

# ***ГОТОВИМСЯ к ОГЭ 2015***



## ***ЗАДАЧИ ВТОРОЙ ЧАСТИ***

*Разработано учителем математики  
Баюковской ООШ Муслюмовского  
района РТ Хазиевой А. Ф.*



*Если вы хотите  
научиться плавать,  
то смело входите в воду,  
а если хотите  
научиться решать  
задачи,  
то решайте их!*

*(Д. По́я)*



## ***Таблица 1. Распределение заданий по частям работы.***

<b>№</b>	<b>Часть работы</b>	<b>Тип заданий</b>	<b>Количество заданий</b>	<b>Максимальный первичный балл</b>	<b>Процент максимального первичного балла для каждой части работы от максимального первичного балла за всю работу, равного 38</b>
<b>1.</b>	Часть 1	С выбором ответа	4	4	11
<b>2.</b>	Часть 1	С кратким ответом	16	16	42
<b>3.</b>	Часть 2	С развернутом ответом	6	18	47
	Итого		26	38	100

## *Таблица 2. Распределение заданий части 2 по КЭС.*

<b>Код по КЭС</b>	<b>Название раздела содержания</b>	<b>Количество заданий</b>
<b>2</b>	Алгебраические выражения	1
<b>3</b>	Уравнения и неравенства	1
<b>5</b>	Функции и графики	1

### ***Таблица 3. Распределение заданий части 2 по КТ.***

<b>Код по КТ</b>	<b>Название требования</b>	<b>Количество заданий</b>
<b>2</b>	Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений	1
<b>3</b>	Уметь решать уравнения, неравенства и их системы	1
<b>4</b>	Уметь строить и читать графики функций	1

## ***Таблица 4. Распределение заданий части 2 по КЭС.***

<b>Код по КЭС</b>	<b>Название раздела содержания</b>	<b>Количество заданий</b>
<b>7</b>	<b>Геометрия</b>	<b>3</b>



## **Таблица 5. Распределение заданий части 2 по КТ.**

<b>Код по КТ</b>	<b>Название требования</b>	<b>Количество заданий</b>
<b>7.8</b>	Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений , распознавать ошибочные заключения	1
<b>5</b>	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	2

## *Таблица 6. Планируемый процент выполнения заданий части 2.*

<b>Модуль</b>	<b>Алгебра</b>			<b>Геометрия</b>		
<b>Номер задания</b>	21	22	23	24	25	26
<b>Уровень сложности</b>	П	П	В	П	П	В
<b>Ожидаемый процент выполнения</b>	30-50	15-30	3-15	30-50	15-30	3-15

*Решения и критерии оценивания заданий части 2*  
*Модуль «Алгебра»*



## *Задание 21.*

**Сократим дробь:**

$$\frac{3^{2n+2} \cdot 5^{n-2}}{45^{n+1}} = \frac{3^{3n+2} \cdot 5^{n-2}}{3^{2n+2} \cdot 5^{n+1}} = 5^{n-2-(n+1)} = 5^{-3} = \frac{1}{125} = 0,008.$$

*Ответ:* 0,008.



## *Задание 21.*

Решим уравнение  $x^3 + 5x^2 - x - 5 = 0$ ,

$$x^3 + 5x^2 - x - 5 = 0,$$

$$x^2(x + 5) - (x + 5) = 0,$$

$$(x + 5)(x^2 - 1) = 0,$$

$$(x + 5)(x - 1)(x + 1) = 0,$$

$$x = -5, x = \pm 1.$$

*Ответ:*  $-5; -1; 1.$



## *Задание 21.*

Решим неравенство  $\frac{18}{x^2 - 5x + 4} \leq 0$ .

$18 > 0$ , тогда  $x^2 - 5x + 4 < 0$ .

$x^2 - 5x + 4 = 0$ ,  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 4$ .

$x^2 - 5x + 4 < 0$ , при  $1 < x < 4$ .

*Ответ:* (1;4).



## Задание 21.

Решим систему уравнений 
$$\begin{cases} \frac{x+3}{2} + \frac{y}{4} = 3, \\ 4x - y = 3. \end{cases}$$

Из второго уравнения  $y = 4x - 3$  подставим в первое уравнение.

$$\frac{x+3}{2} + \frac{4x-3}{4} = 3, 2x+6+4x-3=12, 6x+3=12, x=\frac{3}{2}, x=1,5.$$

$$y = 4 \cdot 1,5 - 3 = 3.$$

*Ответ:* (1,5; 3).



