$\sin x = 0$
$\cos x = 0$
$\mathrm{tg}\, x - 1 = 0$

$\sin x - \cos x = 0$

$\sin x - 3 \cos x = 0$

Уравнение вида $a\sin x + b\cos x = 0$

однородное уравнение первого рода

- 1 способ

Разделим обе части уравнения на cosx, это возможно потому, что в данном уравнении cosx ≠ 0, т.к. в противном случае и sinx = 0, а это невозможно (если cosx = 0, то sinx = ± 1)

Тогда уравнение примет вид:

$$\frac{a\sin x}{\cos x} + \frac{b\cos x}{\cos x} = 0$$

$$a tgx + b = 0$$

$$tgx = -\frac{b}{a}$$

$$x = arctg\left(-{}^{b}\!/_{a}\right) + \pi n, n \in Z$$

- 2 способ

Разделим обе части уравнения на sinx, это возможно потому, что в данном уравнении sinx ≠ 0, т.к. в противном случае и cosx = 0, а это невозможно (если sinx = 0, то cosx = ± 1)

Тогда уравнение примет вид:

$$\frac{a\sin x}{\sin x} + \frac{b\cos x}{\sin x} = 0$$

$$a + b ctgx = 0$$

$$ctgx = -\frac{a}{b}, \Rightarrow \quad tgx = -\frac{b}{a}$$

$$x = arctg\left(-{}^{b}\!/_{a}\right) + \pi n, n \in Z$$

ПРИМЕР №1

Решить уравнение $\sqrt{3}\sin x - \cos x = 0$

- **1 способ**

$$\sqrt{3}\sin x - \cos x = 0, \quad \Big| : \cos x \neq 0$$

т.к. в противном случае и sinx=0, что невозможно. Уравнение имеет вид:

$$\sqrt{3}tgx - 1 = 0$$

$$tgx = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$x = arctg\frac{1}{\sqrt{3}} + \pi n$$

$$x = \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$$

- **2 способ**

$$\sqrt{3}\sin x - \cos x = 0, \quad \Big| : \sin x \neq 0$$

т.к. в противном случае и cosx=0, что невозможно. Уравнение имеет вид:

$$\sqrt{3} - ctgx = 0$$

$$ctgx = \sqrt{3}$$

$$x = arcctg\sqrt{3} + \pi n$$

$$x = \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$$

Ответ: $x = \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$

Уравнение вида

$$a\sin^2 x + b\sin x\cos x + c\cos^2 x = 0$$

называется **однородным уравнением 2 степени**

Алгоритм решения

1 способ:

2 способ:

$$a\sin^2 x + b\sin x\cos x + c\cos^2 x = 0$$

Разделим обе части уравнения **на $\cos^2 x$**, это возможно потому, что в данном уравнении **$\cos^2 x \neq 0$**, т.к. в противном случае и $\sin^2 x = 0$, а это невозможно (если $\cos^2 x = 0$, то $\sin^2 x = 1$)

Тогда уравнение примет вид

$$a \cdot tg^2 x + b \cdot tgx + c = 0$$

Разделим обе части уравнения **на $\sin^2 x$**, это возможно потому, что в данном уравнении **$\sin^2 x \neq 0$**, т.к. в противном случае и $\cos^2 x = 0$, а это невозможно (если $\sin^2 x = 0$, то $\cos^2 x = 1$)

Тогда уравнение примет вид:

$$c \cdot ctg^2 x + b \cdot ctgx + a = 0$$

Решаем уравнение, приведя к квадратному

ПРИМЕР №2

Решить уравнение $\sin^2 x - 2\sin x\cos x + \cos^2 x = 0$

Решение

$$\sin^2 x - 2\sin x\cos x + \cos^2 x = 0 \quad \Big| : \cos^2 x \neq 0$$

т.к. в противном случае и $\sin^2 x=0$, что невозможно.
Уравнение имеет вид:

$$tg^2 x - 2tgx + 1 = 0$$

Пусть $tgx = p, \quad p \in R$

$$p^2 - 2p + 1 = 0,$$

$$p = 1$$

Вернемся к замене $tgx = 1$

$$x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$$

Ответ

$$x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$$

Найдите лишнее уравнение:

1) $\sin x = 2\cos x$;

2) $2\sin x + 3\cos x = 0$;

3) $3\sin x + 5\cos x = 0$;

4) $2\sin x + \cos x = 2$;

5) $\sin^2 x - 2\sin x\cos x + 4\cos^2 x = 0$.

Решите уравнения:

1) $\sqrt{3}\sin x + \cos x = 0;$

2) $\sin^2 x - 10\sin x\cos x + 21\cos^2 x = 0;$

3) $\sin^2 2x - 6\sin 2x\cos 2x + 5\cos^2 2x = 0;$

4) $6\sin^2 x + 4\sin(\pi - x)\cos(2\pi - x) = 1.$

1.	2.
3.	4.

Франсуа Виет (1540-1603)

Домашнее задание:

- 1)§ 18 изучить, выучить формулы
- 2) решить №18.21(в,г), 18.23(б), 18.27(в,г)