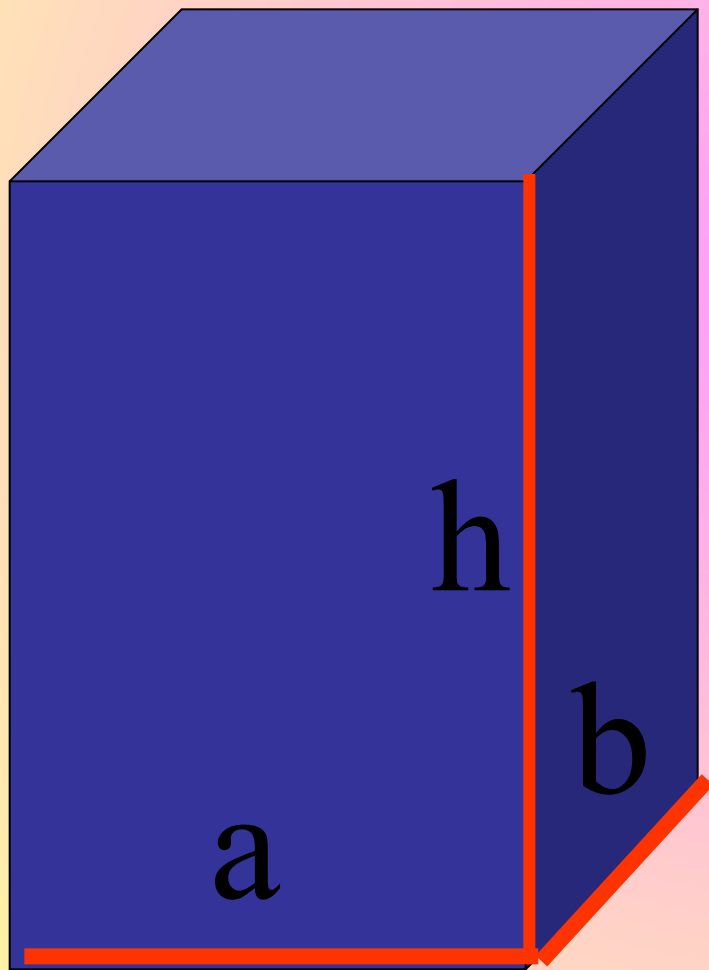
**Решение:**



$$V = V_1 + V_2 - 1/3V_1 = 2/3V_1 + V_2$$

⊥

**№ 648 а),** Найти объем прямоугольного параллелепипеда, стороны основания которого равны  $a$  и  $b$ , а высота равна  $h$ , если  $a=11$ ,  $b=12$ ,  $h=15$



$$\begin{aligned} V &= abc = Sh = \\ &= 11 * 12 * 15 = \\ &= 1980 \text{ ед}^3. \end{aligned}$$



