

Отгадайте ключевое слово урока

- 1) С ее появлением математика перешагнула из алгебры в математический анализ;
- 2) Ньютон назвал ее «флюксийей» и обозначал точкой;
- 3) Бывает первой, второй, ... ;
- 4) Обозначается штрихом.

Что называется производной?

- Производной функции в данной точке называется предел отношения приращения функции в этой точке к приращению аргумента, когда приращение аргумента стремится к нулю.

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

1. C	2. \sqrt{x}	3. x	4. $-\frac{1}{\sin^2 x}$	5. $-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} X$	6. $\frac{1}{1+x^2}$
7. e^x	8. $\arcsin x$	9. a^x	10. $\sin x$	11. $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	12. $a^x \ln a$
13. x^n	14. $\operatorname{tg} x$	15. $\operatorname{lg} x$	16. $\cos x$	17. $\frac{1}{2\sqrt{x}}$	18. $\arccos x$
19. 1	20. $\frac{1}{x \ln 10}$	21. $\frac{1}{x}$	22. nx^{n-1}	23. $\log_a x$	24. $-\sin x$
25. $\operatorname{arctg} x$	26. $-\frac{1}{1+x^2}$	27. 0	28. $\frac{1}{\cos^2 x}$	29. $\operatorname{arctg} x$	30. $\frac{1}{x}$
31. $\cos x$	32. $\ln x$	33. $\operatorname{ctg} x$	34. $\frac{1}{x \ln a}$	35. e^x	36. $-\frac{1}{x^2}$

ОТВЕТЫ

ГРУППА I

5 1 2 4 3

ГРУППА II

2 1 5 3 4

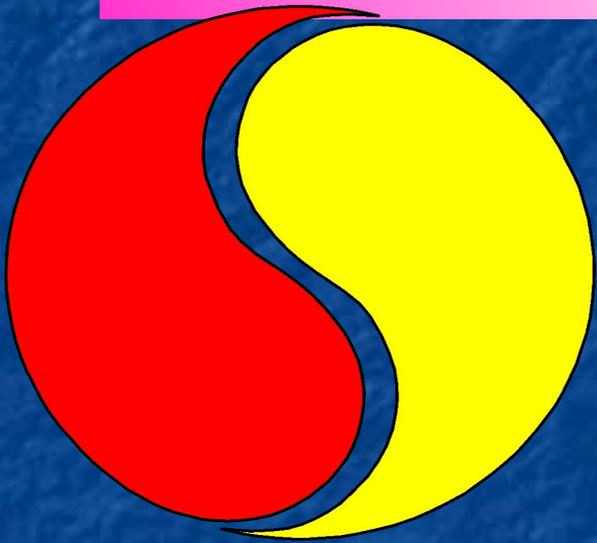
ГРУППА III

5 1 4 3 2

ГРУППА IV

4 3 2 5 6 1

*Решение практических
задач с помощью
производной*



Тангенс угла наклона касательной к графику некоторой функции равен значению производной в абсциссе точки касания

Уравнение касательной к графику некоторой функции в точке с абсциссой a имеет вид:

$$Y=f(a)+f'(a)(x-a)$$

Угловым коэффициентом касательной к графику некоторой функции в точке с абсциссой a равен значению производной этой функции в точке a

$f'(x)$



Применяется при вычислении угла наклона орудия, при определении калибра орудия, при расчете траектории полета снаряда.



1. Снаряд движется по траектории, заданной формулой $y=4x^3-3x+5$. Каков будет угол наклона в точке с абсциссой $x_0=0,5$

Решение:

$f'(x)$



$$f'(x)$$

Механический смысл

Производная пути по времени есть скорость, производная скорости по времени есть ускорение.



Применяется при расчете скорости и ускорения машины, величины тормозного пути, при выявлении нарушений при движении автомобиля.

Машина движется по автостраде так, что расстояние от начальной точки изменяется по закону $S=5t-0,5t^2$ (м), где t – время движения в секундах. Найдите скорость тела через 2 секунды после начала движения.



Из города выезжают 2 автомобиля и некоторое время движутся по законам $s_1(t) = -t^2 + 6t$ и $s_2(t) = 4t$. Какое расстояние будет между ними, когда их скорость станет одинаковой?



Рокер движется по прямой дороге г. Набережные Челны так, что расстояние S до него от поста ГАИ изменяется по закону $S=4+3t-0,5t^2$ (м), где t – время движения в секундах. Рассчитайте тормозной путь его мотоцикла.



Примеры физических величин и их производных

- Плотность-производная массы по объёму
- Сила-производная работы по перемещению
- Мощность-производная работы по времени
- Скорость-производная координаты по времени

- Ускорение-производная скорости по времени
- Давление-производная силы по площади
- ЭДС индукции-производная магнитного потока по времени
- Сила тока-производная заряда по времени

Задача №1

Скорость школьного автобуса массой 5 т возрастает по закону $u = 0,1t^3 + 0,2t$.

