

ПРОИЗВОДСТВЕННЫЕ ФУНКЦИИ

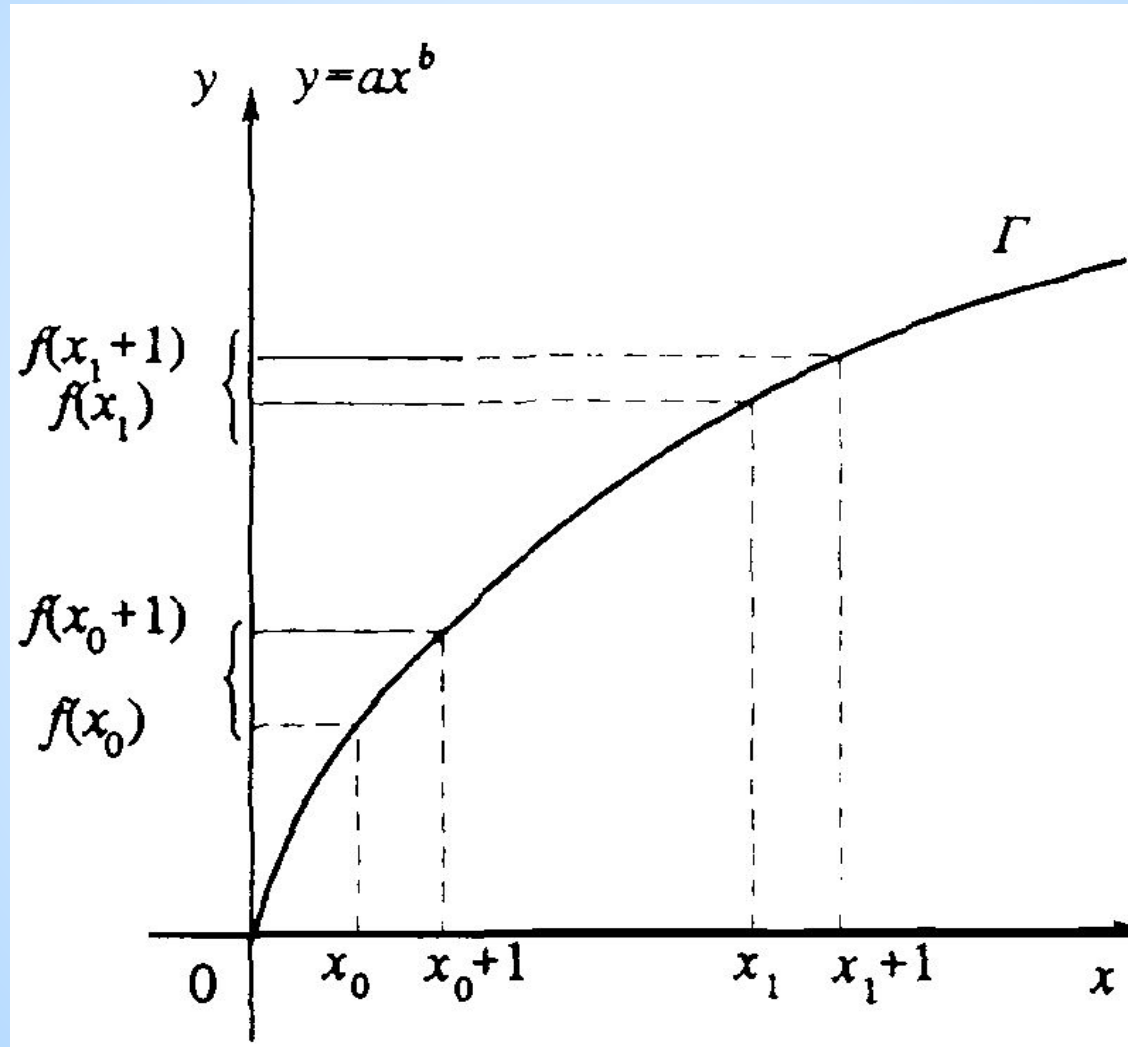
Производственной функцией называется зависимость максимального объема производимого продукта от затрат используемых факторов

