

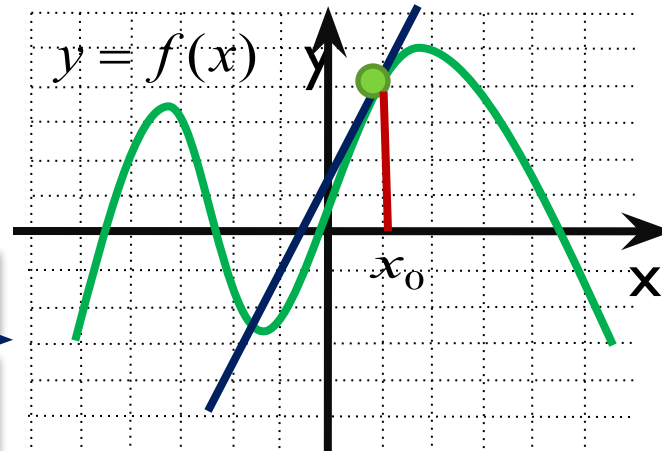
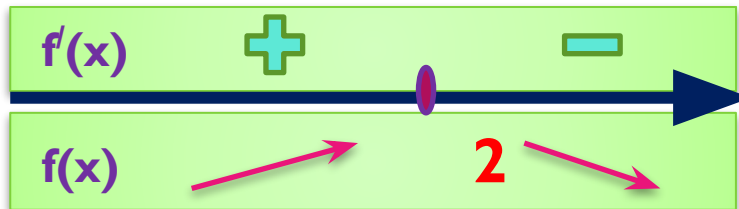


ЕГЭ

Производная

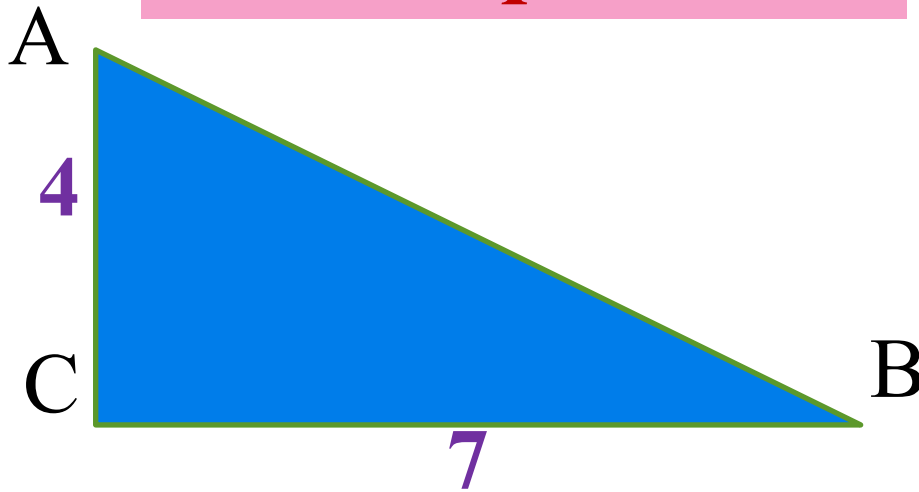
в заданиях уровня В

Часть первая



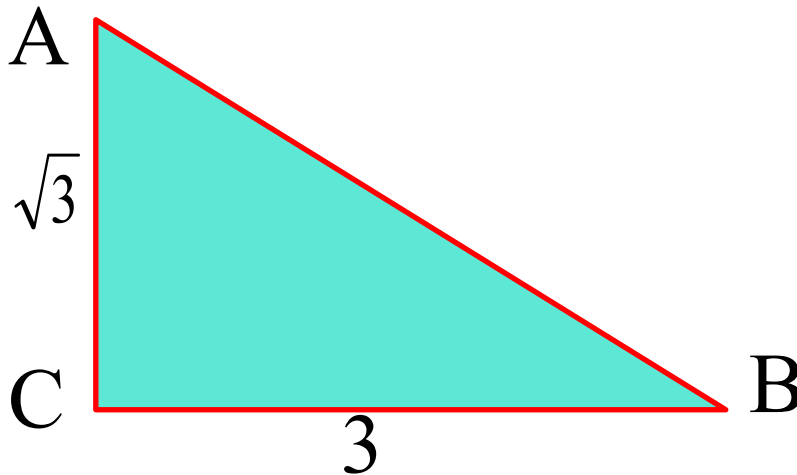
Учитель высшей категории Сильченкова С.Н.,
г.Белый Тверской обл.

Устная работа



$\operatorname{tg} A$ -?

$\operatorname{tg} B$ -?



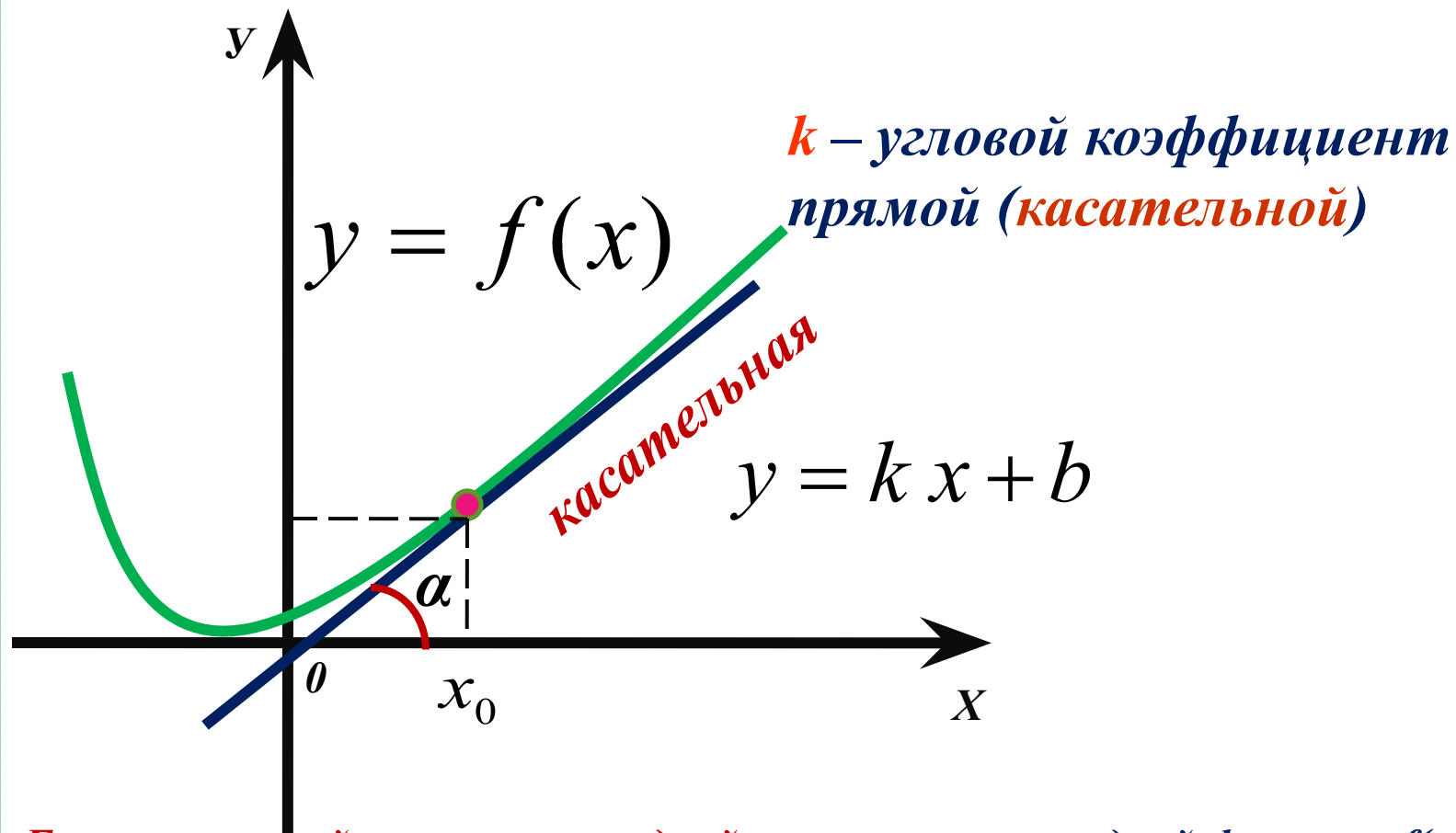
Вычислите tga , если $\alpha = 135^\circ$, 120° , 150° .

