Теорема Пифагора

Выполнил: Панасенко Станислав, 9А
Руководитель:
Гордеева Светлана Николаевна

Содержание

Предисловие

И ныне теорема Пифагора верна,
Как и в его далёкий век.

Причина такой популярности теоремы Пифагора триедина: это простота — красота — значимость.

Цели проекта:

Узнать, существует ли единственное доказательство теоремы, предложенное в школьном учебном материале.

Научиться применять теорему Пифагора в решении практических задач.

Теорема Пифагора:

- В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

История теоремы:

- В древнекитайском сочинении «Чу-пей» так говорится о пифагоровом треугольнике со сторонами 3,4 и 5: "Если прямой угол разложить на составные части, то линия, соединяющая концы его сторон, будет 5, когда основание есть 3, а высота 4".

  В этой же книге предложен рисунок, который совпадает с одним из чертежей индусской геометрии Басхары.

Кантор (крупнейший немецкий историк математики) считает, что равенство

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

уже было известно египтянам еще около 2300 г. до н. э., во времена царя Аменемхета I (согласно папирусу 6619 Берлинского музея).

По мнению Кантора гарпедонапты, или "натягиватели веревок", строили прямые углы при помощи прямоугольных треугольников со сторонами 3, 4 и 5.

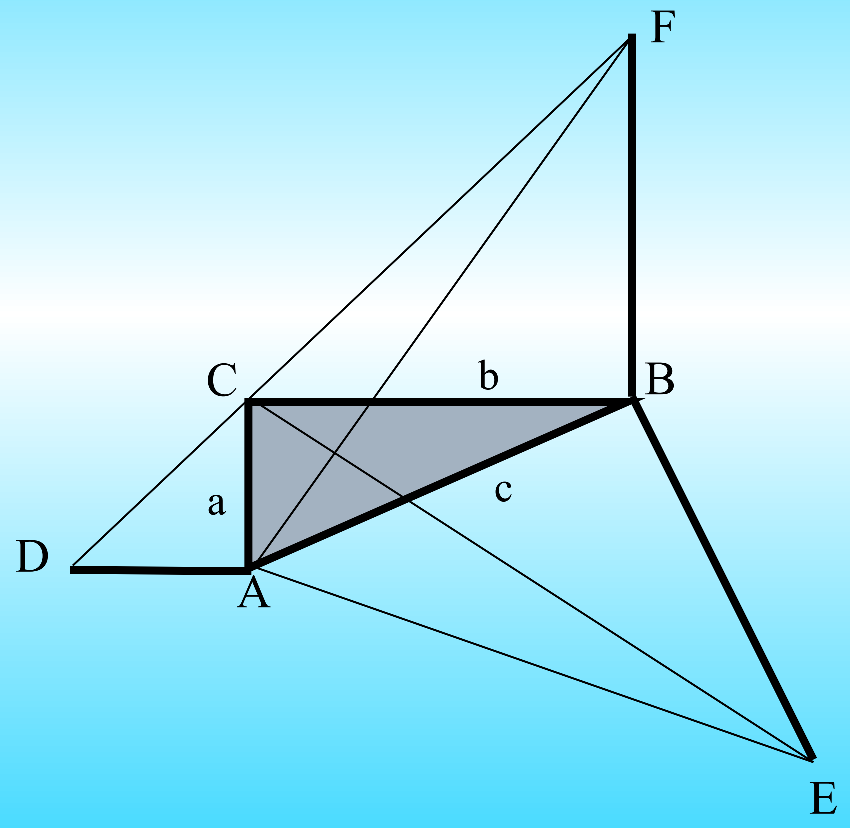
Несколько больше известно о теореме Пифагора у вавилонян. В одном тексте, относимом ко времени Хаммурапи, т. е. к 2000 г. до н. э., приводится приближенное вычисление гипотенузы прямоугольного треугольника.

Весьма вероятно, что теорема о квадрате гипотенузы была известна в Индии уже около 18 века до н. э.

