



Решение логарифмических уравнений



Ткаченко Сергей Николаевич
Учитель математики

Муниципальное бюджетное образовательное учреждение средняя
общеобразовательная школа №11 г. Южного Курганинского района

Простейшее логарифмическое уравнение

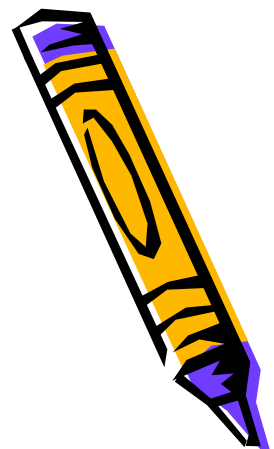
$$\log_a x = b \Rightarrow x = a^b, x > 0$$

Например: $\log_3 x = 2$
одз: $x > 0$

$$x = 3^2$$

$$x = 9; 9 \in \text{одз}$$

Ответ: 9



№1. Решить уравнения

$$a) \log_2(x+1) = 3$$

$$\log_2(x+1) = \log_2 2^3$$

$$x + 1 = 8$$

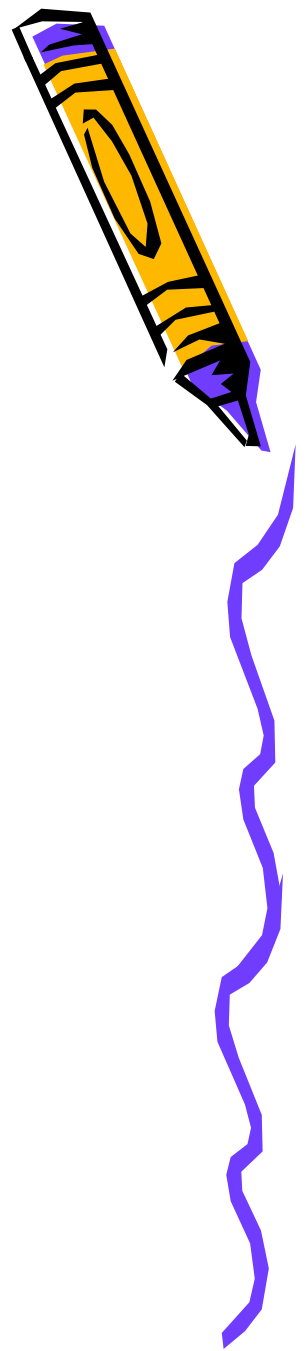
$$x = 7; 7 \in \text{одз}$$

одз:

$$x + 1 > 0$$

$$x > -1$$

Ответ: 7



$$б) \log_2(x+1) + \log_2(x+3) = 3$$

$$одз: \begin{cases} x+1 > 0 \\ x+3 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x > -3 \end{cases} \Rightarrow x > -1$$

