

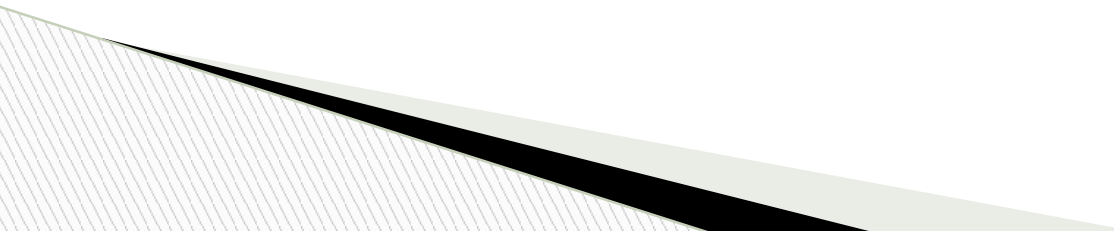
# Задача 25 ОГЭ на примере темы «Медиана»

Учитель математики высшей категории  
МАОУ СОШ 37  
Козлова Елена Викторовна

- При решении задачи плохой план часто оказывается полезным. Он может вести к лучшему плану.

© **Д. Пойа**

- Отличие геометрии от всех других образовательных предметов состоит в том, что ее содержание практически не меняется в течение многих веков и основные цели ее изучения также остаются неизменными:

- *1. Развитие пространственных представлений,* что в требованиях, предъявляемых к знаниям и умениям учащихся стандартом, формулируется как умение:
    - • читать и делать чертежи, необходимые для решения;
    - • выделять необходимую конфигурацию при чтении чертежа;
    - • определять необходимость дополнительных построений при решении задач и выполнять их;
    - • различать взаимное расположение геометрических фигур.
- 

- ▣ *2. Формирование и развитие логического мышления, что в требованиях, предъявляемых к знаниям и умениям учащихся стандартом, формулируется*
- ▣ как владение методами доказательств, применяемыми при обосновании геометрических утверждений (теорем, лемм, следствий и т.д.), а также при проведении аргументации и доказательных рассуждений в ходе решения задач.

- ▣ *Продвинутый уровень:*
- ▣ доказательство считается *выполненным верно*, если учащийся правильно привел схему доказательства, обосновал все логические шаги, выполнил чертежи, которые правильно отражают, кроме условия, еще и ход доказательства.

### Модуль «Геометрия»

24	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	7	5	П	2
25	Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные заключения	7	7.8	П	3
26	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	7	5	В	4

*Таблица 12. Планируемый процент выполнения заданий частей 2*

Модуль	Алгебра			Геометрия		
	21	22	23	24	25	26
Номер задания	21	22	23	24	25	26
Уровень сложности	П	П	В	П	П	В
Ожидаемый процент выполнения	30–50	15–30	3–15	30–50	15–30	3–15

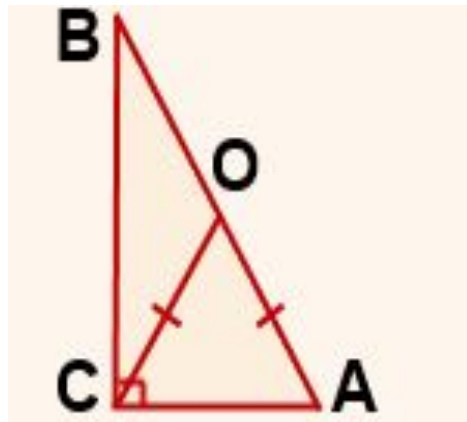


- Медиана соединяет вершину треугольника с серединой противоположной стороны
- Медиана, проведенная к основанию равнобедренного треугольника, является биссектрисой и высотой.
- Медианы, проведенные из вершин при основании равнобедренного треугольника, равны.
- Медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит каждую из них в отношении  $2:1$ , считая от вершины.
- Медиана треугольника делит его на два равновеликих.
- Треугольник разделяется своими медианами на шесть равновеликих треугольника.
- Большой стороне треугольника соответствует меньшая медиана.
- В прямоугольном треугольнике медиана, проведенная из вершины прямого угла, равна половине гипотенузы.
- Формула медианы

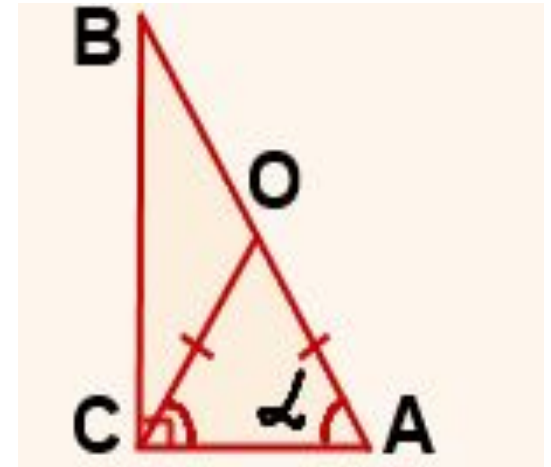
№ 231. Медиана  $AM$  треугольника  $ABC$  равна половине стороны  $BC$ . Докажите, что треугольник  $ABC$  прямоугольный. (Геометрия 7-9, Л.С. Атанасян, глава 4, соотношения между сторонами и углами треугольника). Справедливо ли обратное утверждение?