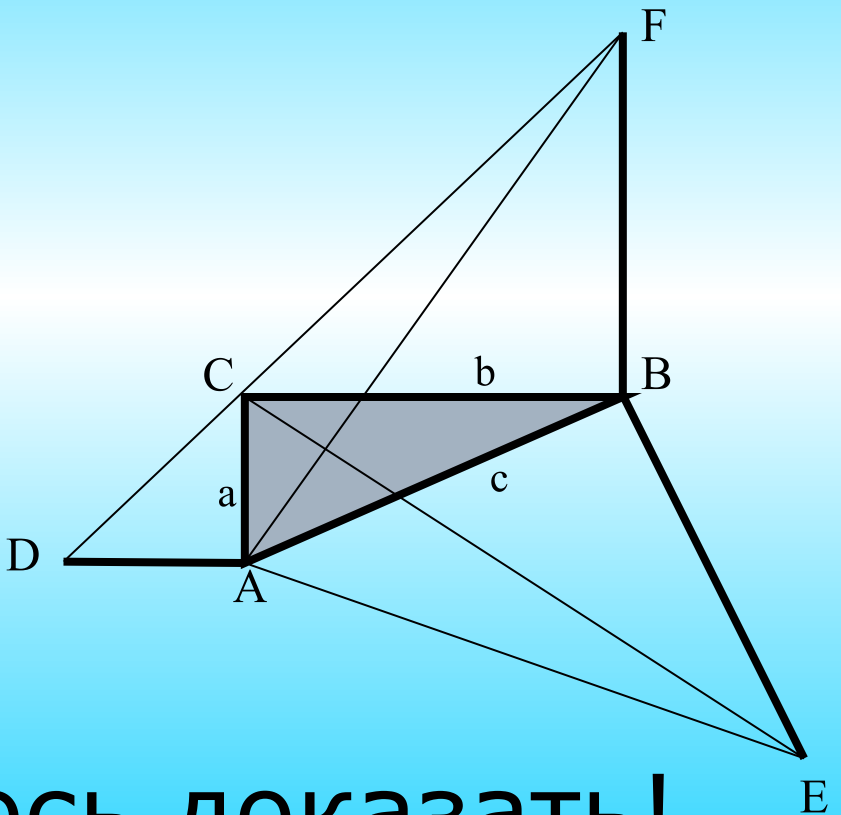
- Приведём несколько доказательств теоремы Пифагора

Начало доказательства методом Гофмана

- Построим треугольник ABC с прямым углом C.
- Построим BF=CB, BF⊥CB
- Построим BE=AB, BE⊥AB
- Построим AD=AC, AD⊥AC
- Точки F, C, D принадлежат одной прямой.



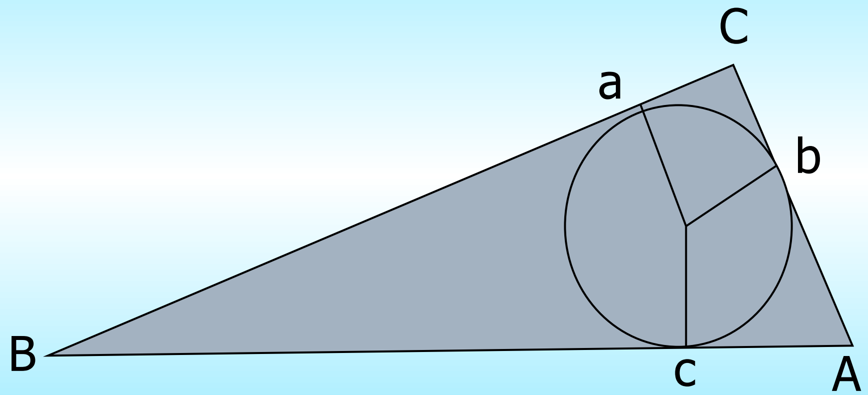
- Как мы видим, четырёхугольники ADFB и ACBE равновелики, т.к. ABF=ECB. Треугольники ADF и ACE равновелики.
- Отнимем от обоих равновеликих четырёхугольников общий для них треугольник ABC, получим:
  $1/2a^2+1/2b^2=1/2c^2$
- Соответственно:
  $a^2+b^2=c^2$



Что и требовалось доказать!