Найдите градусную меру $\angle B$.

Найдите градусную меру $\angle A$.

ТЕМА I

Геометрический смысл производной

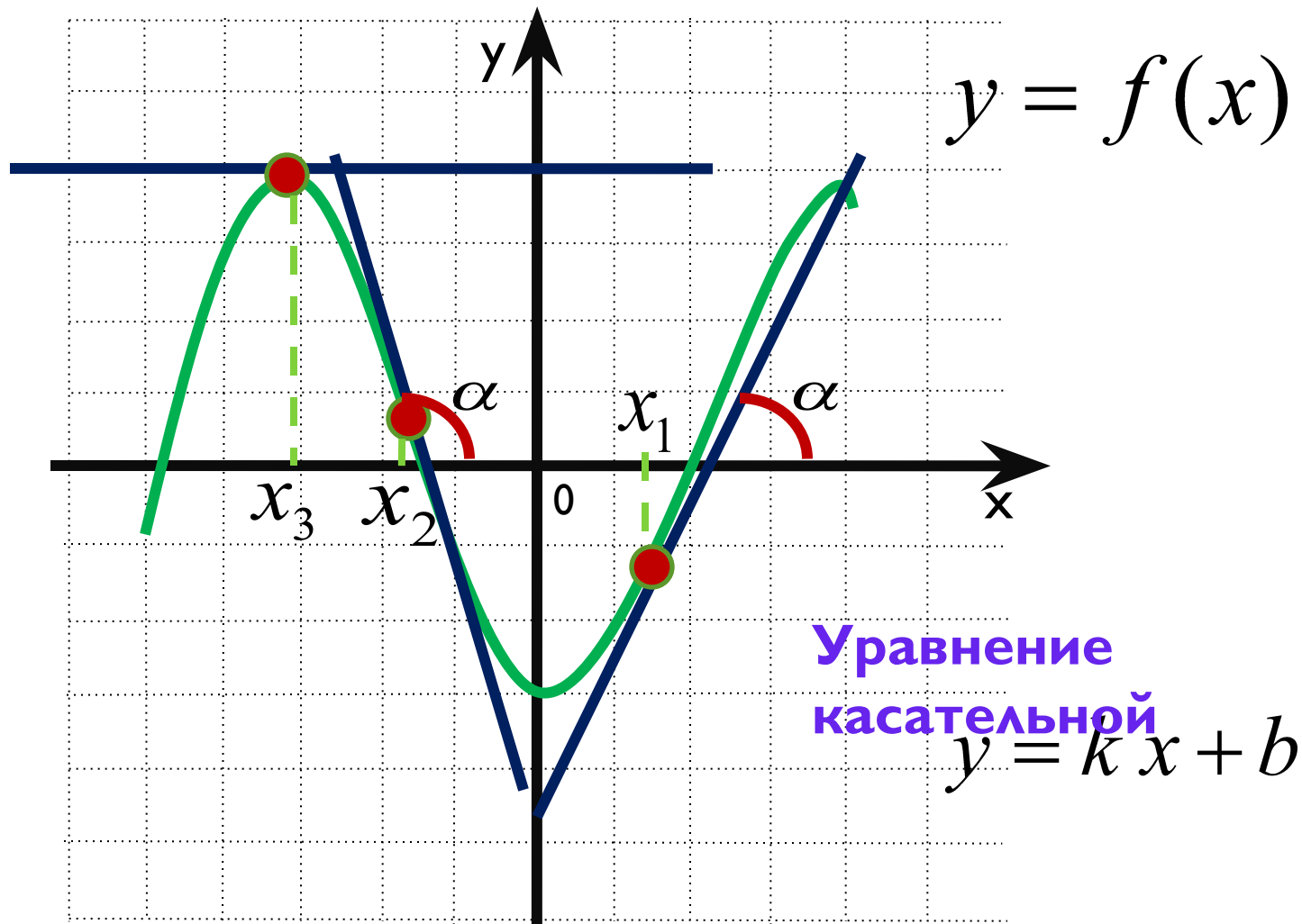


Геометрический смысл производной: значение производной функции $f(x)$ в точке с абсциссой x_0 равно угловому коэффициенту касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке $(x_0; f(x_0))$, т.е. $f'(x_0) = k$

Поскольку $k = \operatorname{tg} \alpha$, то верно равенство $f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha = k$

Если $\alpha < 90^\circ$, то $k > 0$.

Если $\alpha > 90^\circ$, то $k < 0$.



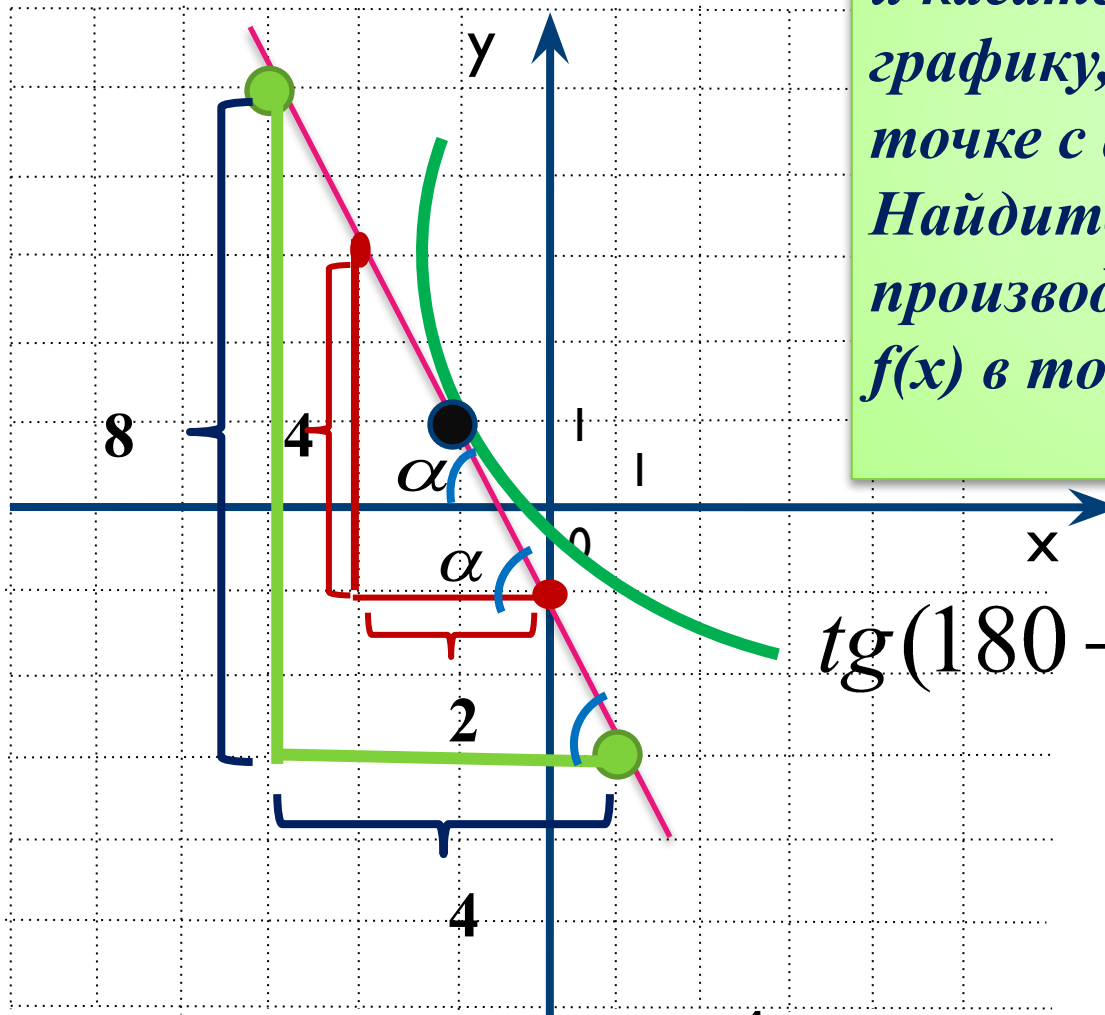
Если $\alpha = 0^\circ$, то $k = 0$. Касательная параллельна оси Ox .

