

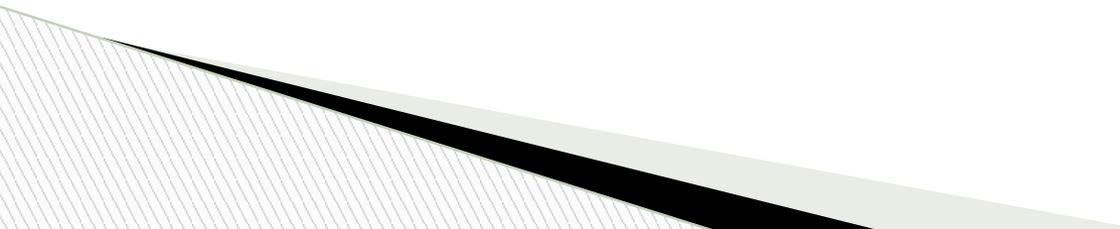
Задача 25 ОГЭ на примере темы «Медиана»

Учитель математики высшей категории
МАОУ СОШ 37
Козлова Елена Викторовна

- При решении задачи плохой план часто оказывается полезным. Он может вести к лучшему плану.

© Д. Пойа

- Отличие геометрии от всех других образовательных предметов состоит в том, что ее содержание практически не меняется в течение многих веков и основные цели ее изучения также остаются неизменными:

- *1. Развитие пространственных представлений,* что в требованиях, предъявляемых к знаниям и умениям учащихся стандартом, формулируется как умение:
 - • читать и делать чертежи, необходимые для решения;
 - • выделять необходимую конфигурацию при чтении чертежа;
 - • определять необходимость дополнительных построений при решении задач и выполнять их;
 - • различать взаимное расположение геометрических фигур.
- 

- ▣ *2. Формирование и развитие логического мышления, что в требованиях, предъявляемых к знаниям и умениям учащихся стандартом, формулируется*
- ▣ как владение методами доказательств, применяемыми при обосновании геометрических утверждений (теорем, лемм, следствий и т.д.), а также при проведении аргументации и доказательных рассуждений в ходе решения задач.

- ▣ *Продвинутый уровень:*
- ▣ доказательство считается *выполненным верно*, если учащийся правильно привел схему доказательства, обосновал все логические шаги, выполнил чертежи, которые правильно отражают, кроме условия, еще и ход доказательства.

Модуль «Геометрия»

24	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	7	5	П	2
25	Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные заключения	7	7.8	П	3
26	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	7	5	В	4

Таблица 12. Планируемый процент выполнения заданий частей 2

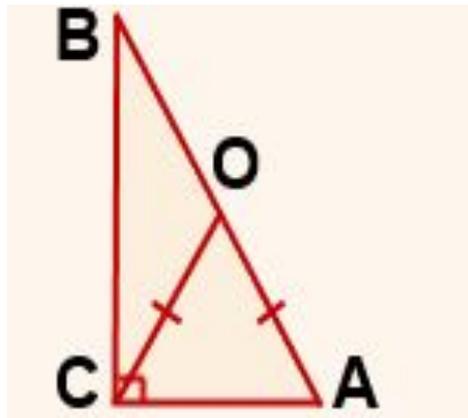
Модуль	Алгебра			Геометрия		
	21	22	23	24	25	26
Номер задания	21	22	23	24	25	26
Уровень сложности	П	П	В	П	П	В
Ожидаемый процент выполнения	30–50	15–30	3–15	30–50	15–30	3–15

- Медиана соединяет вершину треугольника с серединой противоположной стороны
- Медиана, проведенная к основанию равнобедренного треугольника, является биссектрисой и высотой.
- Медианы, проведенные из вершин при основании равнобедренного треугольника, равны.
- Медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит каждую из них в отношении $2:1$, считая от вершины.
- Медиана треугольника делит его на два равновеликих.
- Треугольник разделяется своими медианами на шесть равновеликих треугольника.
- Большой стороне треугольника соответствует меньшая медиана.
- В прямоугольном треугольнике медиана, проведенная из вершины прямого угла, равна половине гипотенузы.
- Формула медианы

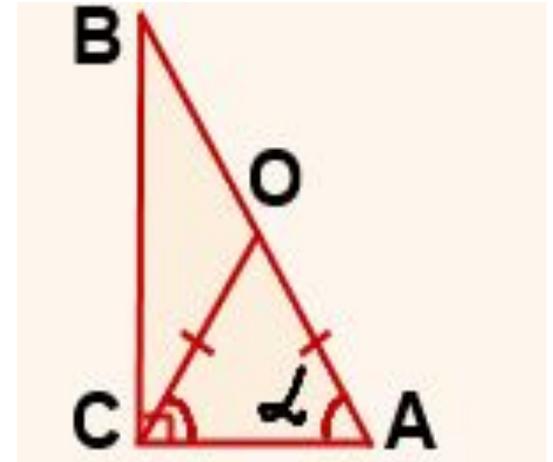
№ 231. Медиана AM треугольника ABC равна половине стороны BC . Докажите, что треугольник ABC прямоугольный. (Геометрия 7-9, Л.С. Атанасян, глава 4, соотношения между сторонами и углами треугольника). Справедливо ли обратное утверждение?