Алгебраическое доказательство (метод Мёльманна)

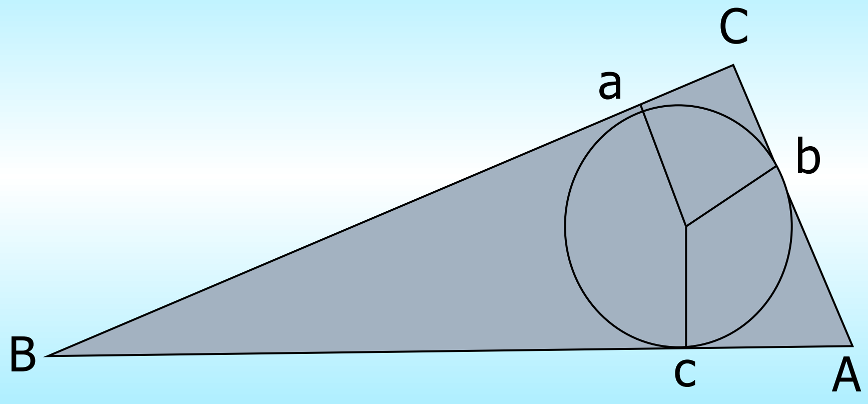
- Площадь данного прямоугольника с одной стороны равна 0.5ab, с другой pr, где p – полупериметр треугольника, r – радиус вписанной в него окружности (r=0.5(a+b-c)).



- Имеем:

$0.5ab=pr=$
$=0.5(a+b+c)*$
$*0.5(a+b-c)$

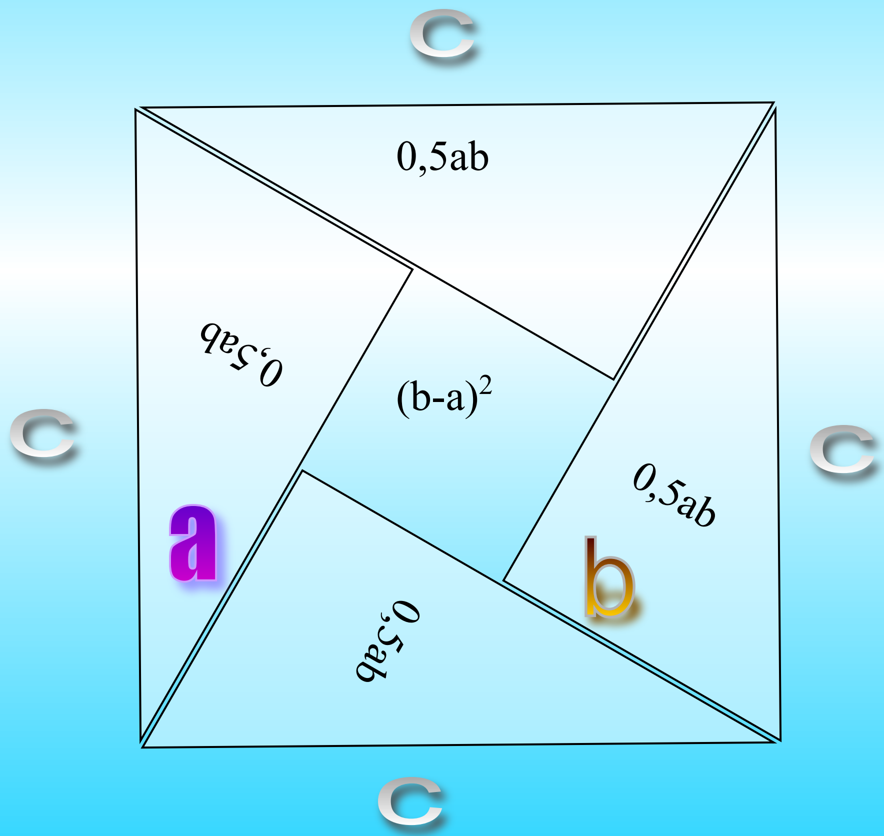
- Отсюда следует, что $c^2= a^2+b^2$



Что и требовалось доказать!

От Индийского математика Бхаскари

- Построим из прямоугольных треугольников квадрат



Иллюстрирует доказательство великого индийского математика Бхаскари (знаменитого автора Лилавати, XII в.). Рисунок сопровождало лишь одно слово: СМОТРИ! Среди доказательств теоремы Пифагора алгебраическим методом первое место (возможно, самое древнее) занимает доказательство, использующее подобие.