□ *Острый или тупой угол образует касательная к графику функции в точке x_0 с положительной полуосью Ox ?*

□ *Чему равен тангенс угла наклона касательной к графику функции $y = x^2 + 2$ в точке $x_0 = -1$?*

Задание №1.

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведённая в точке с абсциссой -1 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке $x_0 = -1$.



$$\operatorname{tg}(180 - \alpha) = -\operatorname{tg}\alpha$$

ПОДСКАЗКА

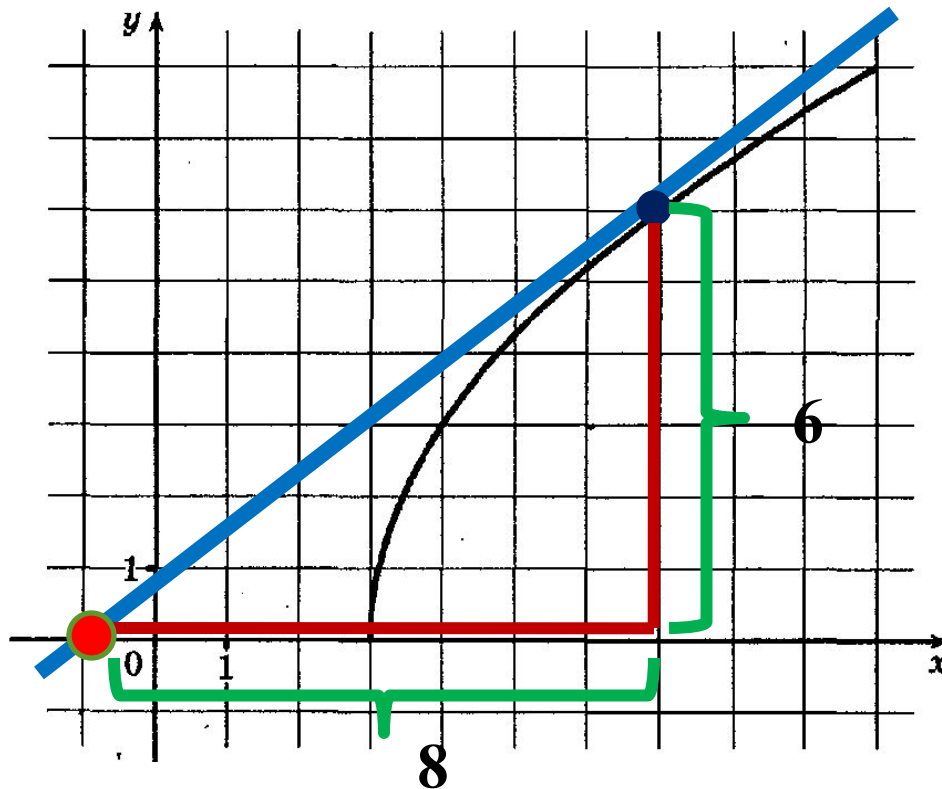
$$f'(x_0) = \operatorname{tg}\alpha$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{4}{2}$$

$$f'(x_0) = -2$$

Задание №2.

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через точку $(-1; 0)$, касается графика этой функции в точке с абсциссой 7. Найдите $f'(7)$.

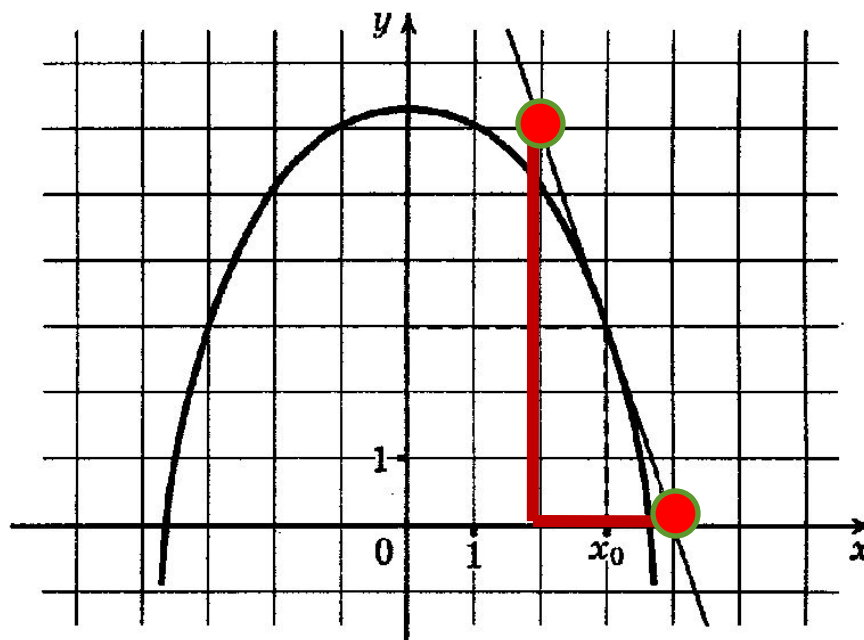


Ответ:

В 8 0 , 7 5

Задание №3.

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной $f'(x)$ в точке x_0 .



Ответ:

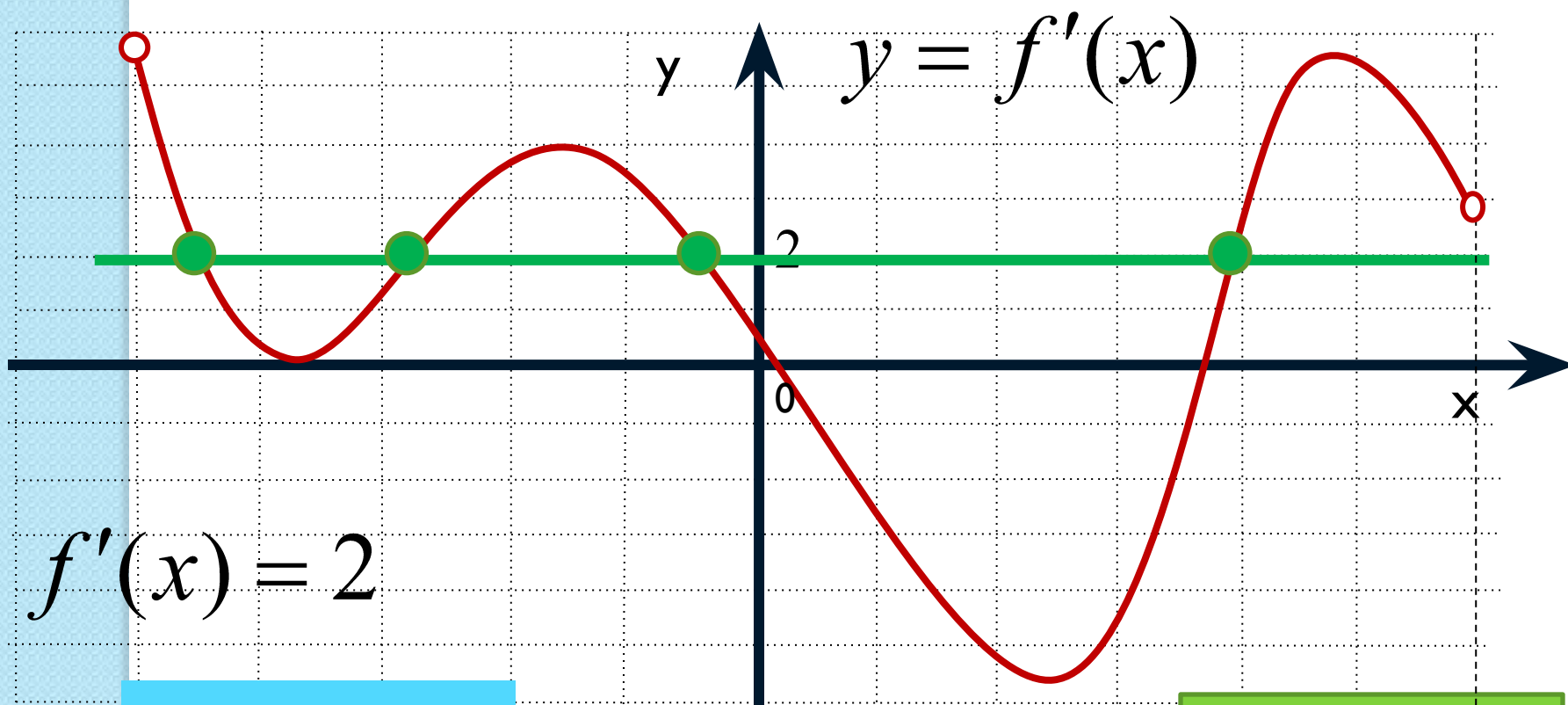
В 8

-

3

Задание №4.