Производственная функция одной переменной

$$y=f(x)$$

Пример: $f(x)=ax^b$

Закон убывающей эффективности



Производственные функции нескольких переменных

$$y = f(x_1, \dots, x_n)$$

ПФ Кобба-Дугласа (ПФКД)

$$y = a_0 K^{\alpha_1} L^{\alpha_2}$$

K - объем используемого основного капитала,

L - затраты живого труда

Некоторые характеристики ПФКД

- Предельные производительности ресурсов:

$$M_i = \frac{\partial y}{\partial x_i}$$

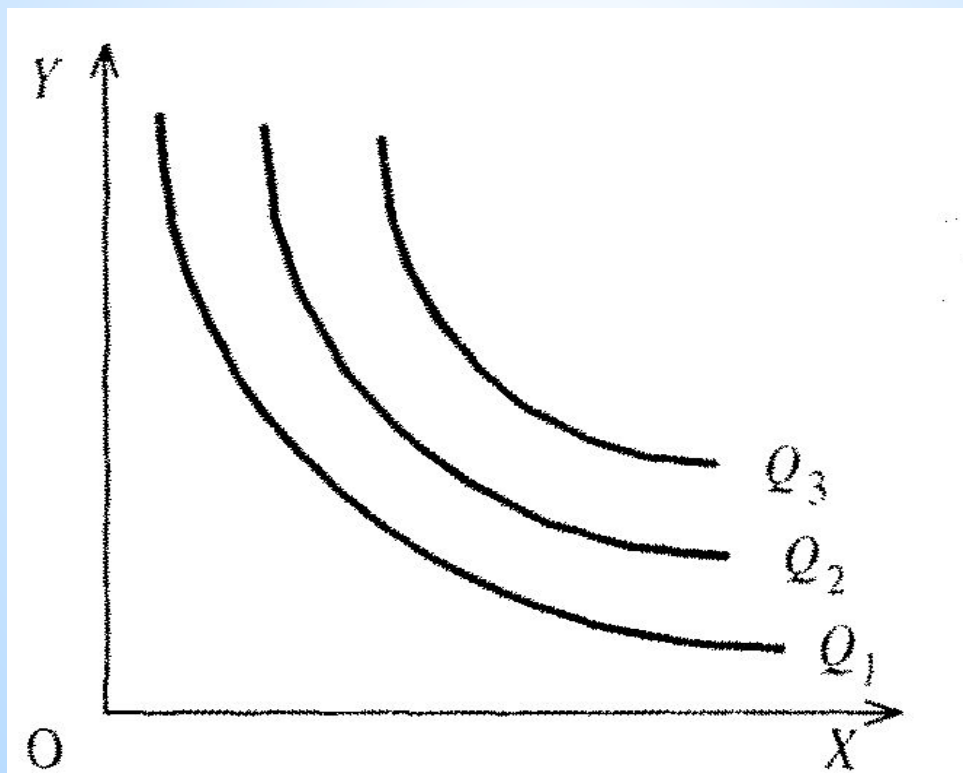
- Эластичность выпуска по фактору:

$$E = \frac{a_1}{a_2} =$$

- Эластичность производства:

Изокванты

- Линия уровня ПФ (изокванта ПФ) – это множество точек, на котором ПФ принимает постоянное значение