- Здесь изображено два равных квадрата. Длина сторон каждого квадрата равна a + b. Каждый из квадратов разбит на части, состоящие из квадратов и прямоугольных треугольников. Ясно, что если от площади квадрата отнять учетверенную площадь прямоугольного треугольника с катетами a, b, то останутся равные площади, т. е. $c^2 = a^2 + b^2$. Впрочем, древние индусы, которым принадлежит это рассуждение, обычно не записывали его, а сопровождали чертеж лишь одним словом: «смотри!» Вполне возможно, что такое же доказательство предложил и Пифагор.

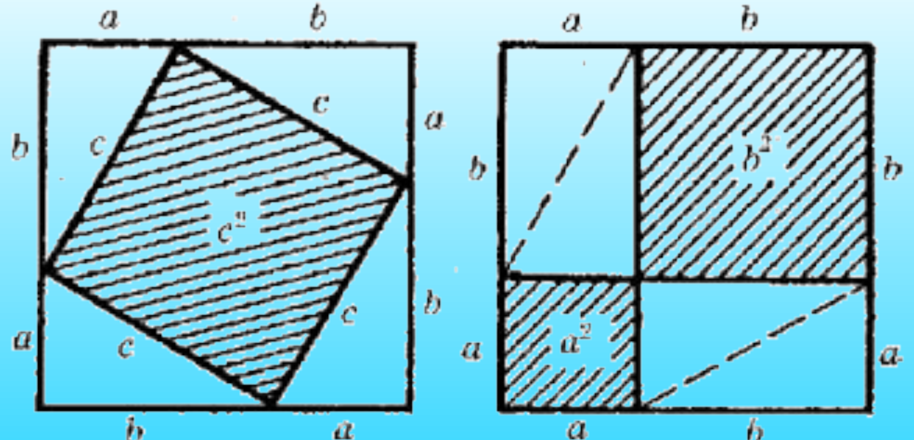
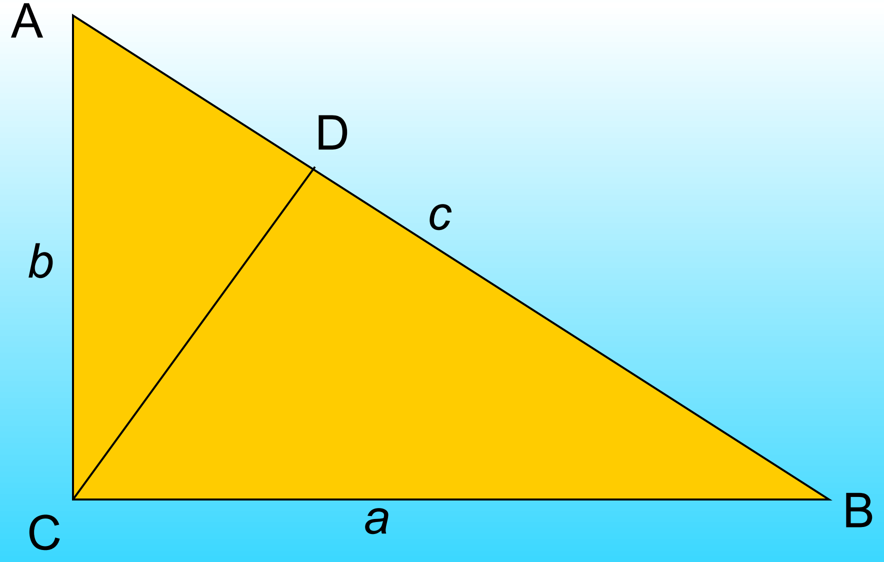


Рис. 2

Доказательство по косинусу

Построим высоту из прямого угла С. По определению косинуса:

Cos A= AD:AC=AC:AB $\Rightarrow$ AB*AD=AC^2



Аналогично: $\cos B = BD:BC = BC:AB$

$$AB \cdot BD = BC^2$$

Складывая полученные равенства почленно и замечая, что $AD+DB=AB$, получим:

$$AC^2 + BC^2 = AB(AD+DB) = AB^2$$

Теорема доказана!!!