На рисунке изображён график производной функции $y = f'(x)$, определённой на интервале $(-5; 6)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 2x - 5$ или совпадает с ней.



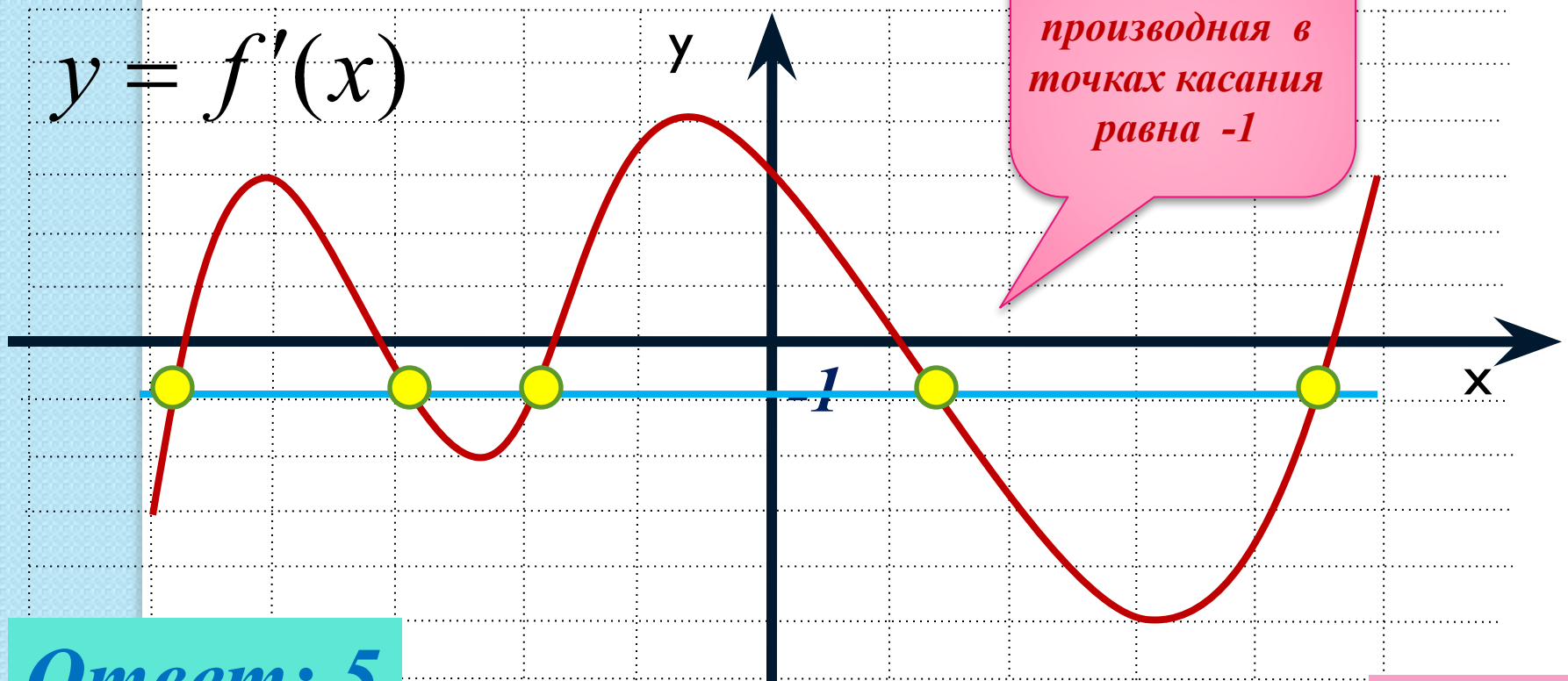
Ответ: 4

Учитель высшей категории Сильченкова С.Н.,
г.Белый Тверской обл.

подсказка

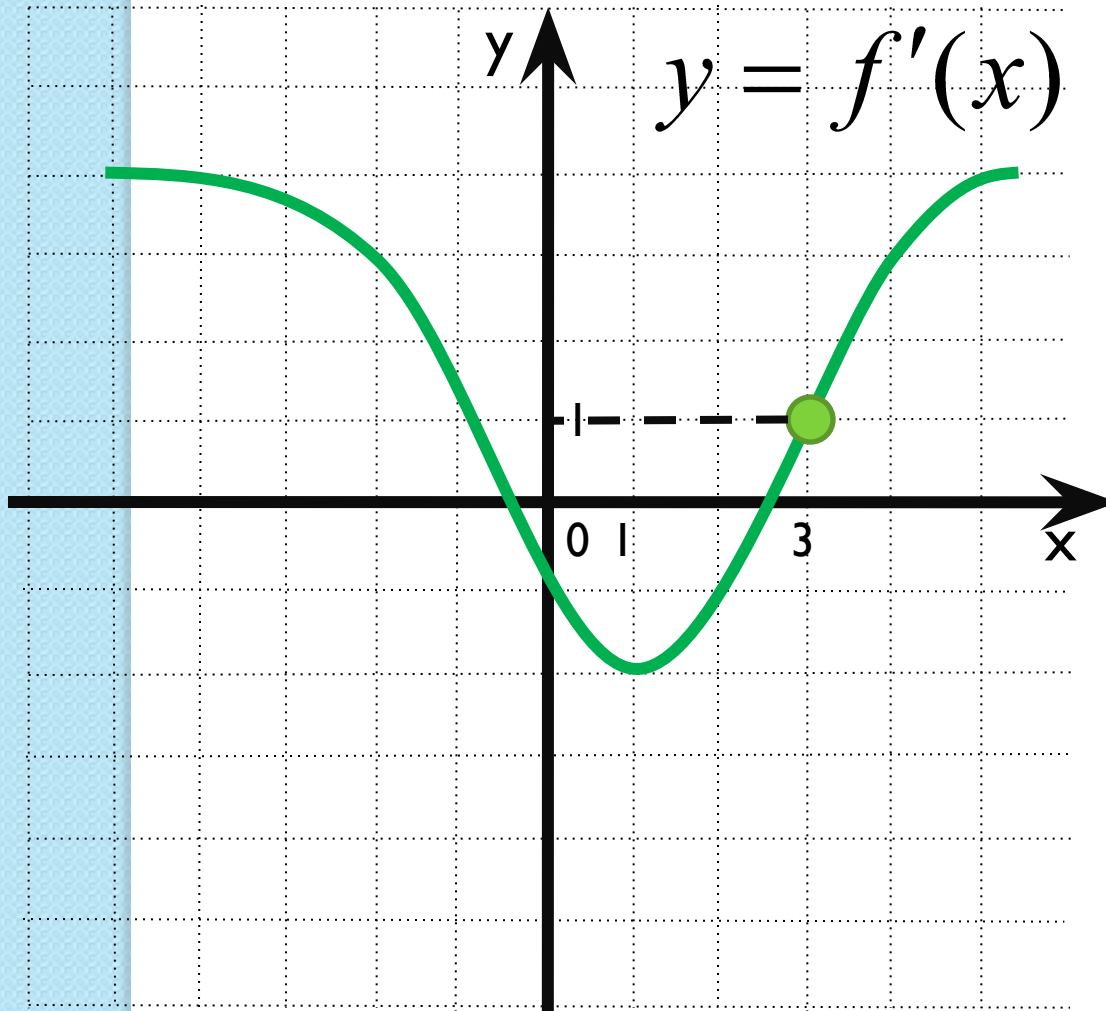
Задание №5

К графику функции $y = f(x)$ провели касательные под углом 135° к положительному направлению оси Ox . На рисунке изображён график производной функции. Укажите количество точек касания.



