

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ ДРОБНЫХ РАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Цель: рассмотреть типы задач, решаемых с помощью дробных рациональных уравнений, понятие математической модели и этапы решения задачи.

Повторение пройденного материала

• Назовите дробные рациональные уравнения:

$$1) \frac{x+5}{3} - \frac{x-5}{4} = 1$$

$$2) \frac{3}{x} + \frac{2+x}{5} = 1$$

$$3) \frac{8-x}{x+7} = x + 7$$

$$4) \frac{x^2-3x+2}{36} = 0$$

$$5) \frac{2x^2+x-3}{3x^2-2x-1} = 0$$

$$6) x - 7 = \frac{x+8}{12}$$

Повторение пройденного материала

- Назовите общий знаменатель дробей, входящих в уравнения:

$$1) \frac{5-x}{x+7} = \frac{3+x}{x-4}$$

$$2) \frac{x-4}{x+2} + \frac{x+4}{x-2} = 1$$

$$3) \frac{x+2}{x+3} - \frac{x-2}{(x+3)(x-3)} = 0$$

$$4) \frac{x-2}{x^2-64} + \frac{x+2}{x+8} = \frac{1}{2}$$

$$5) \frac{x+2}{x-7} - \frac{x-2}{x^2-7x} = \frac{2}{x}$$

Повторение пройденного материала

- *Назовите порядок решения дробных рациональных уравнений.*
 - 1) *Найти общий знаменатель дробей, входящих в уравнение.*
 - 2) *Умножить обе части уравнения на общий знаменатель.*
 - 3) *Решить получившееся целое уравнение.*
 - 4) *Исключить из его корней те, которые обращают в нуль общий знаменатель.*
 - 5) *Записать ответ.*

Понятие математической модели

- **Представление реальной ситуации на языке математики с использованием различных правил, свойств и законов математики называется *математической моделью задачи*.**
- **Различают несколько видов математических моделей:**
 - ✓ *алгебраическая модель;*
 - ✓ *графическая модель;*
 - ✓ *геометрическая модель.*

Этапы решения задачи

Первый этап. Составление математической модели.

Вводится переменная, текст задачи переводится на математический язык, составляется уравнение.

Второй этап. Работа с математической моделью.

Решение уравнения.

Третий этап. Ответ на вопрос задачи.

Анализируя полученное решение, записывается ответ на вопрос задачи.

Задачи, приводящие к решению дробных рациональных уравнений

Задачи, в которых одна величина выражается через другие при помощи дробного выражения:

- *Задачи на движение:*

$$\text{время} = \frac{\text{путь}}{\text{скорость}}$$
$$\text{скорость} = \frac{\text{путь}}{\text{время}}$$

- *Задачи на работу:*

$$\text{время} = \frac{\text{работа}}{\text{производительность}}$$
$$\text{производительность} = \frac{\text{работа}}{\text{время}}$$

Поезд опаздывал на 1 час, и чтобы приехать вовремя, увеличил скорость на 10 км/час на перегоне в 720 км. Найти скорость поезда по расписанию.

- **Первый этап.** Составление математической модели.

Занесём данные задачи в таблицу:

	S	V	t
<i>По расписанию</i>	<i>720 км</i>	<i>x км/ч</i>	$\frac{720}{x}$ ч
<i>Фактически</i>	<i>720 км</i>	<i>$x+10$ км/ч</i>	$\frac{720}{x+10}$ ч

Так как время движения по расписанию на 1 час больше фактического, то составим уравнение:

$$\frac{720}{x} - \frac{720}{x+10} = 1$$

Поезд опаздывал на 1 час, и чтобы приехать вовремя, увеличил скорость на 10 км/час на перегоне в 720 км. Найти скорость поезда по расписанию.

• **Второй этап.** Работа с математической моделью.

Решим уравнение:

$$\frac{720}{x} - \frac{720}{x + 10} = 1$$

$$720(x + 10) - 720x = x(x + 10)$$

$$x^2 + x - 7200 = 0$$

$$x_1 = -90, \quad x_2 = 80$$

При данных значениях x знаменатели дробей не равны нулю, значит эти значения - корни составленного уравнения.

