Решение логарифмических неравенств.

Подготовила учитель математики
МОУ «УТЛ им. Г.В.Рассохина»
Торопова С.П.

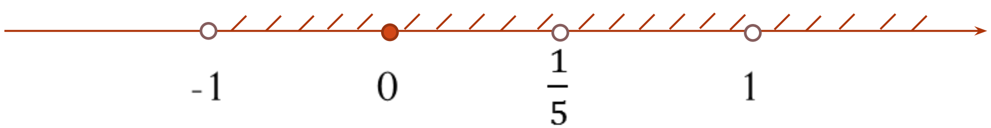
$$\begin{cases} \log_{5x} x^2 + \log_{x^2} 5x \le 2 \\ \log^4_{x-3}(x^2-17) + \log^2_{x^2-17}(x-3) - \log_{5x} 25 > 79 \end{cases}$$

Решение:

1. $\log_{5x} x^2 + \log_{x^2} 5x - 2 \le 0$, $y \le 0$

1) 1) $y = \log_{5x} x^2 + \log_{x^2} 5x - 2$

$$D(y): \begin{cases} 5x > 0 \\ 5x \ne 1 \\ x^2 > 0 \\ x^2 \ne 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} x > 0 \\ x \ne \frac{1}{5} \\ x \ne 0 \text{ (2 раза)} \\ x \ne 1; x \ne -1 \end{cases}$$



$$x \epsilon \left(0; \frac{1}{5}\right) \cup \left(\frac{1}{5}; 1\right) \cup (1; +\infty)$$

*С3-задание (подготовка к ЕГЭ)

2) $y = 0;$

$$log_{5x}x^2 + log_{x^2}5x - 2 = 0$$

Пусть, $log_{5x}x^2 = t\ , t\ \in\ R$

$t + \frac{1}{t} - 2 = 0 \quad \Big| \quad * t\ , t\neq 0$

$$t^2 - 2t + 1 = 0$$

$$(t-1)^2 = 0$$

$$t\ = 1(2p.)$$

$$log_{5x}x^2 = 1$$

$$x^2\ = 5x$$

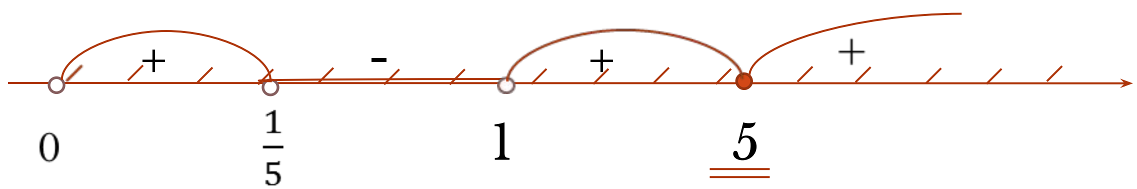
$$x^2 - 5x = 0$$

x(x-5)=0

x=0 или *x=5 (2 р.)*

(не уд.)

3)



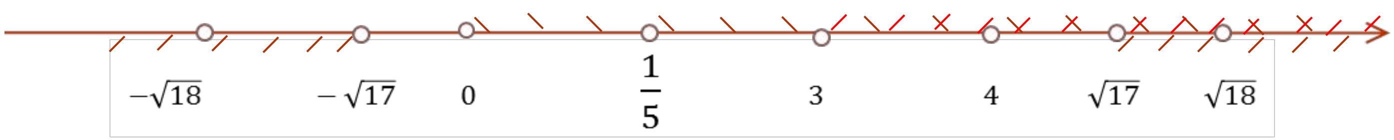
$$y(25) = log_{5^3}5^4 + log_{5^4}5^3 - 2 = \frac{4}{3} + \frac{3}{4} - 2 > 0$$

$$y \leq 0 \text{ при } x\epsilon \left(\frac{1}{5}; 1\right) \cup \{5\}$$

. $log^4_{x-3}(x^2-17)+log^2_{x^2-17}(x-3)-log_{5x}25-79>0$

1) $y=log^4_{x-3}(x^2-17)+log_{x^2-17}(x-3)-log_{5x}25-79$

$$D(y):\begin{cases} x-3>0 \\ x-3\neq 1 \\ x^2-17>0 \\ x^2-17\neq 1 \\ 5x>0 \\ 5x\neq 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} x>3 \\ x\neq 4 \\ x\epsilon\left(-\infty;-\sqrt{17}\right)\cup\left(\sqrt{17};+\infty\right) \\ x\neq\sqrt{18}; x\neq-\sqrt{18} \\ x>0 \\ x\neq\frac{1}{5} \end{cases}$$



$x\in(\sqrt{17}\,;\,\sqrt{18}\,)\cup(\sqrt{18}\,;+\infty)$

- 2)$y = 0;$

$$log^4_{x-3}(x^2-17) + log^2_{x^2-17}(x-3) - log_{5x}25 = 79$$

Т.к. решением 1-ого неравенства является $x \in \left(\frac{1}{5}; 1\right) \cup \{5\}$, а $D(y) = (\sqrt{17}; \sqrt{18}) \cup (\sqrt{18}; +\infty)$, то возможное решение: $x = 5$

Подставим x=5 во 2-е неравенство

$$log^4_2 8 + \ log^2_8 2 - \ log_{25}25 \ - 79 > 0$$

$$log^4_2 2^3 + log^2_{2^3} 2 - 1 - 79 > 0$$

$$3^4 * \ log^4_2 2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 log^2_2 2 - 80 > 0$$

$$81 + \frac{1}{9} - 80 > 0$$

верно

$\Rightarrow$ $x=5$ - решение системы

Ответ: 5.

Спасибо за внимание!