

Тема: «Окружность вписанная в правильный многоугольник»

Автор: учитель математики
МБОУ «СОШ № 9» Некдаров Х.Л.

Данная тема является частью темы «Правильные многоугольники», которая в свою очередь находит широкое применение при изучении тем «Длина окружности» и «Площадь круга»

Цель урока:

- 1) Закрепление изученного на первом уроке материала;
- 2) Изучение теоремы об окружности вписанной в правильный многоугольник и следствий из них.

Учащиеся должны:

знать – определение правильного многоугольника, формулу для вычисления угла α_n правильного n – угольника, формулировку и доказательство теоремы об окружностях, описанной около правильного многоугольника и вписанной в него, следствия из второй теоремы;

уметь – применять эти знания при решении задач.

Оборудование: компьютер,
проектор,
экран.

Ход урока:

I. Повторение.

1. Правильный многоугольник - ?
2. Формула для вычисления угла правильного многоугольника - ?
3. Решение задач.
(Все учащиеся получают карточки задач с печатной основой)

1. Учащиеся по очереди комментируют решение задач, при этом решение посредством анимации появляется на экране. Все учащиеся делают записи в своих карточках. При этом внимание учителя на учащихся, а не на доске, экономия времени, дизайн, образец краткой записи решения задач для учащихся.

2. Данный электронный вариант решения задач может использоваться учащимися как тренажёр для решения задач такого типа.

1) Найти величину каждого угла для пятиугольника ABCDE.

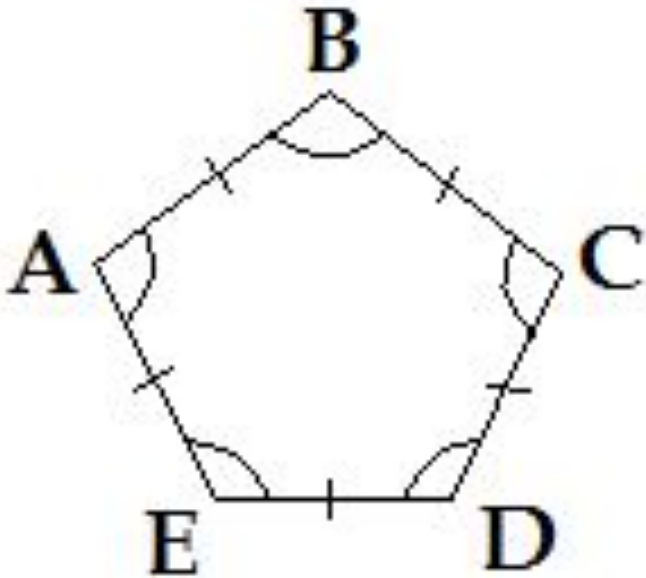
Решение.

В данном пятиугольнике все стороны равны и все углы равны, значит этот пятиугольник правильный.

Тогда:

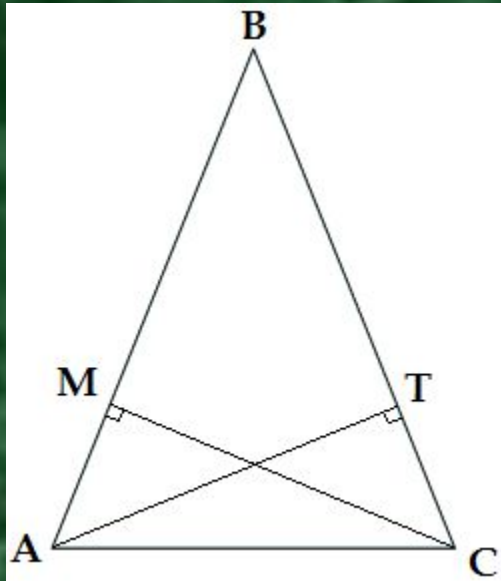
$$\alpha_n = \frac{n-2}{n} \cdot 180^\circ.$$

$$\alpha_5 = \frac{5-2}{5} \cdot 180^\circ = 108^\circ.$$



2) Докажите, что треугольник, две высоты которого, проведённые к боковым сторонам, равны, является равнобедренным

Решение.