Определить равнодействующую всех сил, действующих на него в момент времени 2 с.



Решение

$$F = ma = m v'$$

$$F = m(0,1t^3 + 0,2t)' = m(0,3t^2 + 0,2)$$

$$F = 5000(0,3 \cdot 4 + 0,2) = 7000(H) = 7кН$$

Задача №2

Уравнение колебаний тела на

пружине имеет вид $x = 5\cos 2t$.

В какой ближайший момент времени скорость тела будет максимальной?



1. Пусть $Q(t)$ количество теплоты, которое необходимо для нагревания тела массой 1 кг от 0°C до температуры t° (по Цельсию), известно, что в диапазоне $0^\circ \leq t \leq 95^\circ$, формула

$$Q(t) = 0,396 t + 2,081 \cdot 10^{-3} t^2 - 5,024 \cdot 10^{-7} t^3$$

дает хорошее приближение к истинному значению. Найдите, как зависит теплоёмкость воды от t .

$$C(t) = Q'(t) = 0,396 + 4,162 \cdot 10^{-3} t - 15,072 \cdot 10^{-7} t^2$$



Производная в химии

ЗАДАЧА ПО ХИМИИ:

Пусть количество вещества, вступившего в химическую реакцию задается зависимостью:

$$p(t) = t^2/2 + 3t - 3 \text{ (моль)}$$

Найти скорость химической реакции через 3 секунды.



Решение:

Понятие на языке химии	Обозначение	Понятие на языке математики
Количество v - ва в момент времени t_0	$p = p(t_0)$	Функция
Интервал времени	$\Delta t = t - t_0$	Приращение аргумента
Изменение количества v - ва	$\Delta p = p(t_0 + \Delta t) - p(t_0)$	Приращение функции
Средняя скорость химической реакции	$\Delta p / \Delta t$	Отношение приращения функции к приращению аргумента

$$V(t) = p'(t)$$

Задача №3

Количество вещества, получаемого в химической реакции, зависит от времени следующим образом :

$$Q = a (1 + be^{-kt})$$

Определите скорость реакции.

Решение

$$\frac{dQ}{dt} = Q' = (a + abe^{-kt})' = -abke^{-kt}$$



Производная в биологии

ЗАДАЧА ПО БИОЛОГИИ:

По известной зависимости
численности популяции $x(t)$
определить относительный
прирост

в момент времени t



ПОПУЛЯЦИЯ – ЭТО СОВОКУПНОСТЬ
ОСОБЕЙ ДАННОГО ВИДА, ЗАНИМАЮЩИХ
ОПРЕДЕЛЁННЫЙ УЧАСТОК ТЕРРИТОРИИ
ВНУТРИ АРЕАЛА ВИДА, СВОБОДНО
СКРЕЩИВАЮЩИХСЯ МЕЖДУ СОБОЙ И
ЧАСТИЧНО ИЛИ ПОЛНОСТЬЮ
ИЗОЛИРОВАННЫХ ОТ ДРУГИХ
ПОПУЛЯЦИЙ, А ТАКЖЕ ЯВЛЯЕТСЯ
ЭЛЕМЕНТАРНОЙ ЕДИНИЦЕЙ ЭВОЛЮЦИИ.



РЕШЕНИЕ:

Понятие на языке биологии	Обозначение	Понятие на языке математики
Численность в момент времени t_1	$x = x(t)$	Функция
Интервал времени	$\Delta t = t_2 - t_1$	Приращение аргумента
Изменение численности популяции	$\Delta x = x(t_2) - x(t_1)$	Приращение функции
Скорость изменения численности популяции	$\Delta x / \Delta t$	Отношение приращения функции к приращению аргумента
Относительный прирост в данный момент	$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Delta x / \Delta t$	Производная

$$P = x'(t)$$

Производная в географии

Рост численности населения

Задача :

- Вывести формулу для вычисления численности населения на ограниченной территории в момент времени



РЕШЕНИЕ:

Пусть $y=y(t)$ - численность населения.

Рассмотрим прирост населения за $\Delta t=t-t_0$

$\Delta y=k y \Delta t$, где $k=k_p - k_c$ – коэффициент прироста
(k_p – коэффициент рождаемости,

k_c – коэффициент смертности)

$$\Delta y / \Delta t = k y$$

При $\Delta t \rightarrow 0$ получим $\lim \Delta y / \Delta t = y'$

$$y' = k y$$

Задача о мгновенной величине тока

Обозначим через $q = q(t)$ количество электричества, протекающее через поперечное сечение проводника за время t .