▣ Медиана, проведенная к гипотенузе, равна половине гипотенузы

- Доказательство:
- 1) В прямоугольном треугольнике ABC из вершины прямого угла C проведем к гипотенузе AB отрезок CO так, чтобы $CO=OA$.

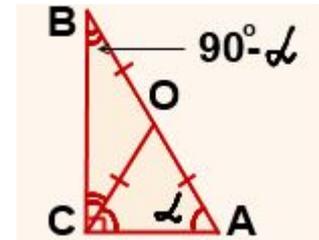


- 2) $\triangle AOC$ — равнобедренный с основанием AC (по определению равнобедренного треугольника).
- Значит, у него углы при основании равны:
 $\angle OAC = \angle OCA = \alpha$.



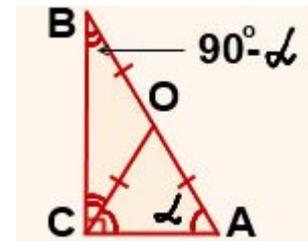
3) Так как сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90° , то в треугольнике ABC $\angle B = 90^\circ - \alpha$.

4) Так как $\angle BCA = 90^\circ$ (по условию), то $\angle BCO = 90^\circ - \angle OCA = 90^\circ - \alpha$.

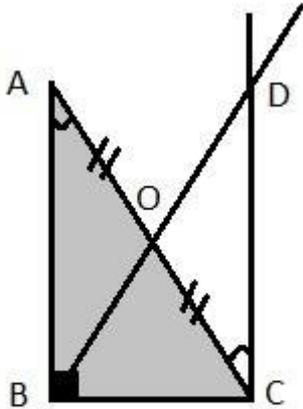


- 5) Рассмотрим треугольник ВОС.
- $\angle ВСО=90^\circ-\alpha$, $\angle В=90^\circ-\alpha$, следовательно,
 $\angle ВСО=\angle В$.
- Значит, треугольник ВОС — равнобедренный с основанием ВС (по признаку равнобедренного треугольника).
- Отсюда $ВО=СО$.

- 6) Так как $CO=OA$ (по построению) и $BO=CO$ (по доказанному), то $CO=OA=BO$,
 $AB=OA+BO=2 \cdot OA=2 \cdot CO$.
- Таким образом, точка O — середина гипотенузы AB , отрезок CO соединяет вершину треугольника с серединой противоположащей стороны, значит, CO — медиана, проведенная к гипотенузе, и она равна половине гипотенузы:
 - $CO = \frac{1}{2}AB$.
 - Что и требовалось доказать.



№404. Докажите, что медиана прямоугольного треугольника, проведенная к гипотенузе, равна половине гипотенузы.
(Геометрия 7-9, Л.С. Атанасян, глава 5, четырехугольники)



. Проведем $CD \parallel AB$. Продолжим BO до пересечения с CD .

$\triangle AOB = \triangle COD$ по стороне и двум прилежащим углам:

$AO = OC$ (BO -медиана), $\angle BAO = \angle DCO$ ($AB \parallel CD$, AC - секущая),

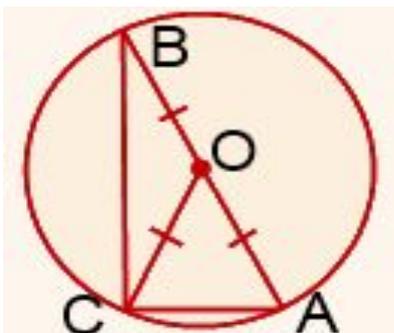
$\angle AOB = \angle DOC$, как вертикальные.

Значит, $AB = CD$.

В четырехугольнике $ABCD$: AB и CD равны и параллельны, значит, $ABCD$ - параллелограмм, у которого угол $B = 90^\circ$.

Тогда $ABCD$ - прямоугольник, его диагонали равны и в точке пересечения делятся пополам.

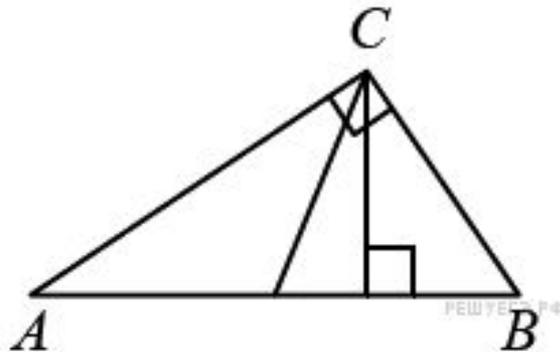
$BD = AC$ и $BO = 0,5 * BD = 0,5 * AC$, что и треб. доказать.



Медиана, проведенная к гипотенузе, равна радиусу описанной около прямоугольного треугольника окружности.

$$CO = BO = AO = R$$

- ▣ **В 7 № 502085.** Острые углы прямоугольного треугольника равны 62° и 28° . Найдите угол между высотой и медианой, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



Мнемоническое правило

- Медиана — обезьяна, у которой зоркий глаз, прыгнет точно в середину стороны против вершины, где находится сейчас.