## *Таблица 7.*

<b>Баллы</b>	<b>Критерии оценки выполнения задания</b>
2	Правильно выполнены преобразования, получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена ошибка вычислительного характера или описка, с ее учетом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям
2	Максимальный балл

# *Задание 22.*



# *Памятка при решении задач на движение*

*Путь = скорость • время*

*При движении по реке:*

- **Скорость по течению** = собственная скорость транспорта + скорость течения реки*
- **Скорость против течения** = собственная скорость транспорта - скорость течения реки*



# ***Памятка для решения задач на проценты***

*Процентом числа называется его сотая часть.*

*Например:*

*1% от числа 500 – это число 5.*

***-нахождение процента от числа:***

*Найти 3 % от числа 500; 15 % от числа 60.*

***-нахождение числа по его процентам:***

*Найти число, 12% которого равны 30.*

***-нахождение % отношения чисел:***

*Сколько % составляет 120 от 600?*



# ***Памятка для решения задач на концентрацию, смеси, сплавы.***

*концентрация (доля чистого вещества в  
смеси)*

*- количество чистого вещества в смеси*

*- масса смеси.*

*масса смеси • концентрация = количество  
чистого вещества.*



# *Памятка при решении задач на работу*

*-время работы*

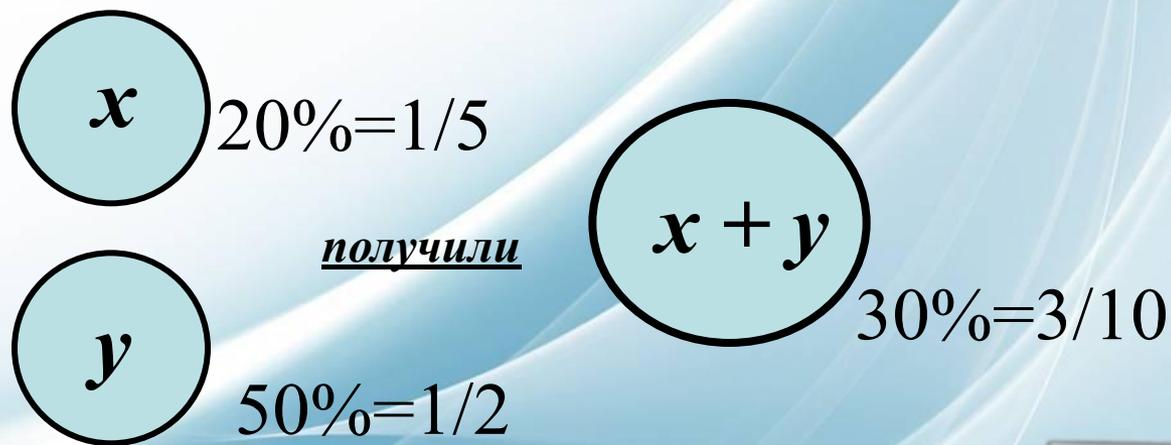
*-объем работы*

*-производительность*

*Объем работы = время работы •  
производительность*



**22.** При смешивании первого раствора кислоты, концентрация которого **20%**, и второго раствора этой же кислоты, концентрация которого **50%**, получился раствор, содержащий **30%** кислоты. В каком отношении были взяты первый и второй растворы?



Составим уравнение:

$$1/5 \cdot x + 1/2 \cdot y = 3/10 \cdot (x + y)$$



**Решаем уравнение:**  $1/5 \cdot x + 1/2 \cdot y = 3/10 \cdot (x + y)$

$$1/5 \cdot x + 1/2 \cdot y = 3/10 \cdot x + 3/10 \cdot y$$

$$1/5 \cdot x - 3/10 \cdot x = 3/10 \cdot y - 1/2 \cdot y$$

$$x (1/5 - 3/10) = y (3/10 - 1/2)$$

Надо найти отношение первого и второго растворов,  
т.е. как  $x : y$ , поэтому уравнение делим на  $y$ :

**Получаем:**  $x/y \cdot (-1/10) = -1/5$

$$x/y = (-1/5) : (-1/10) = -1/5 \cdot (-10/1) = + 2$$

Значит  $x : y = 2:1$

**Ответ: 2:1**



**22.** На изготовление **180 деталей** первый рабочий тратит **на 3 часа меньше**, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый **за час** делает **на 3 детали больше**.