Ответ: 5

Задание №6



К графику функции $y = f(x)$ проведена касательная в точке с абсциссой $x_0 = 3$. Определите градусную меру угла наклона касательной, если на рисунке изображён график производной этой функции.

$$f'(x_0) = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha = 1$$

$$\alpha = 45^\circ$$

Ответ:

В8

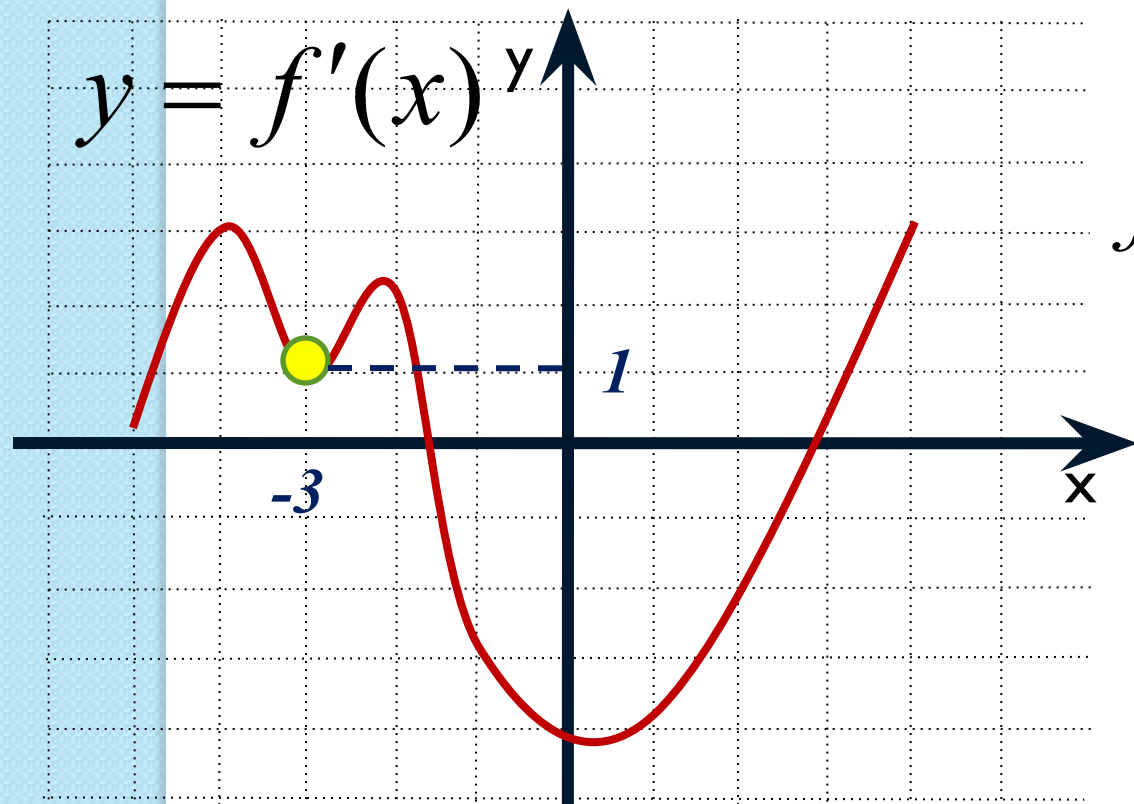
4

5

Задание №7

Учитель высшей категории Сильченкова С.Н.,
г.Белый Тверской обл.

По графику производной функции определите величину угла в градусах между положительным направлением оси Ox и касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке $x_0 = -3$.



$$f'(-3) = 1 = \operatorname{tg} \alpha$$

Ответ:

В8

4

5

В8	4	5					
----	---	---	--	--	--	--	--

Задание

№8

Прямая $y = 8x + 11$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 + 7x - 7$. Найдите абсциссу точки касания.

В8	0	,	5				
-----------	----------	----------	----------	--	--	--	--

Ответ:

ПОДСКАЗКА

Задание

№9

Прямая $y = -4x - 11$ является касательной к графику функции $y = x^3 + 7x^2 + 7x - 6$. Найдите абсциссу точки касания.

В8	-	1					
-----------	----------	----------	--	--	--	--	--

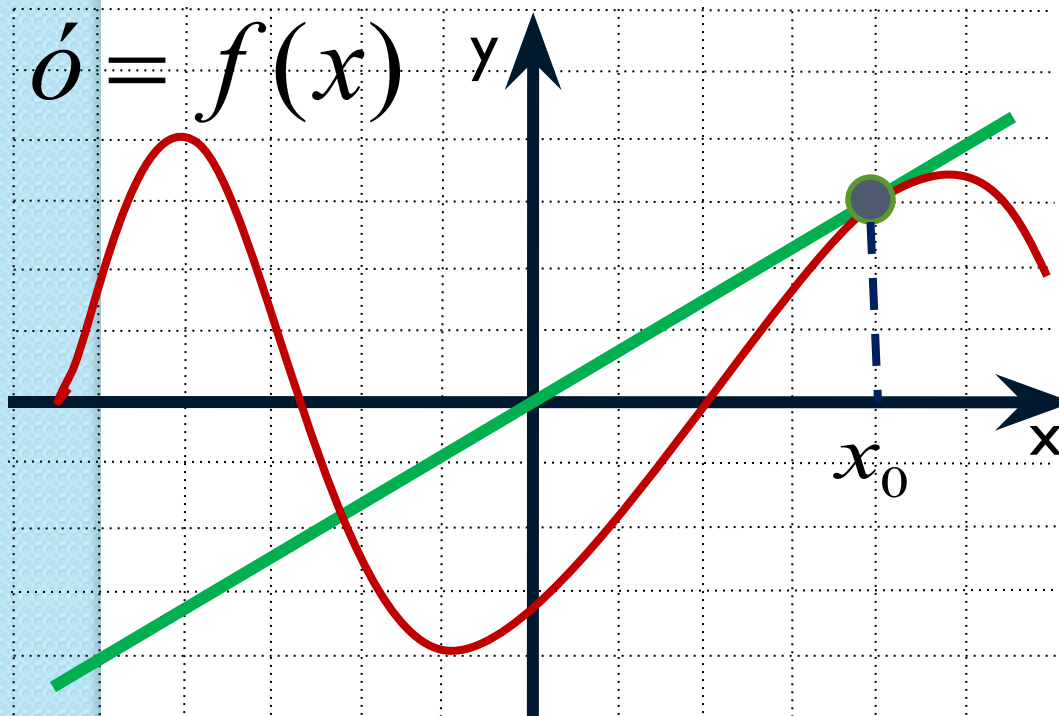
Ответ:

Учитель высшей категории Сильченкова С.Н., г.Белый Тверской обл.

ПОДСКАЗКА

Задание №10

Прямая проходит через начало координат и касается графика функции $y = f(x)$. Найдите производную в точке $x = 4$.