Рассмотрим треугольники AMC и CTA:

1) Треугольники прямоугольные, т.к. AT и CM высоты треугольника ABC - по условию;

2) AC – общая гипотенуза;

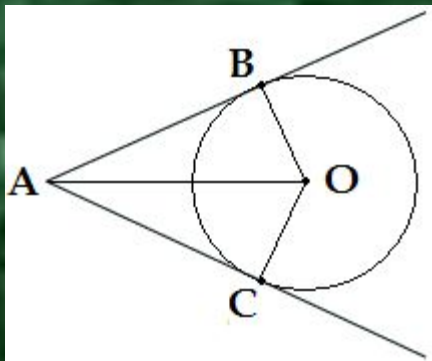
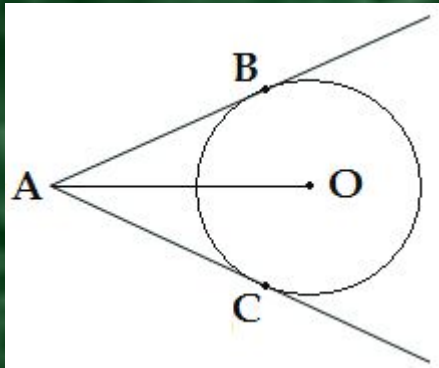
3) $AT = CM$ - по условию;

4) Треугольники AMC и CTA равны по гипотенузе (AC) и катету ($AT = CM$).
Значит угол MAC равен углу TCA

5) Треугольник ABC – равнобедренный (по признаку равнобедренного треугольника), что и требовалось доказать.

3) Окружность радиусом 5см касается сторон угла А в точках В и С. Найдите длины отрезков АВ и АС, если центр окружности удалён от вершины угла на 13см.

Решение



1) $AB=AC$ – отрезки касательных проведённых из одной точки А

2) Построим радиусы OB и OC .

3) $OB \perp AB$,

$OC \perp AC$ (радиусы проведённые в точки касания прямых AB и AC и окружности).

4) $\triangle AOB, \triangle AOC$ - прямоугольные
 $\triangle AOB = \triangle AOC$ - по гипотенузе и катету

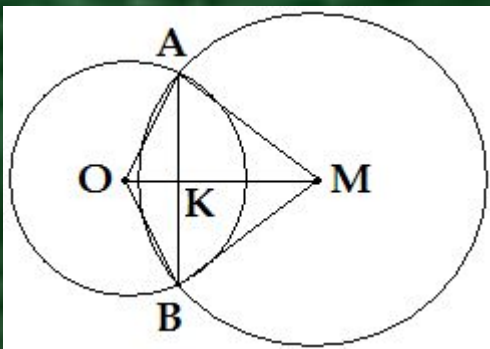
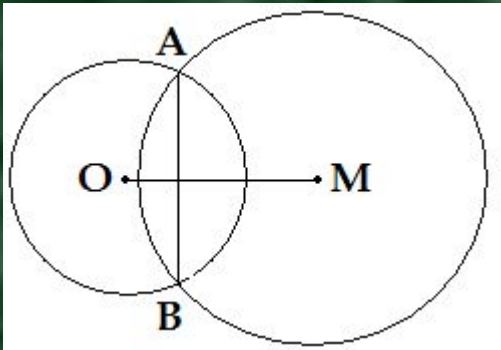
5)

$$AB = AC = \sqrt{AO^2 - OC^2}$$
$$AB = AC = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12$$

Ответ: $AB=AC=12$ см.

4) Две окружности пересекаются в точках А и В.
Докажите, что прямая, проходящая через их центры,
перпендикулярна к отрезку АВ.