**Решение.**

Пусть  $x$  – производительность (дет./час) второго рабочего,  
тогда

$(x+3)$  – производительность первого рабочего

Значит  $\frac{180}{x+3}$  – время первого рабочего

$\frac{180}{x}$  – время второго рабочего



Составим уравнение по условию задачи:

$$\frac{180}{x+3} + 3 = \frac{180}{x} \quad \left| \begin{array}{l} x(x+3) \neq 0 \\ x \neq 0; x \neq -3 \end{array} \right.$$

$$180x + 3x^2 + 9x = 180x + 540$$

$$3x^2 + 9x - 540 = 0 \quad | : 3$$

$$x^2 + 3x - 180 = 0$$

$$D = 9 - 4 \cdot (-180) = 9 + 720 = 729 = 27^2$$

$$\frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-3 \pm 27}{2} \Rightarrow \begin{array}{l} x_1 = 24 : 2 = 12 \\ x_2 = -30 : 2 < 0 \text{ (не подходит)} \end{array}$$

**Проверка.**

**Ответ: производительность второго рабочего 12 деталей в час**



**22.** Из города **А** в город **В** выехала грузовая машина. Спустя **1,2 часа** из пункта **А** вслед за ней выехал автобус. Через **0,8 часа** после своего выезда он отставал от машины **на 24 км**. Найдите скорость автобуса, если известно, что она больше скорости грузовой машины **на 30 км/ч**.

Решение.

Пусть  $x$  – км/ч скорость автобуса, тогда  
 $(x-30)$  – скорость грузовой машины.

Время движения автобуса:  $0,8$  часа

Время движения машины:  $1,2 + 0,8 = 2,0$  часа

Путь, пройденный автобусом:  $0,8 \cdot x$

Путь, пройденный машиной:  $2 \cdot (x-30)$



Составим уравнение по условию задачи:

$$0,8x + 24 = 2(x-30)$$

$$0,8x + 24 = 2x - 60$$

$$0,8x - 2x = - 24 - 60$$

$$- 1,2x = - 84$$

$$12x = 840$$

$$x = 840 : 12 = 70$$

Проверка (по условию задачи).

**Ответ: скорость автобуса 70 км/ ч**



## ***Задание 22.***

**Рыболов в 5 часов утра на моторной лодке отправился от пристани против течения реки, через некоторое время бросил якорь, 2 часа ловил рыбу и вернулся обратно в 10 часов утра того же дня. На какое расстояние от пристани он отплыл, скорость реки равна 2 км/ч, а собственная скорость лодки 6 км/ч ?**



## Решение.

Пусть искомое расстояние равно  $x$  км. Скорость лодки при движении против течения равна 4 км/ч, при движении по течению равна 8 км/ч. Время, за которое лодка доплывет от места отправления до места назначения и обратно, равно  $(x/4+x/8)$  часа. Из условия задачи следует, что это время равно 3 часа.

**Составим уравнение:**  $(x/4+x/8) = 3$

Решив уравнение, получим  $x=8$ .

**Ответ:** 8 км.



## *Таблица 8.*

<b>Баллы</b>	<b>Критерии оценки выполнения задания</b>
3	Правильно составлено уравнение, получен верный ответ
2	Правильно составлено уравнение, но при его решении допущена вычислительная ошибка, с ее учетом решение доведено до ответа
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
3	Максимальный балл

## Задание 23.

Постройте график функции  $y = \frac{x^4 - 13x^2 + 36}{(x-3)(x+2)}$  и определите, при каких значениях параметра  $c$  прямая  $y=c$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