Вывод №1

- Существует вовсе не одно, а множество доказательств теоремы Пифагора (около 500). Но к сожалению, невозможно привести все или даже самые красивые доказательства теоремы.

Применение теоремы Пифагора на практике

- Теорема Пифагора имеет огромное значение: она применяется в геометрии буквально на каждом шагу, и тот факт, что существует огромное количество доказательств этой теоремы (геометрических, алгебраических, механических и т.д.), свидетельствует о гигантском числе ее конкретных реализаций.

Примеры задач с применением теоремы Пифагора

- Приведём примеры задач с применением теоремы Пифагора

Задача о птицах

- На разных берегах реки растёт по пальме. Высота одной - 30 локтей, другой – 20 локтей, а расстояние между основаниями пальм – 50 локтей. Обе птицы заметили рыбу, всплывшую на поверхность реки между пальмами. Птицы кинулись разом и достигли её одновременно. На каком расстоянии от более высокой пальмы всплыла рыба? (Арабская задача)

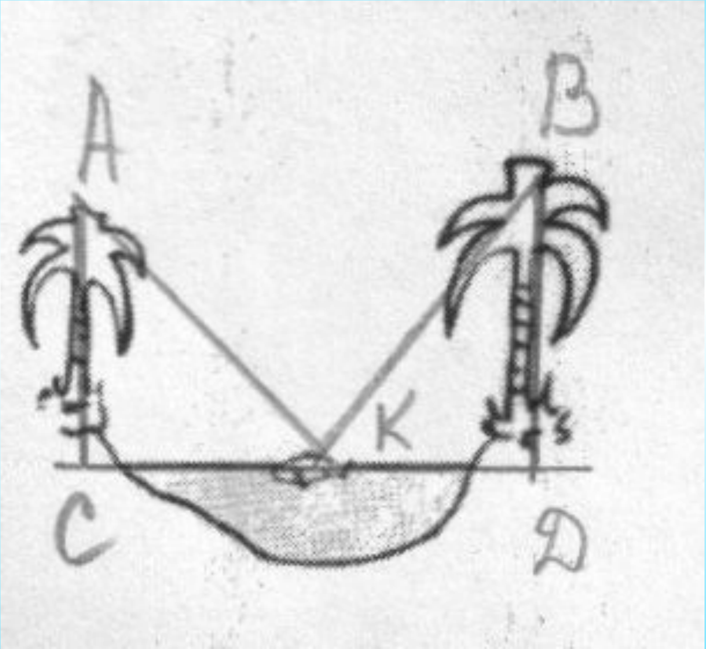
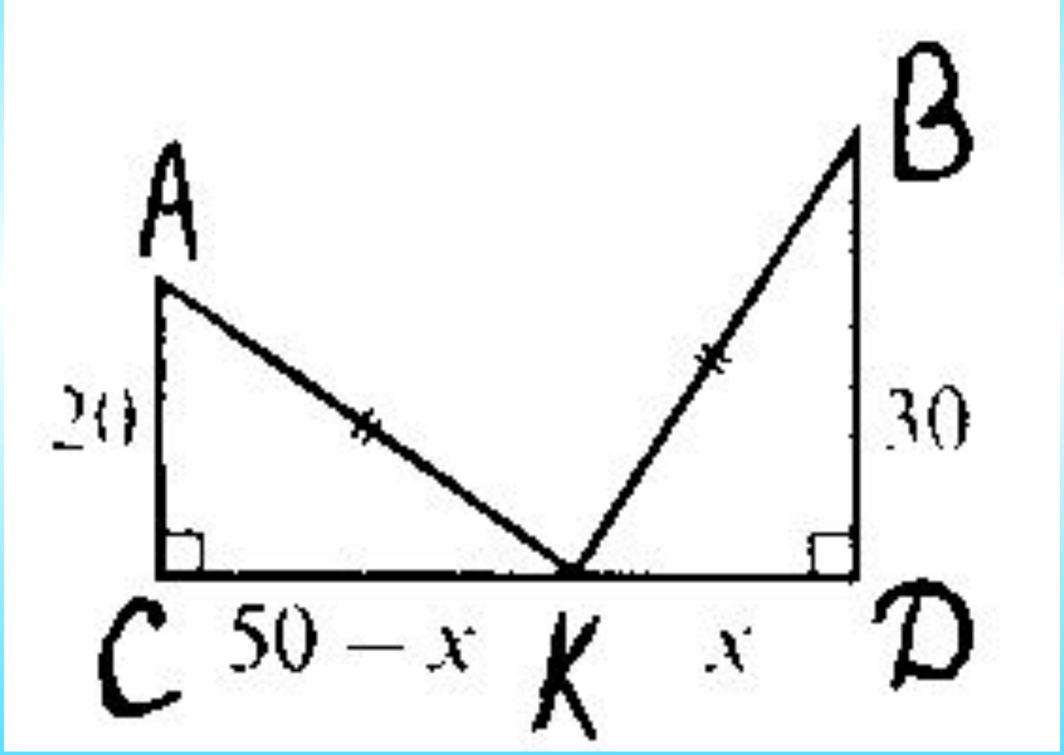
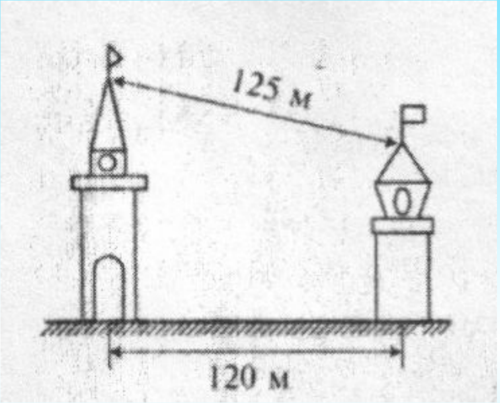
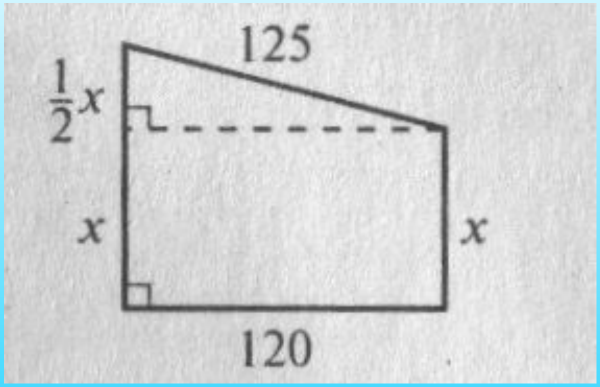