$$\log_2((x+1)(x+3)) = \log_2 2^3$$

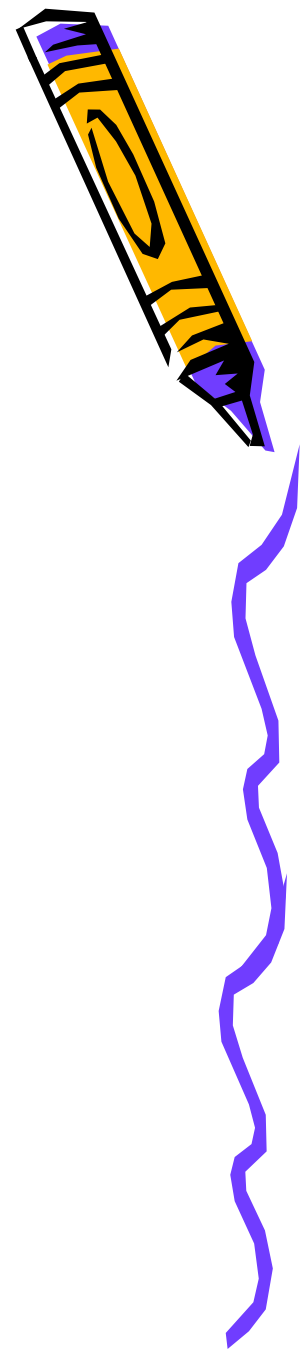
$$x^2 + 4x + 3 = 8$$

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$x_1 = 1; \quad 1 \in одз$$

$$x_2 = -5; \quad -5 \notin одз$$

Ответ: 1



$$в) \lg(x + 3) = 2 \lg 2 - \lg x$$

Решение

$$з) \log_7 36 - \log_7 (3x - 12) = \log_7 4$$

Решение

$$д) \log_4^2 x + \log_4 \sqrt{x} - 1,5 = 0$$

Решение

Далее



Решение уравнения под буквой в

$$в) \lg(x+3) = 2\lg 2 - \lg x$$

$$\text{одз: } \begin{cases} x+3 > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -3 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow x > 0$$

$$\lg(x+3) + \lg x = \lg 2^2$$

$$\lg(x(x+3)) = \lg 4$$

$$x^2 + 3x = 4$$

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$x_1 = 1; \quad 1 \in \text{одз}$$

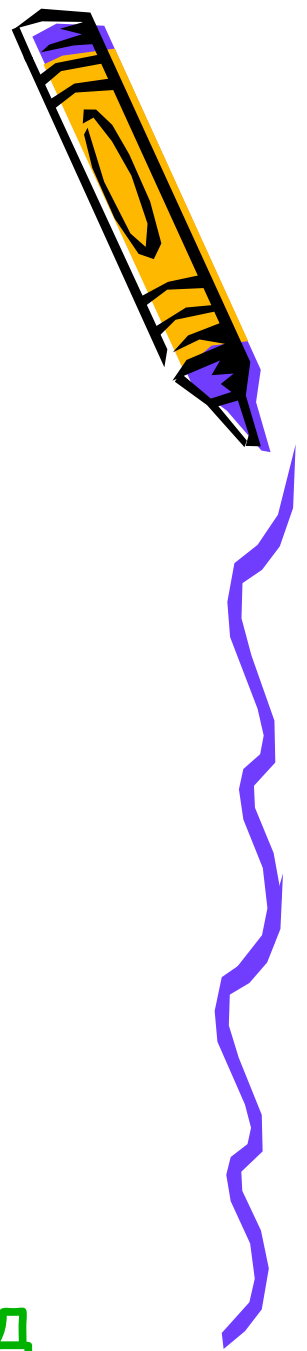
$$x_2 = -4; \quad -4 \notin \text{одз}$$

Согласно свойству:

$$p \log_a b = \log_a b^p$$

Ответ : 1

[Назад](#)



Решение уравнения под буквой г

$$z) \log_7 36 - \log_7 (3x - 12) = \log_7 4$$

$$\log_7 (3x - 12) = \log_7 36 - \log_7 4$$

$$\log_7 (3x - 12) = \log_7 \frac{36}{4}$$

$$3x - 12 = 9$$

$$3x = 21$$

$$x = 7; 7 \in \text{одз}$$

одз:

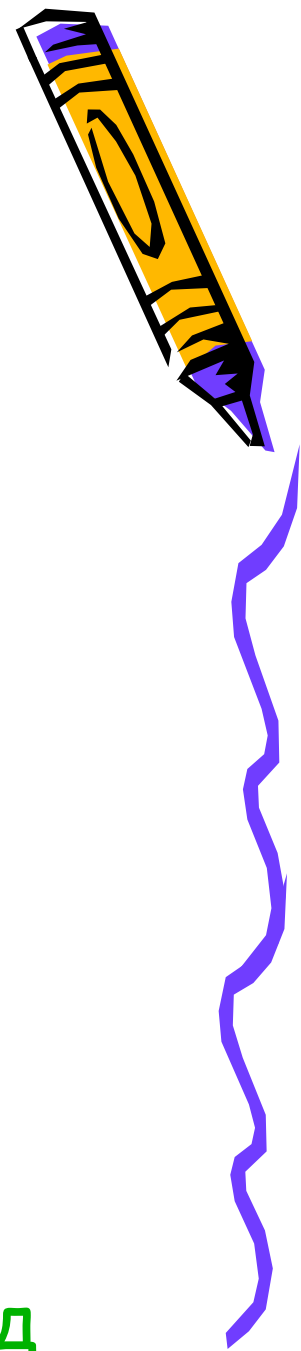
$$3x - 12 > 0$$

$$3x > 12$$

$$x > 4$$

Ответ: 7

[Назад](#)