**Решение.** Разложим числитель дроби на множители:

$$x^4 - 13x^2 + 36 = (x^2 - 4)(x^2 - 9) = (x-2)(x+2)(x-3)(x+3)$$

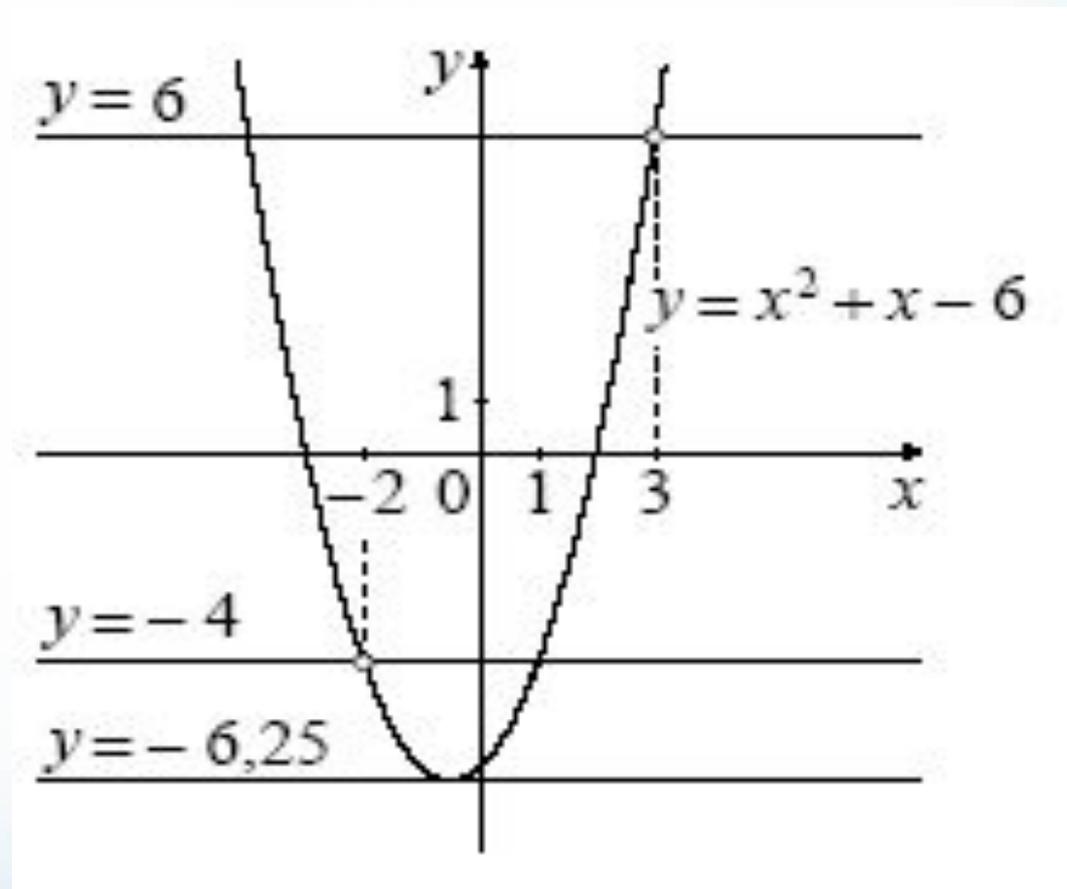


При  $x \neq -2$  и  $x \neq 3$  функция принимает вид:

$y = (x-2)(x+3) = x^2 + x - 6$ , ее график-парабола, из которой выколоты точки  $(-2; -4)$  и  $(3; 6)$ .

Прямая  $y=c$  имеет с графиком ровно одну общую точку либо тогда, когда проходит через вершину параболы, либо тогда, когда пересекает параболу в двух точках, одна из которых-выколотая. Вершина параболы имеет координаты  $(-0,5; -6,25)$ .





Поэтому  $c = -6,25$ ;  $c = -4$  или  $c = 6$ .



## Задание 23.

Построим график функции.

$$y = \begin{cases} (x + 3)^2, & \text{при } |x + 2| < 3; \\ -\frac{20}{x}, & \text{при } |x + 2| \geq 3; \end{cases}$$

1)  $y = (x + 3)^2$ , при  $|x + 2| < 3$ . Решим неравенство  $|x + 2| < 3$ ,  
 $-3 < x + 2 < 3$ ,  
 $-5 < x < 1$ .

Графиком функции является часть параболы, определённой на множестве  $(-5; 1)$  и принимающей значения  $[0; 16]$ . Ветви направлены вверх, вершина в точке  $(-3; 0)$ . Составим таблицу и построим график (см. рис. 21).

$x$	-5	-3	-1	0	1
$y = (x + 3)^2$	4	0	4	9	16

$$2) y = -\frac{20}{x}, |x + 2| \geq 3.$$

Решим неравенство  $|x + 2| \geq 3$ .