Чертёж к решению задачи:



Задача о башнях



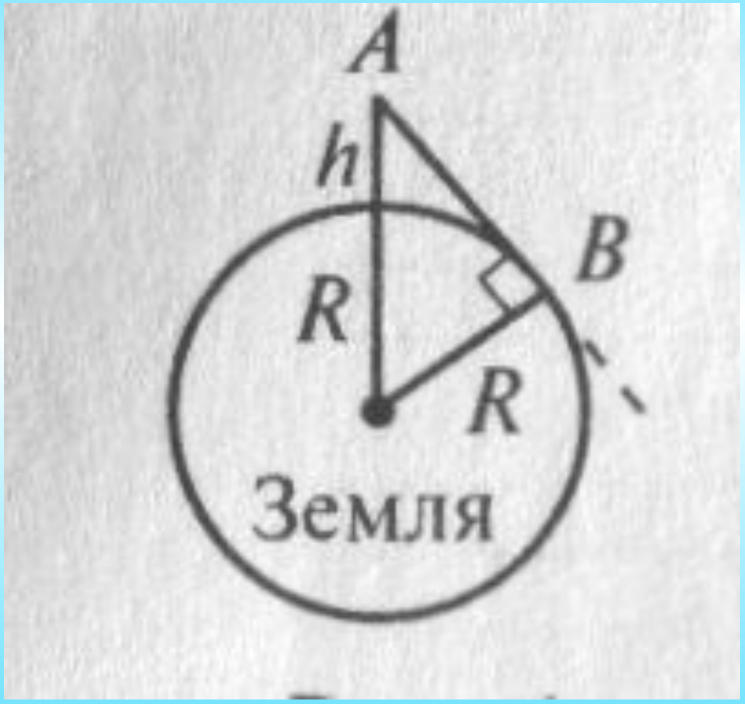


- Одна из башен в полтора раза выше другой. Расстояние между основаниями башен равно 120 метров, а между шпилями – 125 метров. Чему равна высота каждой башни?