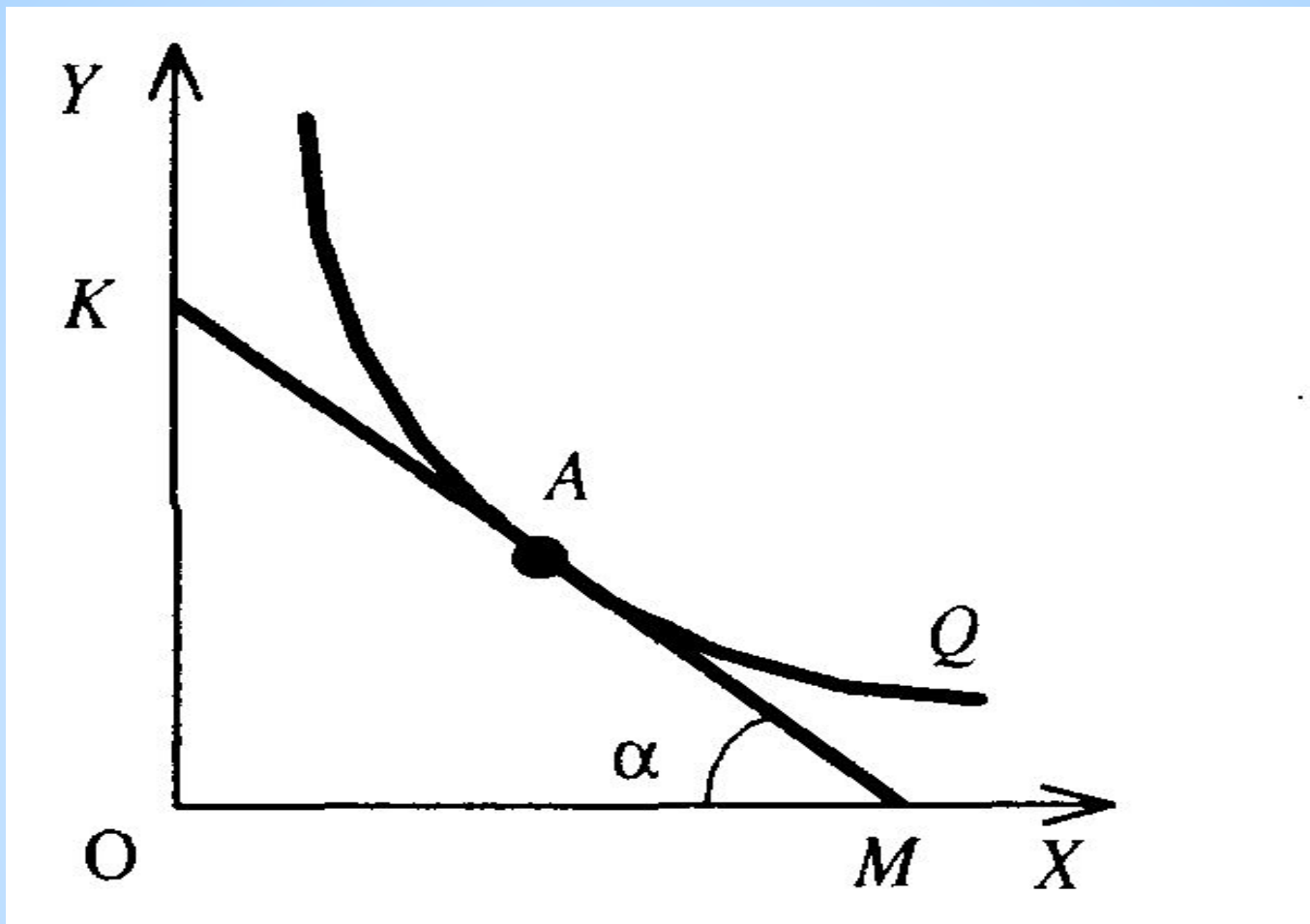


Предельная норма технологического замещения факторов производства (MRTS)

Крутизна наклона изокванты характеризуется предельной нормой технологического замещения факторов производства (MRTS).