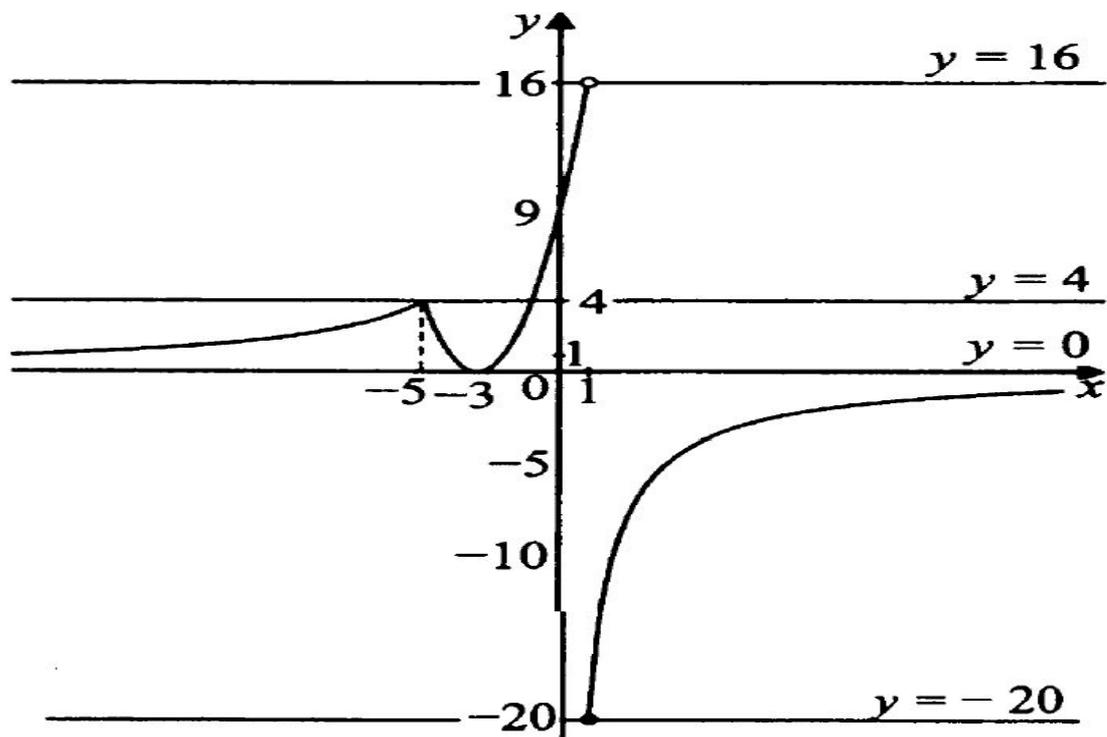
$$\begin{cases} x + 2 \geq 3, \\ x + 2 \leq -3; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 1, \\ x \leq -5. \end{cases}$$

Графиком этой функции является часть гиперболы, определённая на множестве  $(-\infty; -5] \cup [1; +\infty)$ , ветви находятся во 2-й и 4-й четвертях. Составим таблицу и построим график (см. рис. 21).

$x$	-10	-8	-5	1	2	4	5
$y = -\frac{20}{x}$	2	2,5	4	-20	-10	-5	-4

3) Прямая  $y = c$  пересекает построенный график функции в одной точке, когда  $c \in [-20; 0] \cup (4; 16)$ .



Ответ:  $[-20; 0] \cup (4; 16)$ .