Производная функции в точке $x = 4$ – это производная в точке касания x_0 , а она равна угловому коэффициенту касательной или тангенсу угла наклона касательной к положительному направлению оси ox

ПОДСКАЗКА

Ответ:

В8

0

,

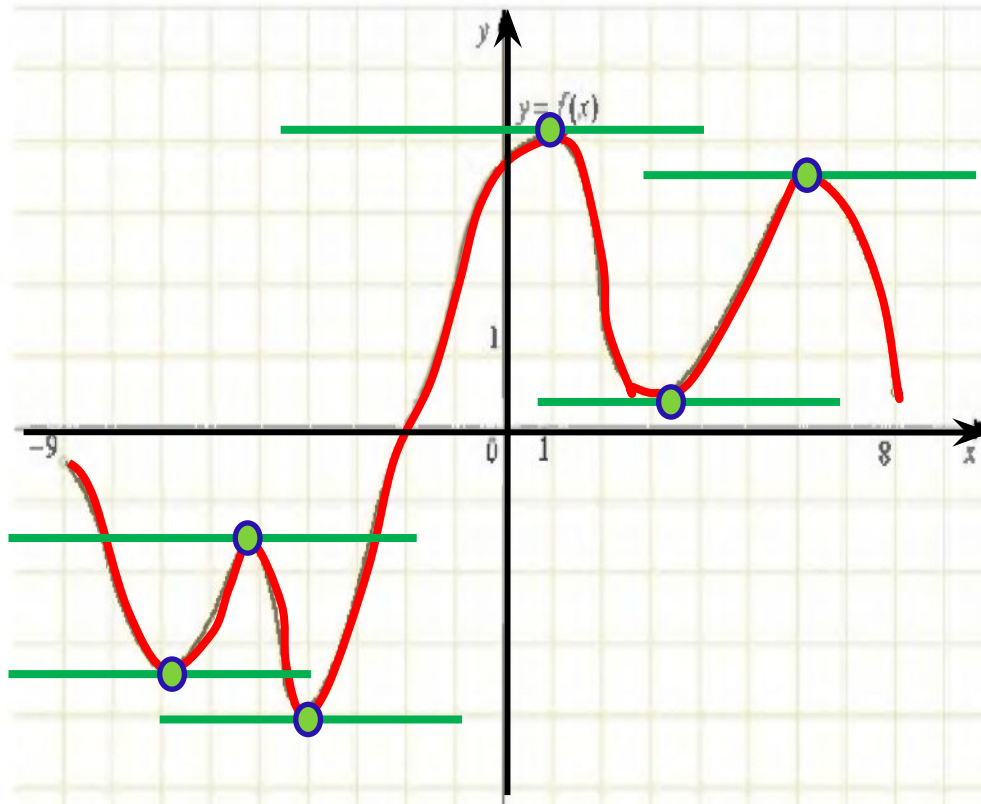
7

5

--	--	--	--	--	--	--	--	--

Задание №11

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-9; 8)$.
Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 10$.



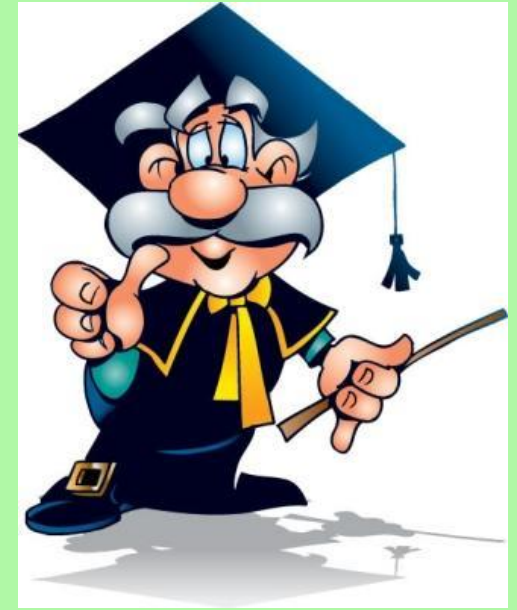
Ответ

В8

6

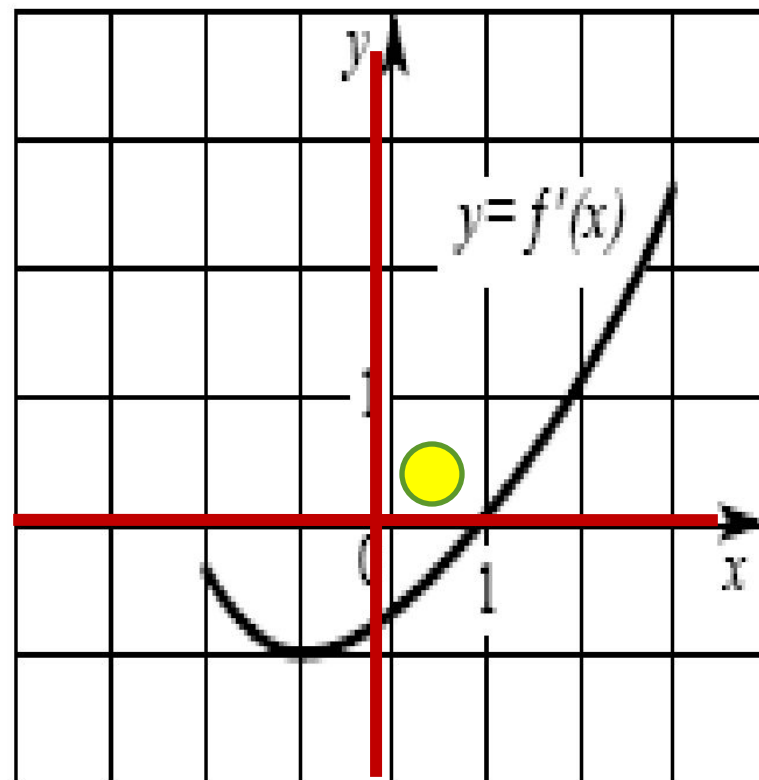
--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Решите
самостоятельно
следующие
задания**



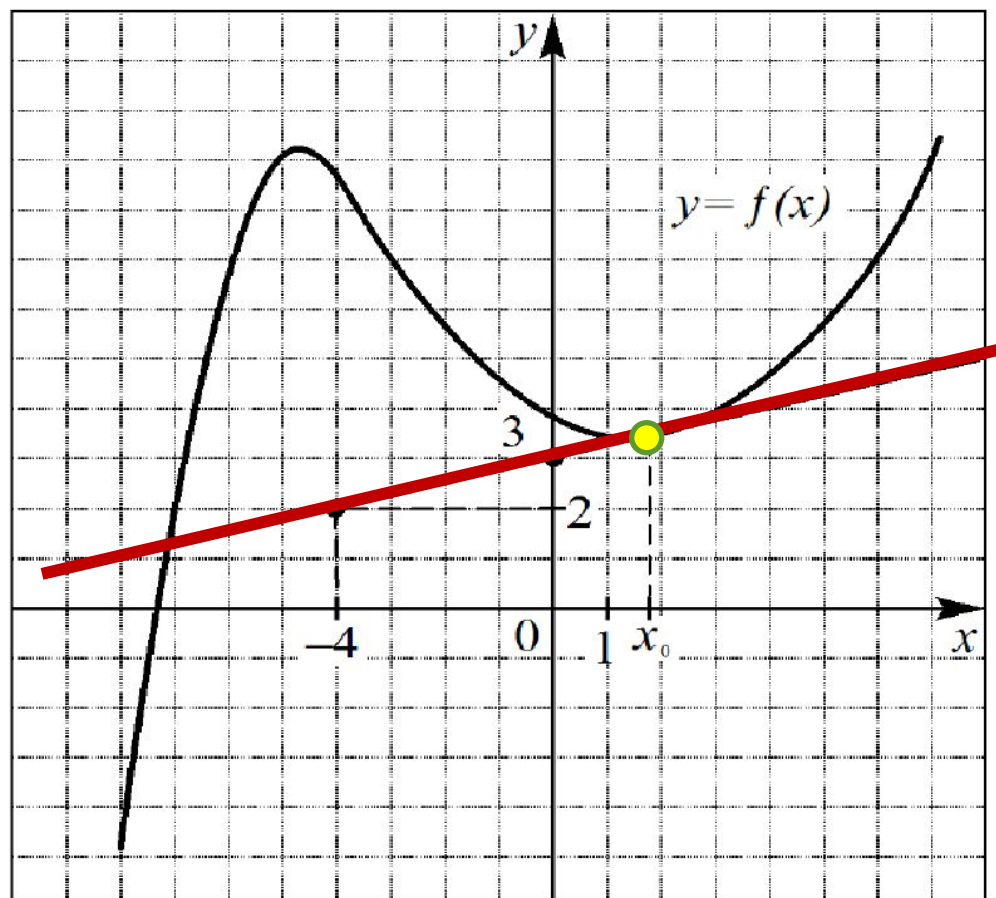
№1

На рисунке изображен график производной $y = f'(x)$ некоторой функции $f(x)$, определенной на интервале $(-2; 3)$. Укажите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = -3$ или совпадает с ней.