**№6496) Найдите объем куба  $АВСДА_1В_1С_1Д_1$  ,  
если  $АС_1=3\sqrt{2}$**

**Дано:**  $АВСДА_1В_1С_1Д_1$  – куб,  $АС_1=3\sqrt{2}$

**Найти:**  $V$ - ?

**Решение:** Пусть ребро куба равно  $a$ , тогда  
из треугольника  $АДС$   $АС^2=a^2+a^2=2a^2$ ,

$С_1$  Рассмотрим треугольник  $АСС_1$ , найдем  $АС_1$

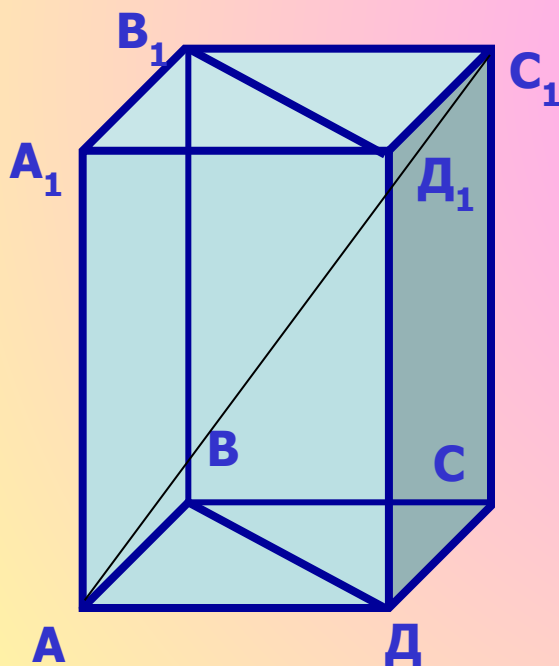
$АС_1^2=3a^2$ , выразим  $a$

$$a=АС_1/\sqrt{3} = 3\sqrt{2}/\sqrt{3}=\sqrt{6}$$

$$V=(\sqrt{6})^3=6\sqrt{6} \text{ (см}^3\text{)}$$

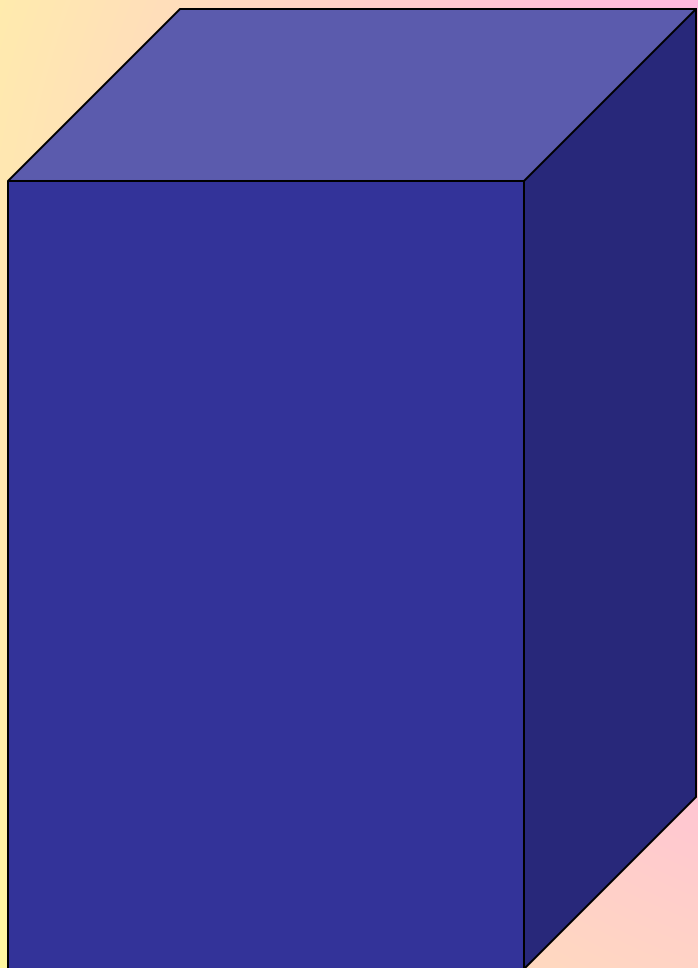
**Ответ:**  $V=6\sqrt{6} \text{ (см}^3\text{)}$

⊥



**№ 651 Кирпич имеет форму прямоугольного параллелепипеда с измерениями 25см, 12см и 6,5см. Плотность кирпича равна 1,8г/см<sup>3</sup>.**

**Найти его массу.**



**Решение:**

**Найдем объем тела**

$$V=25*12*6,5= 1950 \text{ (см}^3\text{)}$$

**Связь плотности тела с его  
массой и объемом**

$$P= m / V \quad m= P*V$$

$$m= 1,8*1950=3,51\text{(кг).}$$

**Ответ : m =3,51кг.**



№ 658 Найдите объем прямой призмы  $ABCA_1B_1C_1$ , если  $\angle BAC = 90^\circ$ ,  $BC = 37$  см,  $AB = 35$  см,  $AA_1 = 1,1$  дм

Дано:  $ABCA_1B_1C_1$  - прямая  
призма.  $\angle BAC = 90^\circ$   $BC = 37$  см,  
 $AB = 35$  см,  $AA_1 = 1,1$  дм

Найти:  $V$  - ?