## Задание 23.

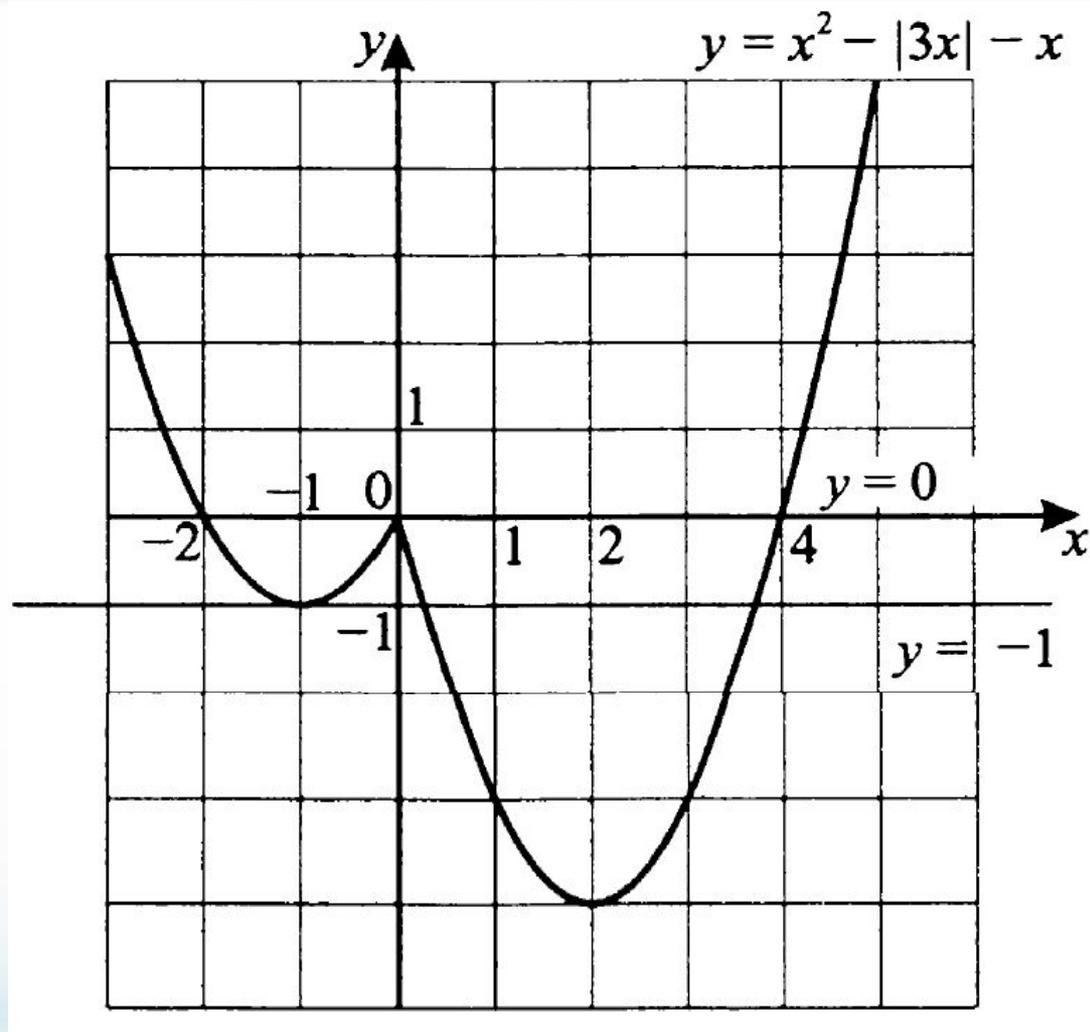
Построим график функции  $y = x^2 - |3x| - x$

$$y = \begin{cases} x^2 - 4x, & x \geq 0 \\ x^2 + 2x, & x < 0. \end{cases}$$

1. Графиком функции  $y = x^2 - 4x, x \geq 0$  является часть параболы, ветви которой направлены вверх ( $a = 1, a > 0$ ), вершина в точке с координатами  $(2; -4)$ ,  $y = 0$  при  $x = 0$  и  $x = 4$ .

2. Графиком функции  $y = x^2 + 2x, x < 0$  является часть параболы, ветви которой направлены вверх ( $a = 1, a > 0$ ), вершина в точке с координатами  $(-1; -1)$ ,  $y = 0$  при  $x = -2$ .

3. При  $C = -1$  и  $C = 0$  прямая  $y = C$  и график функции  $y = x^2 - |3x| - x$  имеют ровно три общие точки.