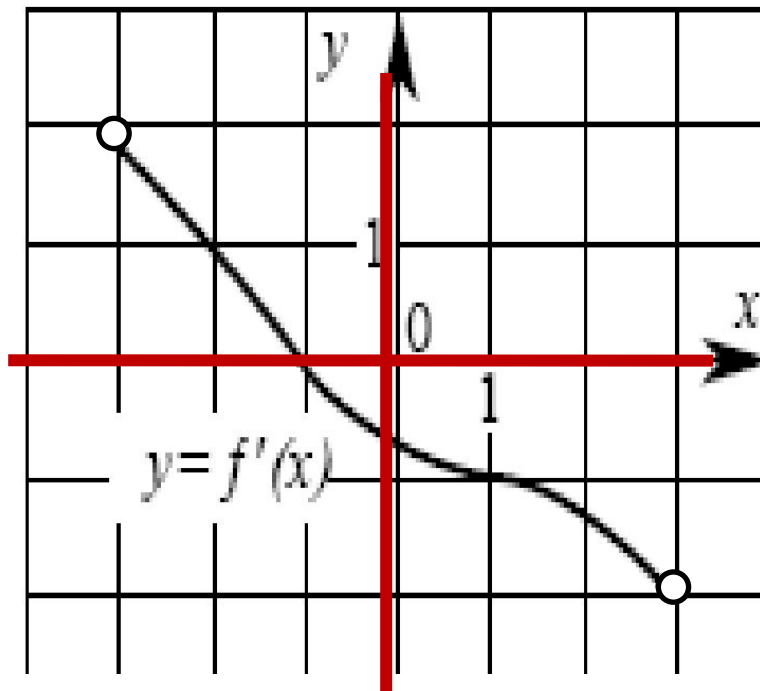
№2

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке x_0 . Пользуясь рисунком, найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



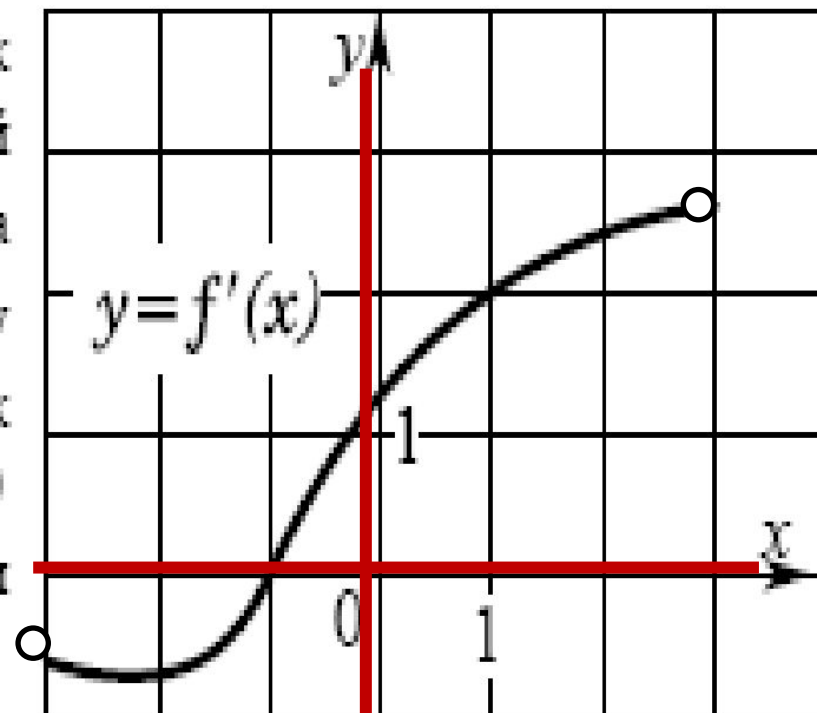
№3

На рисунке изображен график производной $y = f'(x)$ некоторой функции $f(x)$, определенной на интервале $(-3; 3)$. Укажите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 4 - x$ или совпадает с ней.



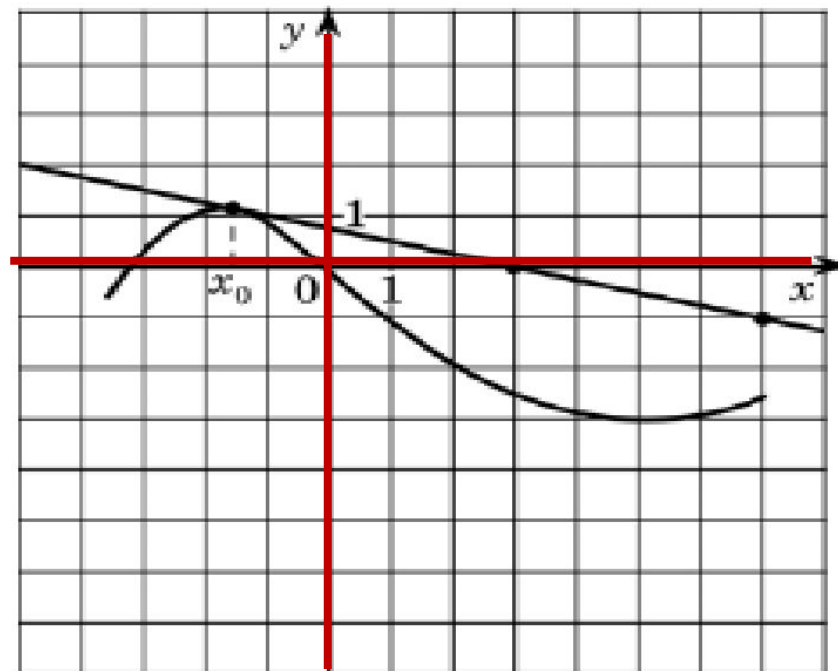
№4

На рисунке изображен график производной $y = f'(x)$ некоторой функции $f(x)$, определенной на интервале $(-3; 3)$. Укажите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 2x$ или совпадает с ней.