Решение



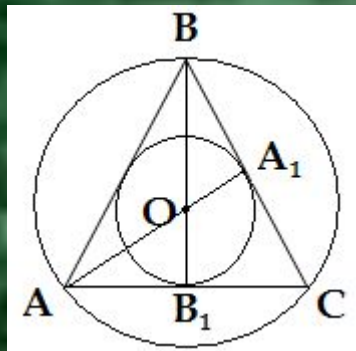
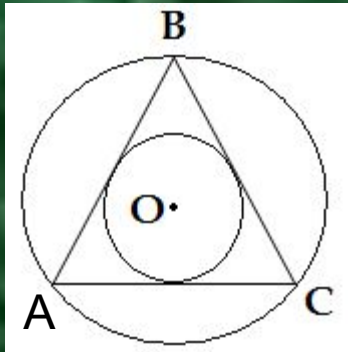
1) Построим радиусы OA , OB , MB , MA .

2) $\triangle OAM = \triangle OBM$ (3 признак: OM – общая сторона; $OA=OB$ – радиусы; $MA=MB$ – радиусы).

3) Из (2) следует, что $\angle AMO = \angle BMO$, значит MO – биссектриса угла AMB

4) т.к. $\triangle AMB$ – равнобедренный, то биссектриса, проведённая из вершины M , является высотой $\triangle AMB$.
Значит $MO \perp AB$, что и требовалось доказать.

5) Докажите, что радиус окружности, вписанной в равносторонний треугольник, вдвое меньше радиуса описанной около него окружности.



Решение

1) Построим AA_1 и BB_1 – биссектрисы углов A и B.

2) В равностороннем треугольнике биссектриса является и высотой и медианой.

3) Радиус описанной окружности $R = OA = OB$

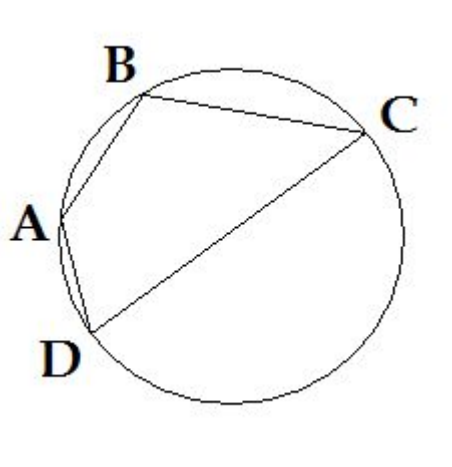
4) Радиус вписанной окружности $r = OA_1 = OB_1$

5) $\frac{r}{R} = \frac{OA_1}{OA} = \frac{1}{2}$ - (Медианы в точке пересечения делятся в отношении 2:1, считая от вершины).

6) Тогда $r = \frac{1}{2}R$, что и требовалось доказать.

6) Четырёхугольник ABCD вписан в окружность.
Докажите, что $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D$

Решение



$$1) \angle A = \frac{1}{2} \cup BCD$$

$$\angle C = \frac{1}{2} \cup BAD$$

$$2) \angle A + \angle C = \frac{1}{2} (\cup BCD + \cup BAD) = \frac{1}{2} \cdot 360^\circ = 180^\circ$$

$$3) \angle B = \frac{1}{2} \cup ADC$$

$$\angle D = \frac{1}{2} \cup ABC$$

$$4) \angle B + \angle D = \frac{1}{2} (\cup ADC + \cup ABC) = \frac{1}{2} \cdot 360^\circ = 180^\circ$$

5) Из (2) и (4) следует, что $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D$, что и требовалось доказать

2. Изучение новой темы

Прочитайте по учебнику формулировку и доказательство теоремы об окружности, вписанной в правильный многоугольник, и следствия из этой теоремы

3. Решить задачи:

- 1) Докажите, что в правильном пятиугольнике все диагонали равны.
- 2) На каждой из сторон квадрата отмечены две точки, делящие стороны в отношении $1:\sqrt{2}:1$. Докажите, что эти точки служат вершинами правильного восьмиугольника.
- 3) №1082

4. Итоги урока

5. Домашнее задание:

п. 105 – 107, вопросы 1 - 4 (стр. 290).

№ 1080, 1081 (д), 1084(д,е).

Урок окончен