***▣ Медиана, проведенная к гипотенузе, равна половине гипотенузы***

- Доказательство:
- 1) В прямоугольном треугольнике  $ABC$  из вершины прямого угла  $C$  проведем к гипотенузе  $AB$  отрезок  $CO$  так, чтобы  $CO=OA$ .

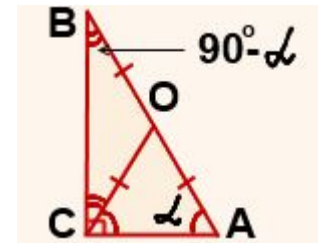


- 2)  $\Delta AOC$  — равнобедренный с основанием  $AC$  (по определению равнобедренного треугольника).
- Значит, у него углы при основании равны:  
 $\angle OAC = \angle OCA = \alpha$ .



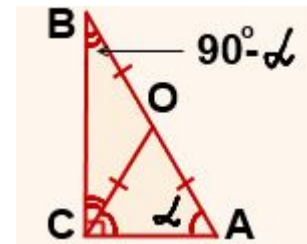
3) Так как сумма острых углов прямоугольного треугольника равна  $90^\circ$ , то в треугольнике  $ABC$   $\angle B = 90^\circ - \alpha$ .

4) Так как  $\angle BCA = 90^\circ$  (по условию), то  $\angle BCO = 90^\circ - \angle OCA = 90^\circ - \alpha$ .

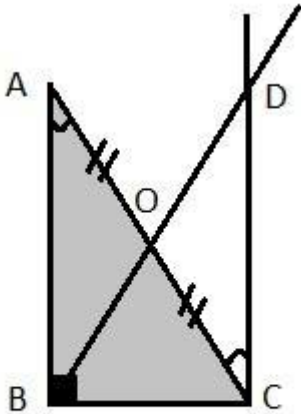


- 5) Рассмотрим треугольник ВОС.
- $\angle ВСО=90^\circ-\alpha$ ,  $\angle В=90^\circ-\alpha$ , следовательно,  
 $\angle ВСО=\angle В$ .
- Значит, треугольник ВОС — равнобедренный с основанием ВС (по признаку равнобедренного треугольника).
- Отсюда  $ВО=СО$ .

- 6) Так как  $CO=OA$  (по построению) и  $BO=CO$  (по доказанному), то  $CO=OA=BO$ ,  
 $AB=OA+BO=2 \cdot OA=2 \cdot CO$ .
- Таким образом, точка  $O$  — середина гипотенузы  $AB$ , отрезок  $CO$  соединяет вершину треугольника с серединой противоположащей стороны, значит,  $CO$  — медиана, проведенная к гипотенузе, и она равна половине гипотенузы:
  - $CO = \frac{1}{2}AB$ .
  - Что и требовалось доказать.



**№404. Докажите, что медиана прямоугольного треугольника, проведенная к гипотенузе, равна половине гипотенузы.**  
(Геометрия 7-9, Л.С. Атанасян, глава 5, четырехугольники)



. Проведем  $CD \parallel AB$ . Продолжим  $BO$  до пересечения с  $CD$ .

$\triangle AOB = \triangle COD$  по стороне и двум прилежащим углам:

$AO = OC$  ( $BO$ -медиана),  $\angle BAO = \angle DCO$  ( $AB \parallel CD$ ,  $AC$  - секущая),

$\angle AOB = \angle DOC$ , как вертикальные.

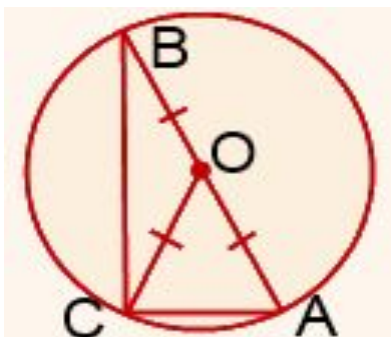
Значит,  $AB = CD$ .

В четырехугольнике  $ABCD$ :  $AB$  и  $CD$  равны и параллельны, значит,  $ABCD$  - параллелограмм, у которого угол  $B = 90^\circ$ .

Тогда  $ABCD$  - прямоугольник, его диагонали равны и в точке пересечения делятся пополам.

$BD = AC$  и  $BO = 0,5 * BD = 0,5 * AC$ , что и треб. доказать.

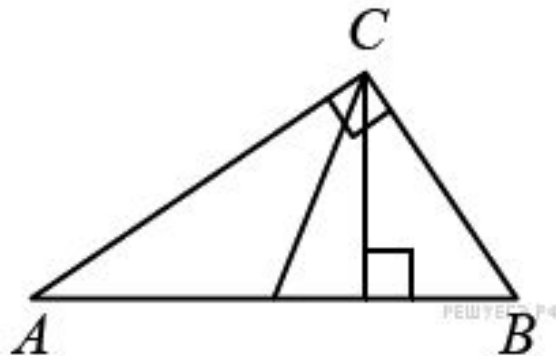




Медиана, проведенная к гипотенузе, равна радиусу описанной около прямоугольного треугольника окружности.

$$CO = BO = AO = R$$

- **В 7 № 502085.** Острые углы прямоугольного треугольника равны  $62^\circ$  и  $28^\circ$ . Найдите угол между высотой и медианой, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



# Мнемоническое правило

- Медиана — обезьяна, у которой зоркий глаз, прыгнет точно в середину стороны против вершины, где находится сейчас.