Решение уравнения под буквой д

$$д) \log_4^2 x + \log_4 \sqrt{x} - 1,5 = 0$$

$$\text{одз: } x > 0$$

$$\log_4^2 x + \frac{1}{2} \log_4 x - 1,5 = 0$$

$$\text{Обозначим: } \log_4 x = t \quad \log_4 x = 1$$

$$t^2 + 0,5t - 1,5 = 0$$

$$x = 4; 4 \in \text{одз}$$

$$t_1 = 1$$

$$t_2 = -1,5$$

$$\log_4 x = -1,5$$

$$x = 4^{-1,5}$$

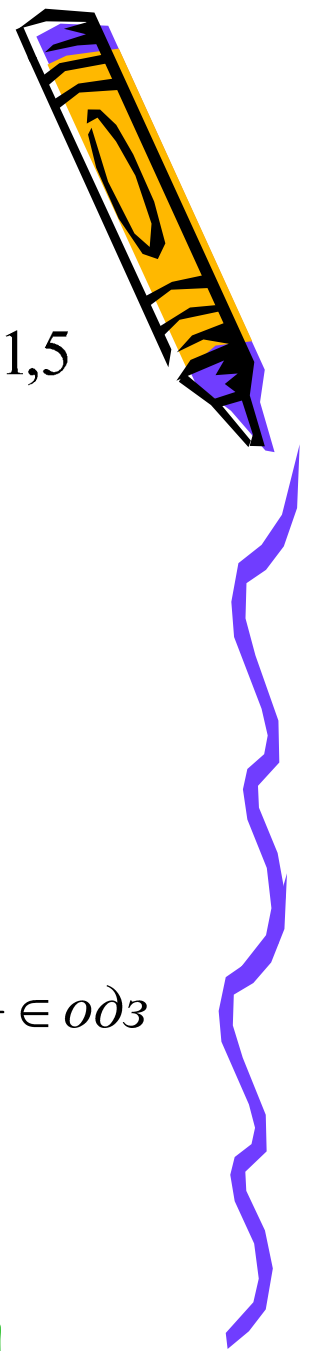
$$x = \frac{1}{4^{\frac{3}{2}}}$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{4^3}}$$

$$x = \frac{1}{8}; \frac{1}{8} \in \text{одз}$$

Ответ : 0,125;4

[Назад](#)



Решение уравнений с разными основаниями

$$a) \log_a x = \log_{\sqrt{a}} 2 + \log_{\frac{1}{a}} 3$$

$$\log_a x = \log_{a^{\frac{1}{2}}} 2 + \log_{a^{-1}} 3$$

$$\log_a x = \frac{1}{\frac{1}{2}} \log_a 2 + \frac{1}{-1} \log_a 3$$

$$\log_a x = 2 \log_a 2 - \log_a 3$$

$$\log_a x = \log_a \frac{2^2}{3}$$

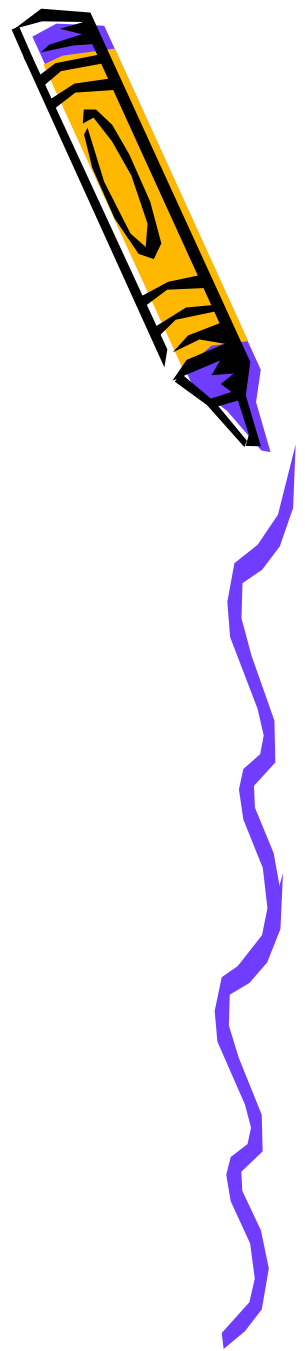
$$x = \frac{4}{3}; \frac{4}{3} \in \text{одз}$$