Задача о наблюдателе

- Как далеко видит вокруг себя наблюдатель, находящийся на воздушном шаре на высоте 10 км над землёй?

  (R = 6400км)



Решение

- Пусть т.О – центр Земли, тогда

$OB^2+AB^2=OA^2$

$AB^2=OA^2-OB^2$

$AB^2=(6400+10)^2-6400^2$

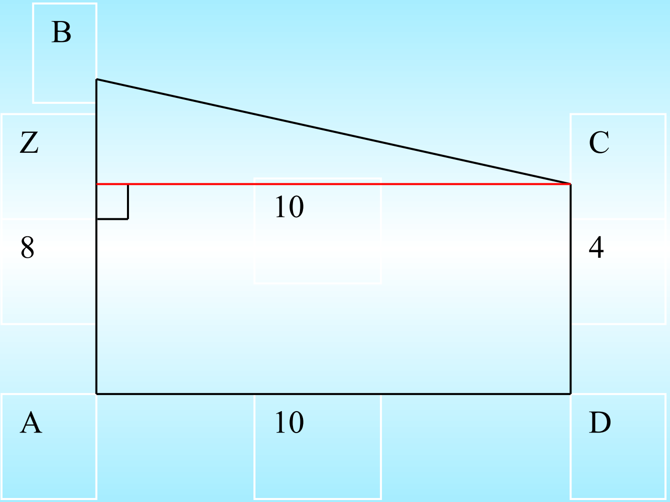
$AB^2=128100$

$AB\approx358$ (км) – радиус обзора наблюдателя

Как найти длину желоба?

- Между двумя фабричными зданиями установлен покатый желоб для передачи материалов. Расстояние между зданиями равно 10м, а концы желоба расположены на высоте 8м и 4м над землёй.

- Проводим высоту CZ и получаем прямоугольный треугольник ZBC.
- По теореме Пифагора (Квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов)
- $BC^2 = ZB^2 + BC^2$
- $BC^2 = 8^2+10^2$
- $BC = \sqrt{164}$
- Ответ: длина желоба равна $\sqrt{164}$.



Вывод №2

- Теорема Пифагора может быть с легкостью применена к решению практических задач. Область применения теоремы достаточно обширна и не может быть указана с достаточной полнотой.

Информационные ресурсы

- 1. Алексеев, И. Г. Математика. Подготовка к ЕГЭ: учебно-методическое пособие. - Саратов: Лицей, 2005.
- 2. Геометрия: учеб. для 7-9 кл. сред. шк. / авт.-сост. Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др. - 4-е изд. - М.: Просвещение, 1994.
- 3. Геометрия. 10-11 кл.: учеб. для общеобразоват. учреждений / авт.-сост. Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др. - 13-е изд. - М.: Просвещение, 2003.
- 4. Математика. ЕГЭ - 2006, вступительные экзамены: пособие для самостоятельной подготовки. -Ростов н/Д: Легион, 2005.
- 5. Погорелов, А. В. Геометрия: учеб. для 7-11 кл. общеобразоват. учреждений. - 6-е шд. - М.: Просвещение, 1996.
- 6. Сборник задач по алгебре для 8-9 классов: учеб. пособие для учащихся шк. и кл. с углубл. изуч. математики / авт.-сост. М. Л. Галицкий, А. М. Гольдман, Л. И. Звавич.-4-е изд. - М.: Просвещение, 1997.
- 7. Цыпкин, А. Г. Справочник по математике для средней школы. - М., 1981.

Электронные источники:

- Большая энциклопедия Кирилла и Мефодия.
- Электронная энциклопедия: Star word.

Заключение

- В заключении еще раз хочется сказать о важности теоремы. Хочется надеется, что приведенные примеры убедительно свидетельствуют об огромном интересе, проявляемом по отношению к ней.