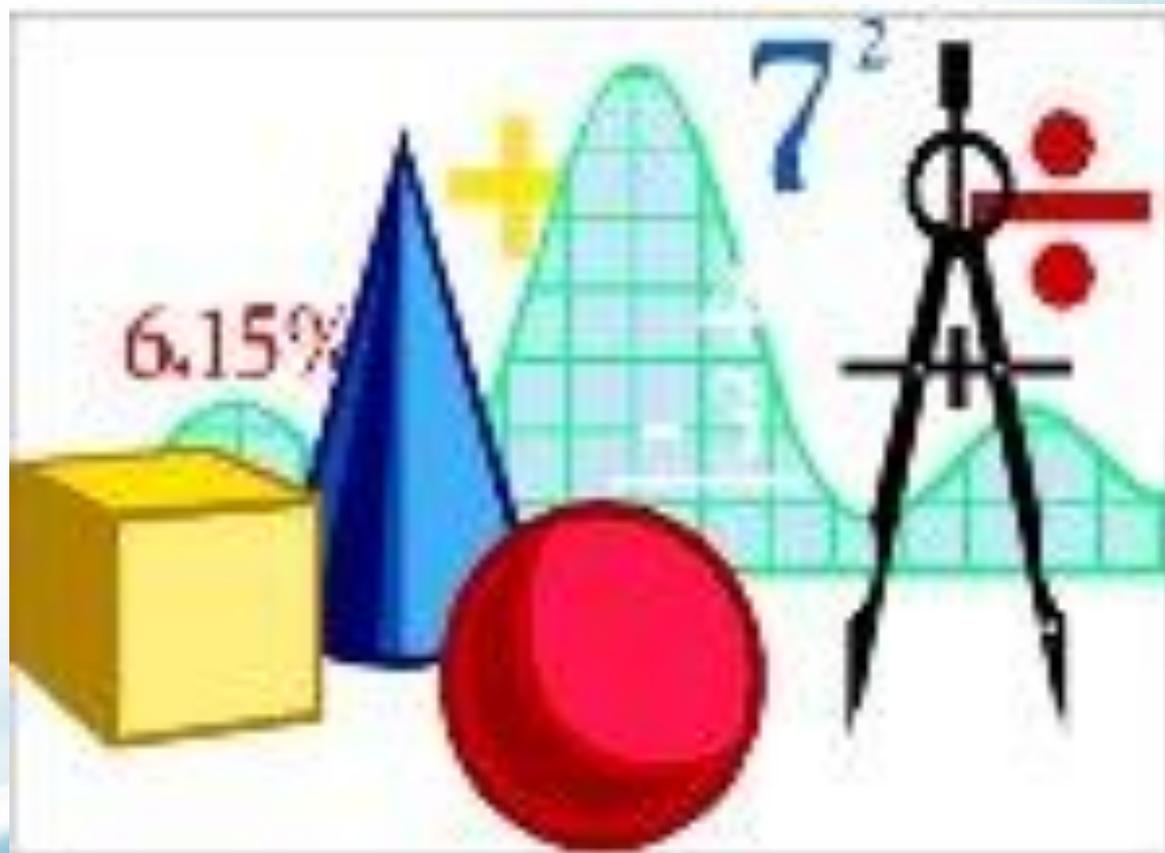
Ответ:  $-1; 0$ .



## *Таблица 9.*

<b>Баллы</b>	<b>Критерии оценивания выполнения задания</b>
4	График построен правильно, верно указаны все значения $s$ , при которых прямая $y = s$ имеет с графиком только одну общую точку
3	График построен правильно, указаны не все верные значения $s$
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям
4	Максимальный балл

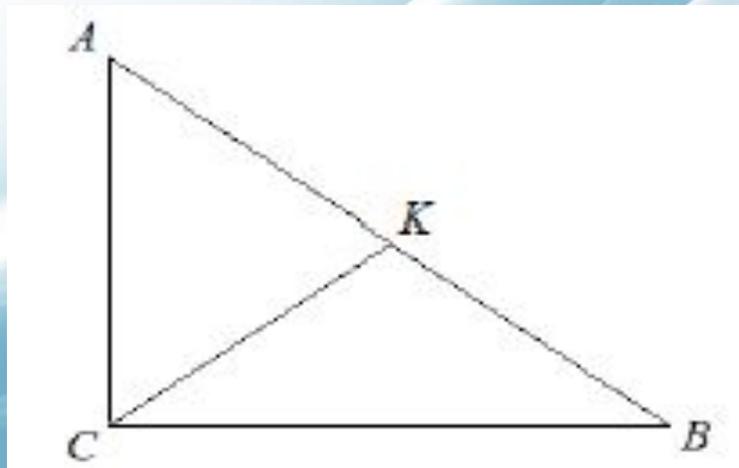
# *Модуль «Геометрия»*



## *Задание 24.*

В прямоугольном треугольнике  $ABC$  с прямым углом  $C$  известны катеты:  $AC = 6$ ,  $BC = 8$ . Найдите медиану  $CK$  этого треугольника.

**Решение.**





$$CK = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\sqrt{AC^2 + BC^2} = \frac{1}{2}\sqrt{36 + 64} = 5.$$

**Ответ: 5.**



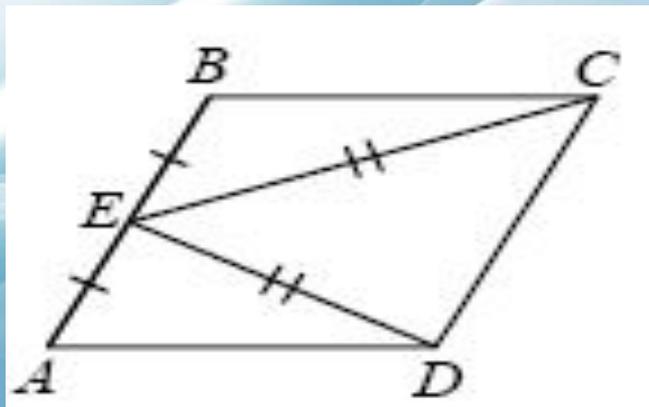
## *Таблица 10.*

<b>Баллы</b>	<b>Критерии оценки выполнения задания</b>
2	Получен верный обоснованный ответ
1	При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка, возможно приведшая к неверному ответу
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

## *Задание 25.*

В параллелограмме  $ABCD$  точка  $E$  – середина стороны  $AB$ . Известно, что  $EC = ED$ . Докажите, что данный параллелограмм – прямоугольник.