Поезд опаздывал на 1 час, и чтобы приехать вовремя, увеличил скорость на 10 км/час на перегоне в 720 км. Найти скорость поезда по расписанию.

• **Третий этап.** *Ответ на вопрос задачи.*

Так как скорость поезда не может выражаться отрицательным числом, то значение $x = -90$ не подходит условию задачи.

$x = 80$ – скорость поезда по расписанию.

Ответ: *80 км/ч.*

На изготовление 40 деталей первый рабочий тратит на 2 часа больше, чем второй на изготовление 36 деталей. Сколько деталей в час делает первый рабочий, если известно, что второй за час делает на 1 деталь больше?

- **Первый этап.** Составление математической модели.

Занесём данные задачи в таблицу:

	<i>работа</i>	<i>производительность (дет/час)</i>	<i>время</i>
<i>1-ый рабочий</i>	<i>40</i>	<i>x</i>	$\frac{40}{x}$
<i>2-ой рабочий</i>	<i>36</i>	<i>x+1</i>	$\frac{36}{x+1}$

Так как первый рабочий на выполнение работы тратит на 2 часа больше, то составим уравнение:

$$\frac{40}{x} - \frac{36}{x+1} = 2$$

На изготовление 40 деталей первый рабочий тратит на 2 часа больше, чем второй на изготовление 36 деталей. Сколько деталей в час делает первый рабочий, если известно, что второй за час делает на 1 деталь больше?

- **Второй этап.** Работа с математической моделью.

Решим уравнение:

$$\frac{40}{x} - \frac{36}{x+1} = 2$$

$$40(x+1) - 36x = 2x(x+1)$$

$$2x^2 - 2x - 40 = 0$$

$$x_1 = -4, \quad x_2 = 5$$

При данных значениях x знаменатели дробей не равны нулю, значит эти значения - корни составленного уравнения.

На изготовление 40 деталей первый рабочий тратит на 2 часа больше, чем второй на изготовление 36 деталей. Сколько деталей в час делает первый рабочий, если известно, что второй за час делает на 1 деталь больше?

- **Третий этап.** *Ответ на вопрос задачи.*

Так как производительность не может выражаться отрицательным числом, то значение $x = -4$ не подходит условию задачи.

$x = 5$ деталей в час делает первый рабочий.

Ответ: 5 деталей.

Составьте математические модели задач

- 1) С автобусной станции выехал автобус до железнодорожного вокзала, находящемся на расстоянии 40 км. Один из пассажиров автобуса опоздал к отправлению автобуса, и поехал на железнодорожный вокзал на такси, через 10 минут после автобуса. Автобус и такси приехали на железнодорожный вокзал одновременно. Известно также, что скорость такси на 20 км/ч больше скорости автобуса. Необходимо найти скорость такси и скорость автобуса.

	S	V	t
<i>автобус</i>			
<i>такси</i>			

Составьте математические модели задач

- 2) Теплоход, собственная скорость которого 18 км/ч, прошел 50 км по течению реки и 8 км против течения, затратив на весь путь 3 часа. Какова скорость течения реки?

$$V_{\text{теплохода}} =$$

$$V_{\text{реки}} =$$

	<i>S</i>	<i>V</i>	<i>t</i>
<i>По течению</i>			
<i>Против течения</i>			

Составьте математические модели задач

- 3) Секретарь хочет набрать на компьютере рукопись объемом 450 страниц. Если он будет набирать на 5 страниц в день больше, чем запланировал, то закончит работу на 3 дня раньше. Сколько страниц в день планирует набирать секретарь?

	<i>работа</i>	<i>производительность</i>	<i>время</i>
<i>По плану</i>			
<i>Фактически</i>			

Подведём итоги

- 1) Какие задачи решаются с помощью дробных рациональных уравнений?*
- 2) Дайте понятие математической модели задачи.*
- 3) Какие типы математических моделей были использованы при решении задач?*
- 4) Назовите этапы решения задач.*

Задание на самоподготовку

- Закончить решение задач 1, 2, 3.