Решение:  $V = S_{ABC} \cdot AA_1$  (по следствию 2)

$$S_{ABC} = 1/2 BA \cdot AC \cdot \cos A = 1/2 BA \cdot AC$$

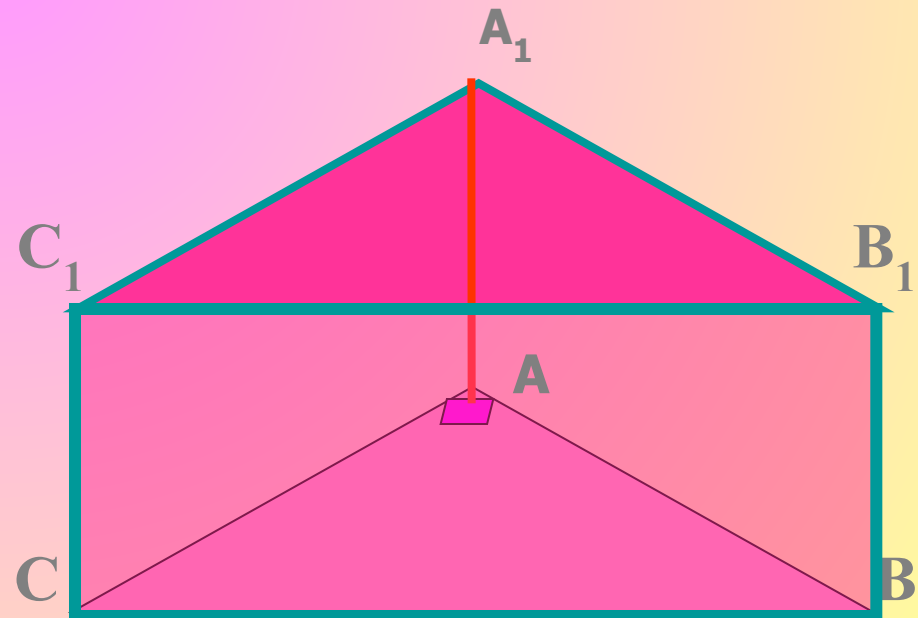
$$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} \quad AC = 12 \text{ см.}$$