**Доказательство.**





Треугольники ВЕС и АЕД равны по трем сторонам.

Значит, углы СВЕ и ДАЕ равны. Так как их сумма равна 180, то углы равны 90. Такой параллелограмм – прямоугольник.



## *Таблица 11.*

<b>Баллы</b>	<b>Критерии оценки выполнения задания</b>
3	Доказательство верное, все шаги обоснованы
2	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
3	Максимальный балл

## *Задание 26.*

Основание  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  равно 12. Окружность радиуса 8 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания  $AC$ . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .



**Решение.** Пусть  $O$  – центр данной окружности, а  $Q$  – центр окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ . Точка касания  $M$  окружностей делит  $AC$  пополам.

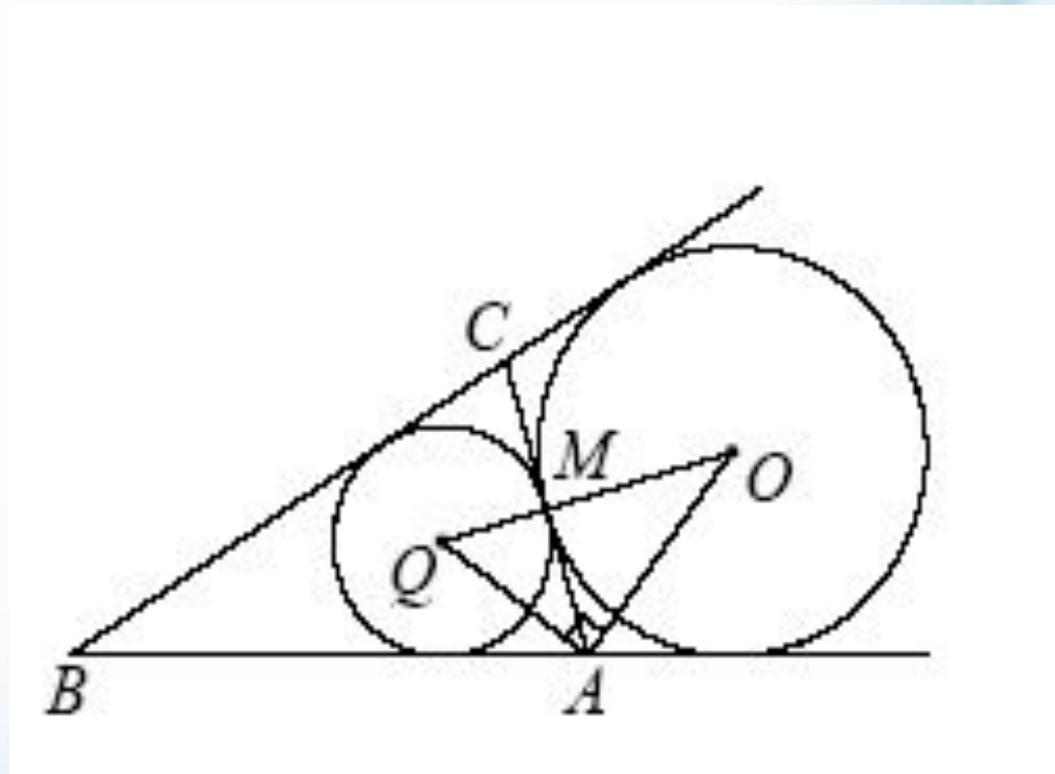
$AQ$  и  $AO$  – биссектрисы смежных углов, значит, угол  $OAQ$  прямой. Из прямоугольного треугольника  $OAQ$

получаем:  $AM^2 = MQ \cdot MO$ .

Следовательно,

$$QM = \frac{AM^2}{OM} = \frac{9}{2} = 4,5.$$





**Ответ:4,5**



## *Таблица 12.*

<b>Баллы</b>	<b>Критерии оценки выполнения задания</b>
4	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
3	Ход решения верный, чертеж соответствует условию задачи, но пропущены существенные объяснения или допущена вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
4	Максимальный балл

*Спасибо за внимание!*