Пусть Δt – некоторый промежуток времени, $\Delta q = q(t + \Delta t) - q(t)$ – количество электричества, протекающее через указанное сечение за промежуток времени от момента t до момента $t + \Delta t$. Тогда отношение $\frac{\Delta q}{\Delta t}$ называют средней силой тока.

Мгновенной силой тока в момент времени t называется предел отношения приращения количества электричества Δq ко времени Δt , при условии, что $\Delta t \rightarrow 0$.

$$I(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} I_{cp} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t}$$



Экономические задачи

Рассмотрим ситуацию: пусть y - издержки производства, а x - количество продукции, тогда Δx - прирост продукции, а Δy - приращение издержек производства.

В этом случае производная $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ выражает предельные

издержки производства и характеризует приблизительно дополнительные затраты на производство дополнительной

единицы продукции $MC = \frac{dTC}{dQ}$, где MC – предельные

издержки (marginal costs); TC – общие издержки (total costs); Q - количество. $C(t)$ CC

Экономические задачи

Пусть функция $u(t)$ выражает количество произведенной продукции за время t . Найдем производительность труда в момент t_0 .

За период от t_0 до $t_0 + t$ количество продукции изменится от $u(t_0)$ до $u_0 + \Delta u = u(t_0 + \Delta t)$. Тогда средняя производительность труда за этот период

поэтому производительность труда в момент t_0

$$z = \frac{\Delta u}{\Delta t}$$

$$z = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta t}$$

Применение производной:

- 1) Мощность – это производная работы по времени
 $P = A'(t)$.
- 2) Сила тока – производная от заряда по времени
 $I = q'(t)$.
- 3) Сила – есть производная работы по перемещению
 $F = A'(x)$.
- 4) Теплоемкость – это производная количества теплоты по температуре $C = Q'(t)$.
- 5) Давление – производная силы по площади $P = F'(S)$
- 6) Длина окружности – это производная площади круга по радиусу $l_{\text{окр}} = S'_{\text{кр}}(R)$.
- 7) Темп роста производительности труда – это производная производительности труда по времени.
- 8) Успехи в учебе? Производная роста знаний.

ЗАДАНИЯ ЕГЭ (В8)

Прямая $y = 6x + 9$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 + 7x - 6$. Найдите абсциссу точки касания.

Прямая $y = 4x + 9$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 + 7x - 4$. Найдите абсциссу точки касания.

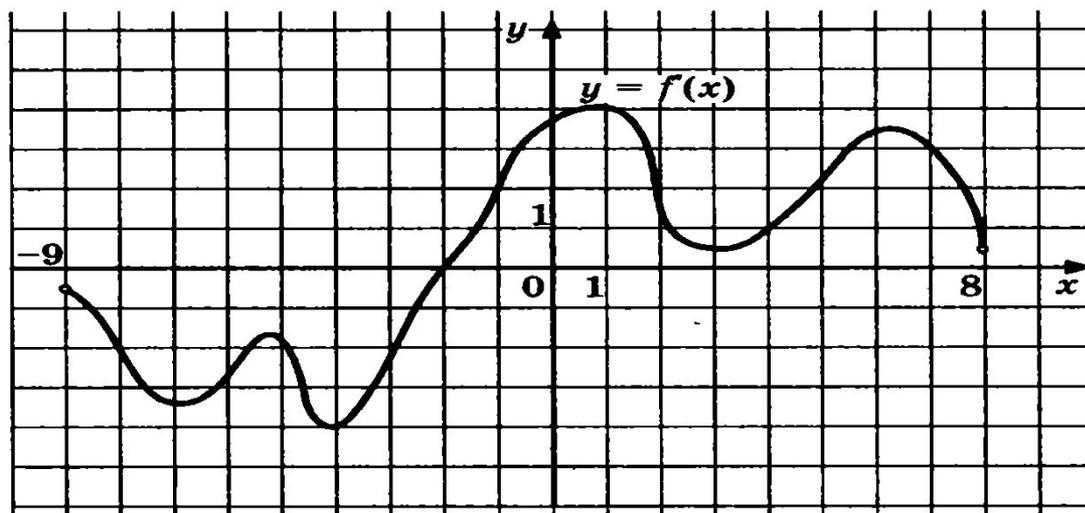
B8

1594. Прямая $y = 5x + 14$ является касательной к графику функции $y = x^3 - 4x^2 + 9x + 14$. Найдите абсциссу точки касания.

1595. Прямая $y = -4x - 8$ является касательной к графику функции $y = x^3 - 3x^2 - x - 9$. Найдите абсциссу точки касания.