$$S_{ABC} = 1/2 \cdot 35 \cdot 12 = 210 (\text{см}^2)$$

$$V = S_{ABC} \cdot AA_1$$

$$V = 210 \cdot 1,1 = 2310 (\text{см}^3)$$

Ответ:  $V = 2310 (\text{см}^3)$



## **Свойство объемов №1**

**Равные тела имеют равные объемы**

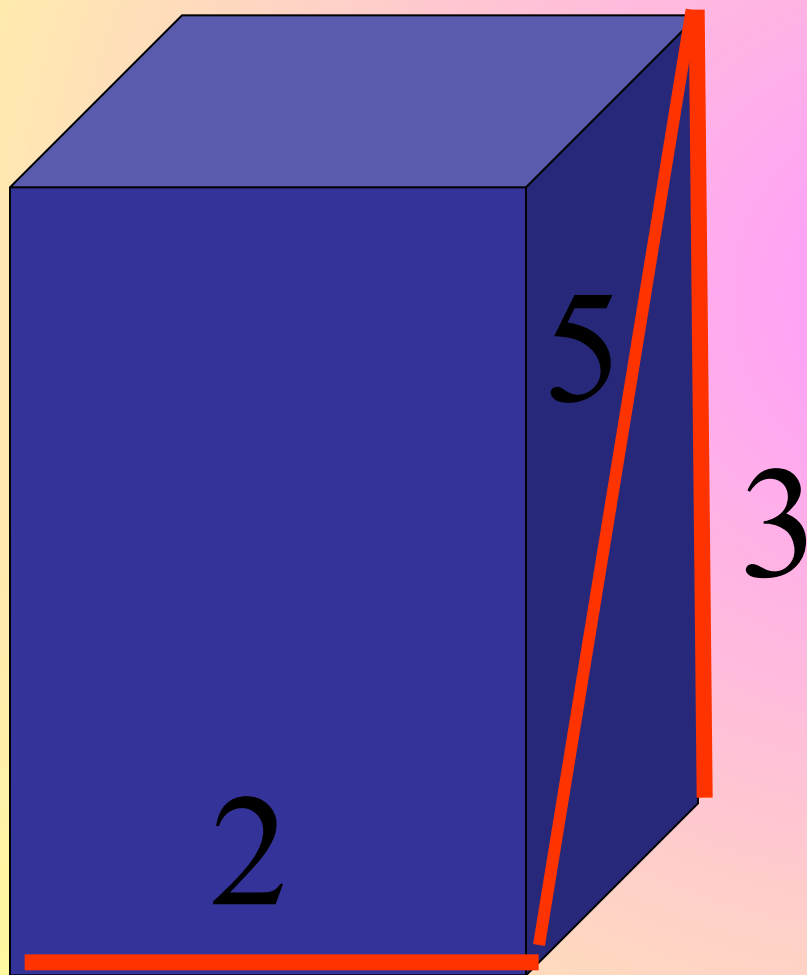
## **Свойство объемов №2**

**Если тело составлено из нескольких тел, то его объем равен сумме объемов этих тел.**

## **Свойство объемов №3**

**Если одно тело содержит другое, то объем первого тела не меньше объема второго.**

# Реши задачу

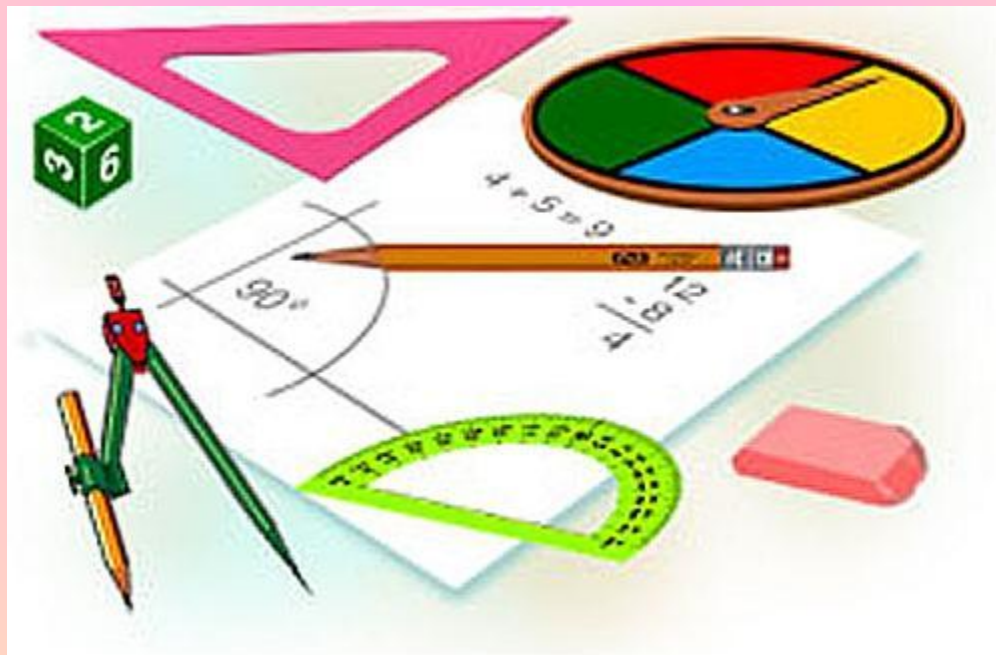


По рис.  
Найти  $V$  тела

Ответ: 24  
ед<sup>2</sup>.

# Домашнее задание

П. 74, 75, № 656, 658, 648, 649



# Библиография

- ❖ Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев  
«Геометрия, 10-11», М., Просвещение, 2007
- ❖ В.Я. Яровенко «Поурочные разработки по геометрии», Москва, «ВАКО», 2006



**УЧЕНИКОВИ!**