$$\text{одз} : x > 0$$

Опираясь на свойство:

$$\log_{a^q} b = \frac{1}{q} \log_a b$$

$$\text{Ответ} : \frac{4}{3}$$



$$б) \log_x 2 - \log_4 x + \frac{7}{6} = 0$$

$$\frac{1}{\log_2 x} - \frac{1}{2} \log_2 x + \frac{7}{6} = 0$$

$$6 - 3 \log_2^2 x + 7 \log_2 x = 0$$

$$3 \log_2^2 x - 7 \log_2 x - 6 = 0$$

Обозначим : $\log_2 x = t$

$$3t^2 - 7t - 6 = 0$$

$$D = (-7)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-6) = 121$$

$$t_1 = \frac{7+11}{6} = 3$$

$$t_2 = \frac{7-11}{6} = -\frac{2}{3}$$

$$одз : \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Rightarrow x \in (0;1) \cup (1;+\infty)$$

Опираясь на свойство:

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\log_2 x = 3$$

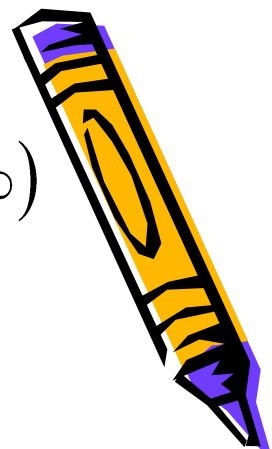
$$x = 8; 8 \in одз$$

$$\log_2 x = -\frac{2}{3}$$

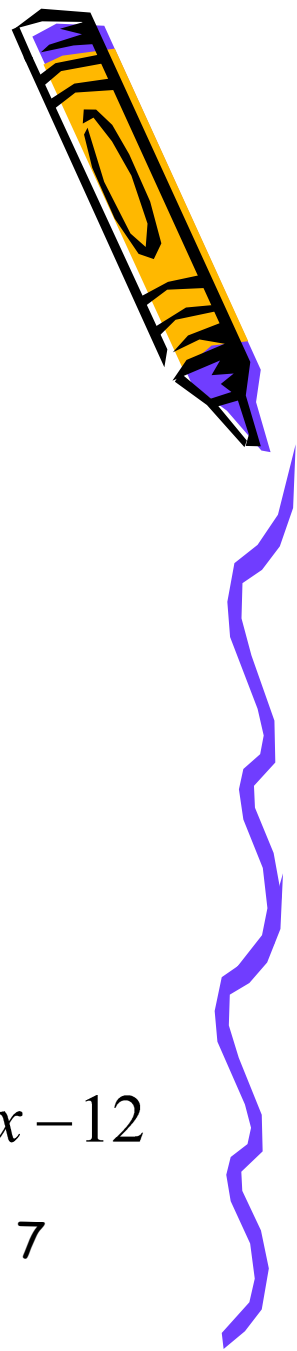
$$x = 2^{-\frac{2}{3}}$$

$$x = \frac{1}{\sqrt[3]{4}}; \frac{1}{\sqrt[3]{4}} \in одз$$

$$Ответ : \frac{1}{\sqrt[3]{4}}; 8$$



Задание из пособия по подготовке к ЕГЭ-2010



Найти наибольший корень уравнения:

$$a) 2 \log_{x+1} 3 - 3 \log_3 (x+1) + 5 = 0$$

Ответ: 8

$$б) 2 \log_{3x+1} 4 - \log_2 (3x+1) + 3 = 0$$

Ответ: 5

$$в) 2x \log_2 (x-3) - 3 \log_2 (x^2 - 6x + 9) = 4x - 12$$

Ответ: 7



Использованная литература:

Алгебра и начала анализа: Учеб. для 10-11 кл. ср. шк./ А.Н. Колмогоров, А.М. Абрамов, Ю.П. Дудницын и др.; Под ред. А.Н. Колмогорова. М.: Просвещение,
Математика. Подготовка к ЕГЭ-2010/Под редакцией Ф.Ф. Лысенко, С.Ю. Кулабухова. - Ростов-на-Дону: Легион-М, 2009