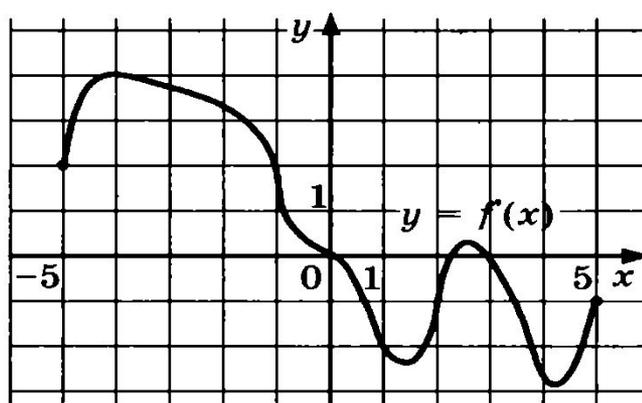
B8

1596. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-9; 8)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = 2x + 5$ или совпадает с ней.



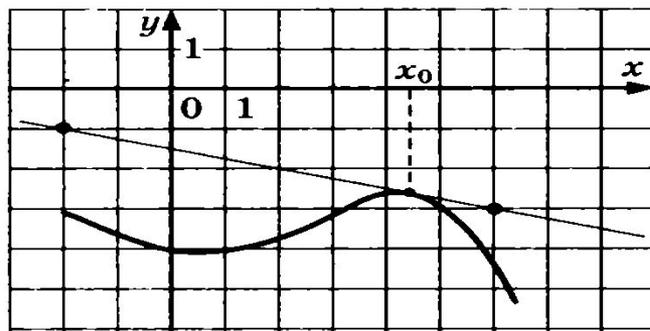
B8

1599. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-5; 5)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = 3x - 8$ или совпадает с ней.



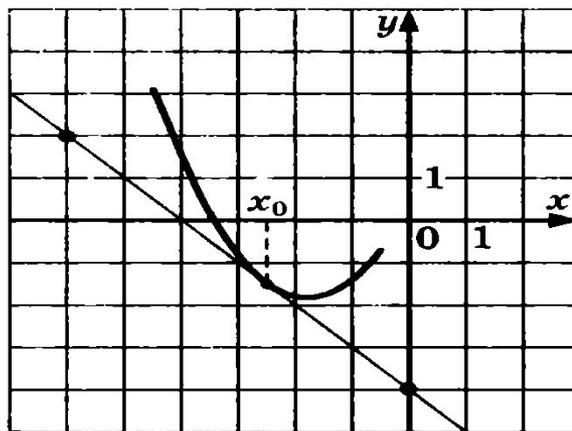
B8

1785. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



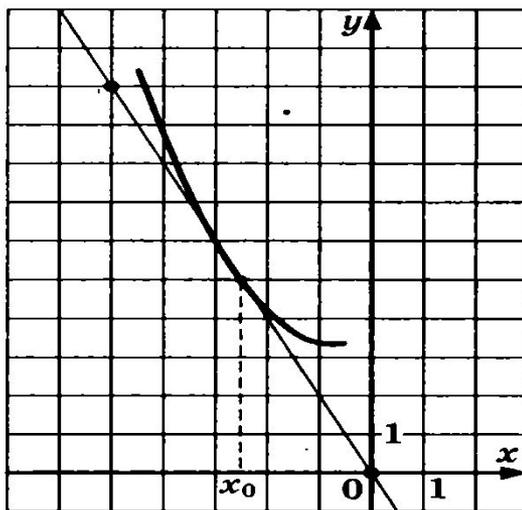
B8

1791. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



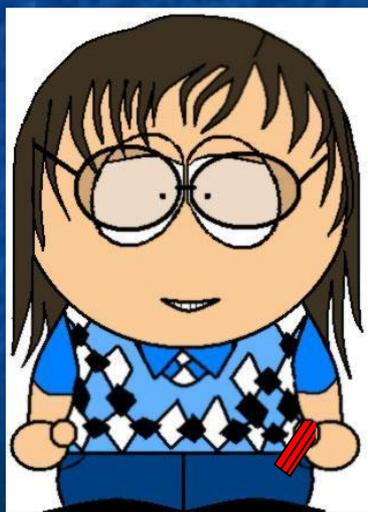
B8

1800. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



К ЭКЗАМЕНУ СЛЕДУЕТ
ГОТОВИТЬСЯ **ОЧЕНЬ
СЕРЬЕЗНО !!!**

**Дальнейших
успехов в
достижении
поставленной
цели !!!**



Итоги урока



Продолжите фразу:

- «Сегодня на уроке я узнал...»
- «Сегодня на уроке я научился...»
- «Сегодня на уроке я познакомился...»
- «Сегодня на уроке я повторил...»
- «Сегодня на уроке я закрепил...»