Для двухфакторной производственной функции $Q(y,x)$

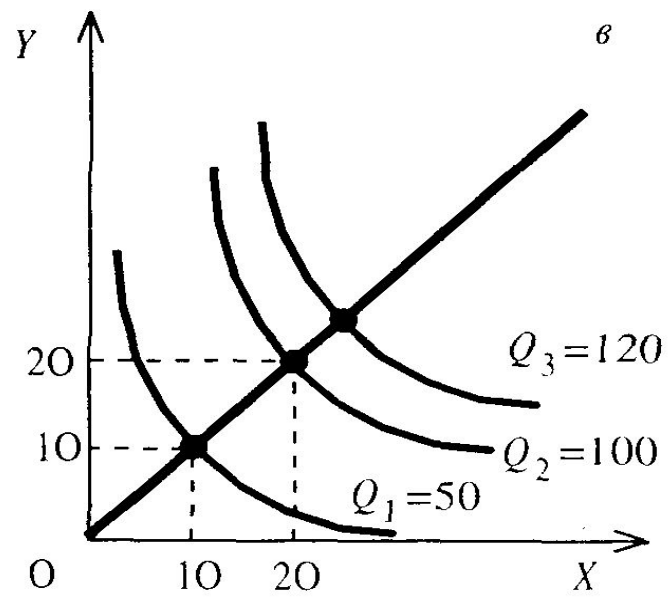
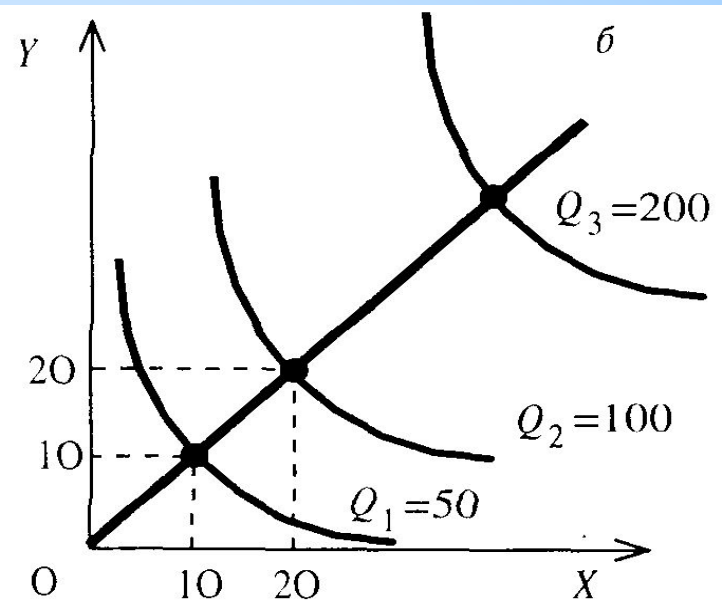
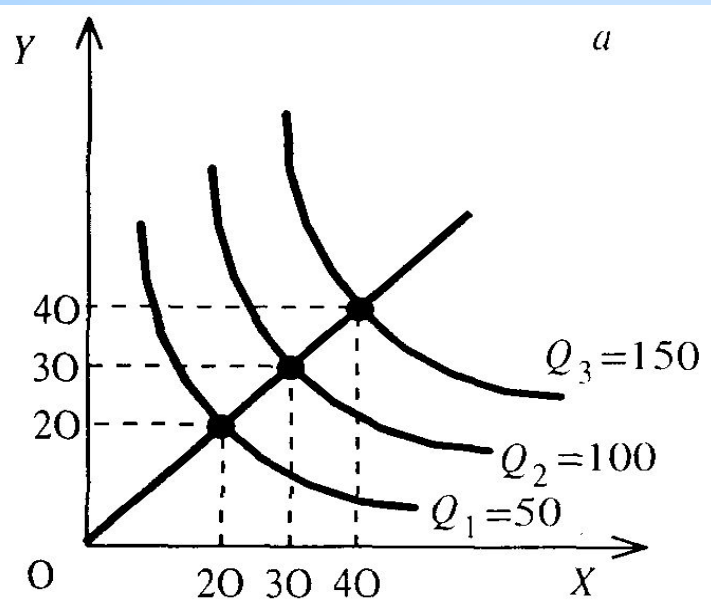
$$MRTS_{x,y} = -\frac{\Delta y}{\Delta x}$$



$$MRTS_{x,y} = \operatorname{tg} \alpha$$

Эффект масштаба производства

- Что эффективнее для экономики:
один крупный завод или несколько мелких предприятий?
- Три варианта ответа:
 - *постоянная отдача от масштаба производства;*
 - *возрастающая отдача от масштаба производства;*
 - *убывающая отдача от масштаба производства.*



Пример 1

- Рассмотрим функцию Кобба-Дугласа в общем виде
- .
- Предположим, что K и L удваиваются. Таким образом, новый уровень выпуска (Y) запишется следующим образом:
- .
- Определим эффект от масштаба производства в случаях, если $\alpha > 1$, $\alpha = 1$ и $\alpha < 1$.
- Если, например, $\alpha = 1,2$, а $\beta = 2,3$, то Y увеличивается больше, чем в два раза; если $\alpha = 1$, а $\beta = 2$, то удвоение K и L приводит к удвоению Y ; если $\alpha = 0,8$, а $\beta = 1,74$, то Y увеличивается меньше, чем в два раза.

Пример 2

- Предположим, что процесс производства описывается с помощью функции выпуска
- .
- Оценим основные характеристики этой функции для способа производства, при котором $K=400$, а $L=200$.
- *Решение.*
- *Предельные производительности факторов.*
- Для расчета этих величин определим частные производные функции по каждому из факторов:
- .
- Таким образом, предельная производительность фактора труд в четыре раза превышает аналогичную величину для фактора капитал.
- *Эластичность производства.*
- Эластичность производства определяется суммой эластичностей выпуска по каждому фактору, то есть
- .
- *Предельная норма замещения ресурсов.*
- Выше в тексте эта величина обозначалась σ и равнялась $\sigma = -0,4/0,1 = -4$.
- то есть для замещения единицы труда в этой точке необходимы четыре единицы ресурсов капитала.

Пример 3

- **Основная задача производственных функций**— дать исходный материал для наиболее эффективных управленческих решений.
- Пусть дана производственная функция, связывающая объем выпуска продукции предприятия с численностью рабочих , производственными фондами и объемом используемых станко-часов .

Необходимо определить максимальный выпуск продукции при ограничениях

,

.