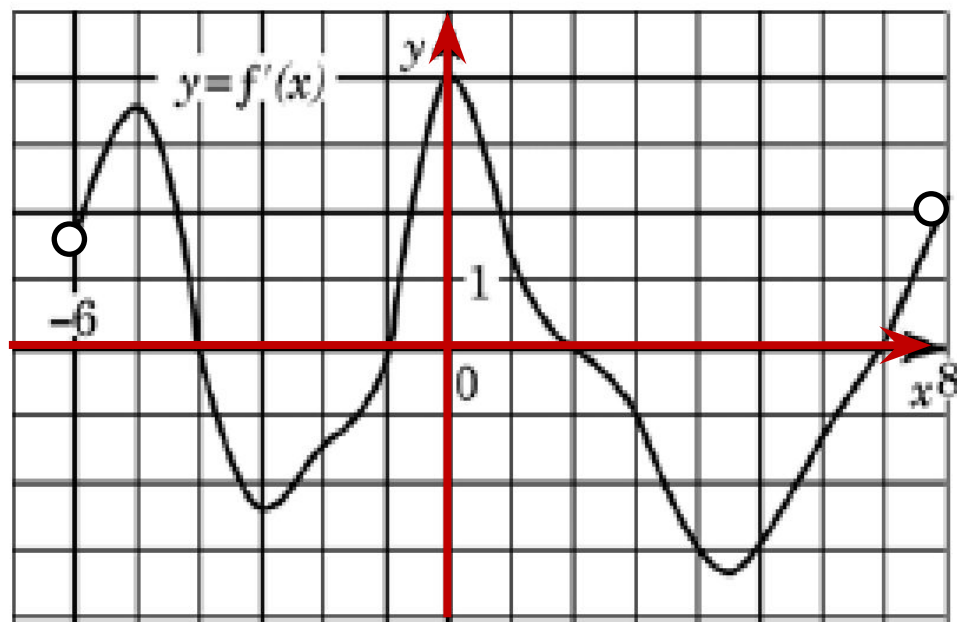
№5

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



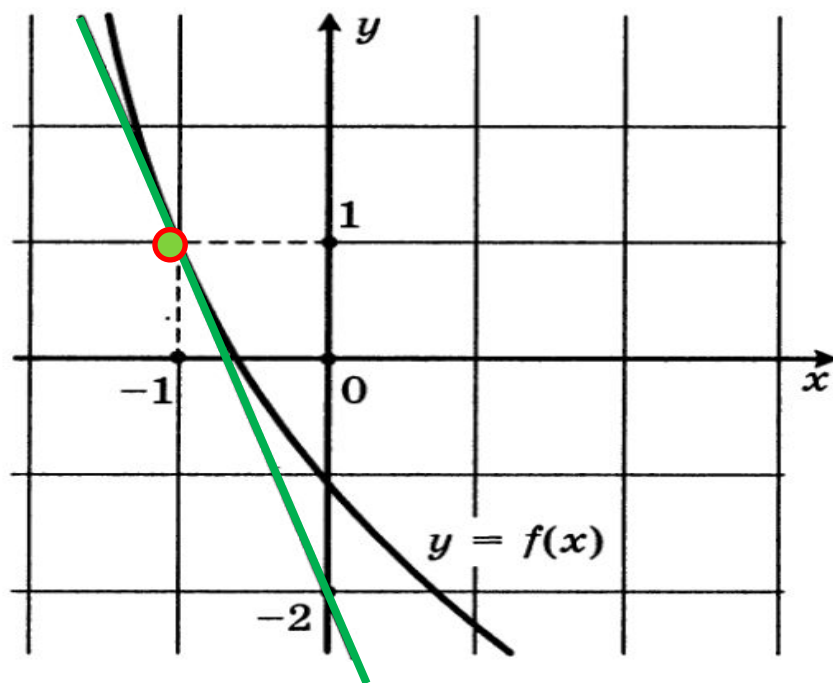
№6

На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6; 8)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $y=f(x)$ параллельна прямой $y = -2x - 7$ или совпадает с ней.



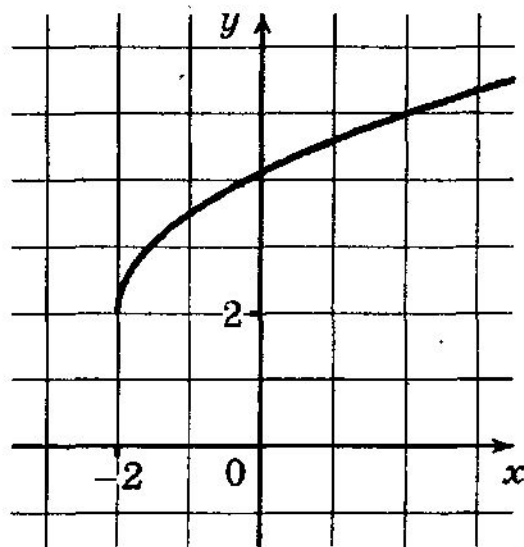
№7

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой -1 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке $x_0 = -1$.



№8

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через точку $(-2; 4)$, касается этого графика в точке с абсциссой 2. Найдите $f'(2)$.



Проверьте себя



№1

1

№5

- 0, 25

№2

0, 25

№6

4

№3

1

№7

- 3

№4

1

№8

0, 25

Для вычисления углового коэффициента касательной, где $k = \operatorname{tg} \alpha$, достаточно найти отрезок касательной с концами в вершинах клеток $и$, считая его гипотенузой прямоугольного треугольника, найти отношение катетов.

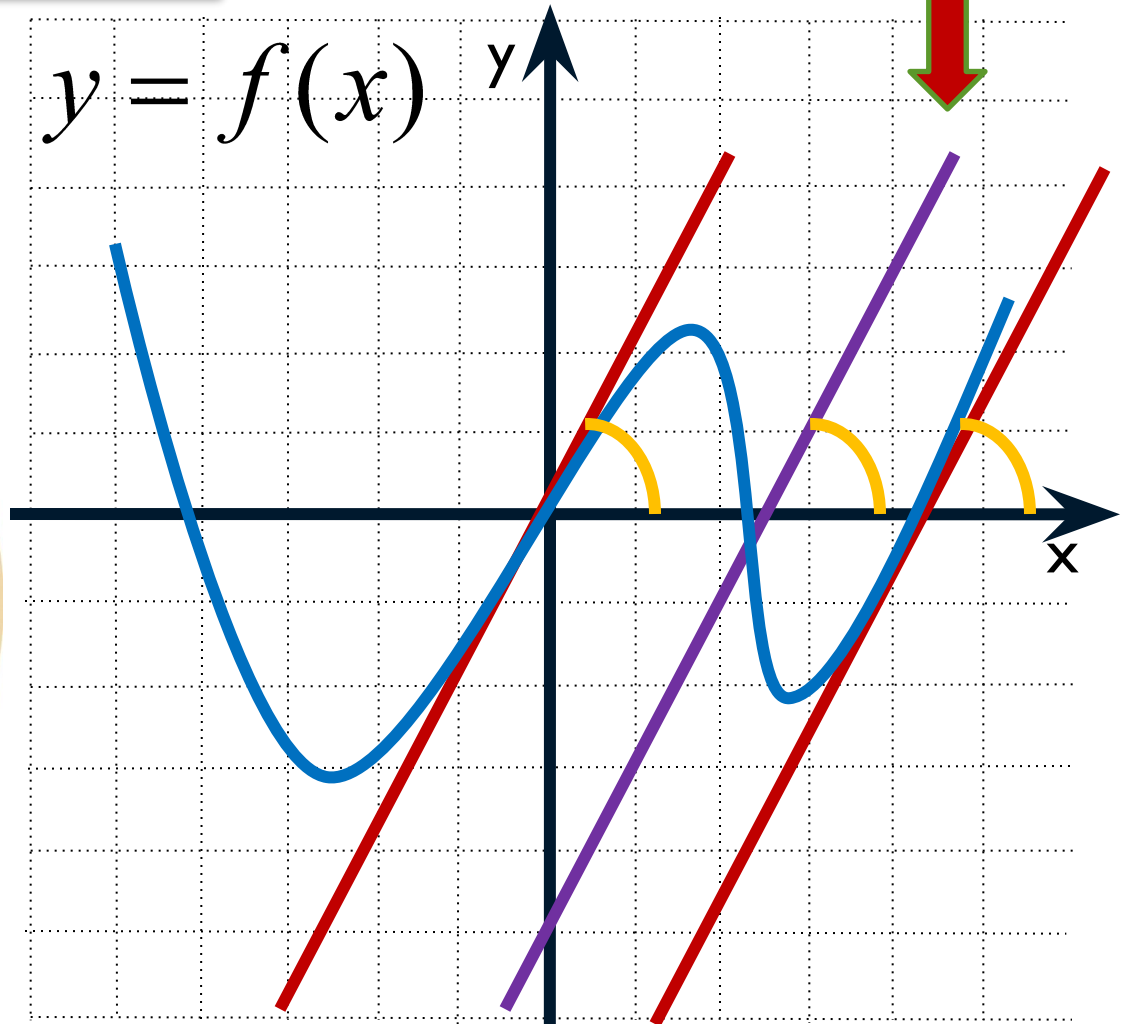


Угловые коэффициенты
параллельных прямых равны

$$k_1 = k_2 = k_3 = 2$$

$$y = 2x - 5$$

$$y = f(x)$$



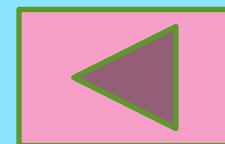
$$y = 2x + b$$



- Так как касательная параллельна прямой $y=8x+11$, то их угловые коэффициенты совпадают, т.е. угловой коэффициент касательной равен восьми **$k = 8$** .

$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha = k$$

x_0 – абсцисса искомой точки касания



- В результате решения будут найдены абсциссы двух точек касания, которые принадлежат графику данной функции.
- Но только одна из этих точек принадлежит касательной $y = -4x - 11$, чтобы определить какая, нужно найденные абсциссы подставить в оба из данных уравнений. Должны получиться верные равенства.

