

Основы теории систем автоматического управления (САУ)

1. Основные определения и понятия

- **Управление** - целенаправленное воздействие на некоторый объект (автомобиль, станок, атомный реактор, фирму, завод...)
- **Автоматическое управление** – управление без участия человека (чем проще объект управления, тем проще исключить человека)

Автоматизированное управление
– управление с участием человека
(чем сложнее объект управления,
тем сложнее полностью исключить
человека из процесса управления).
Управление экономическими
объектами как правило
автоматизированное.

Магистральная линия развития НТП

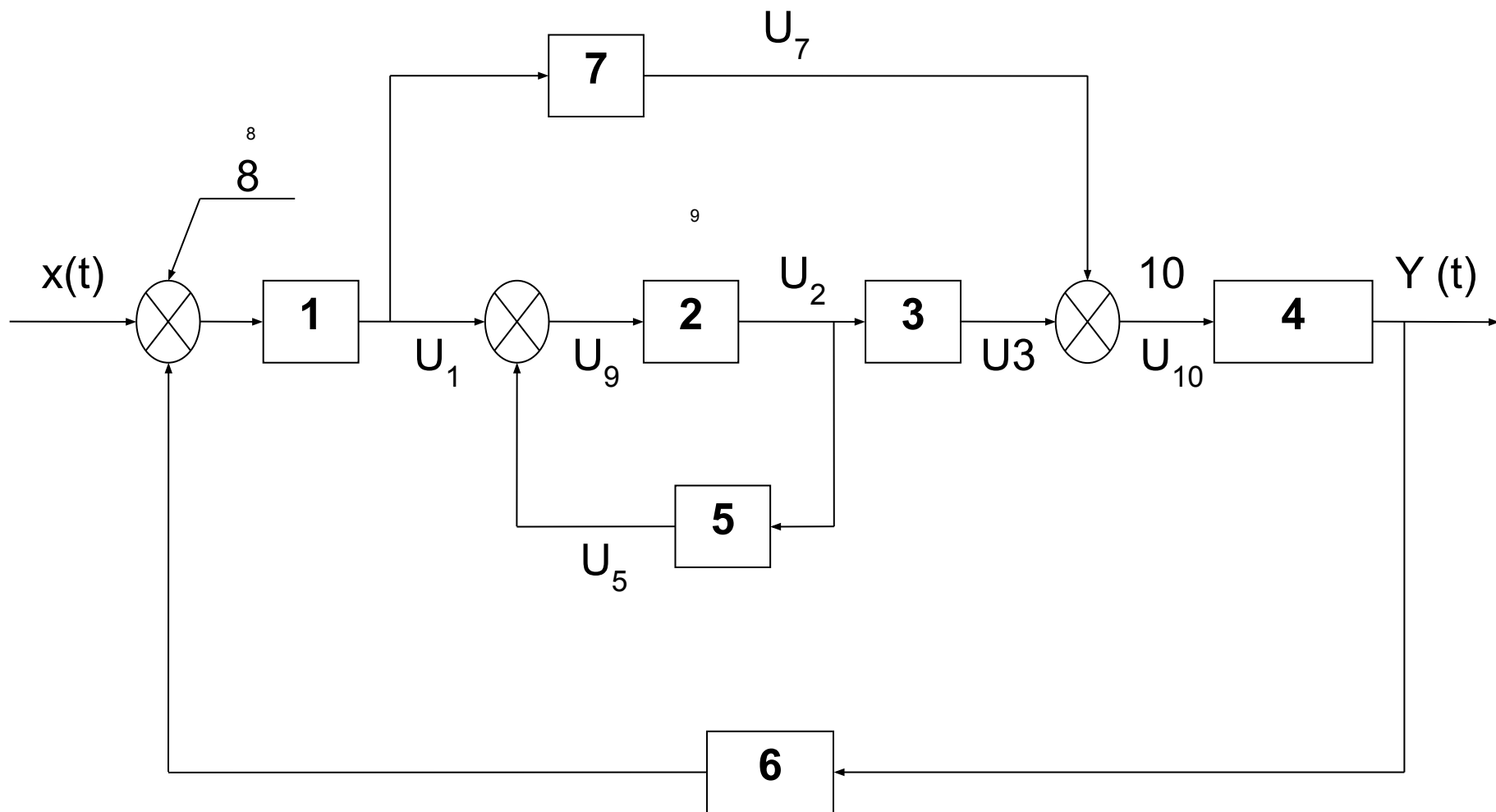


Механизированное производство
(ручное, дистанционное управление)

Автоматизированное управление

Автоматическое управление

2. Структурная схема САУ – графическое представление элементов САУ и связей между ними.

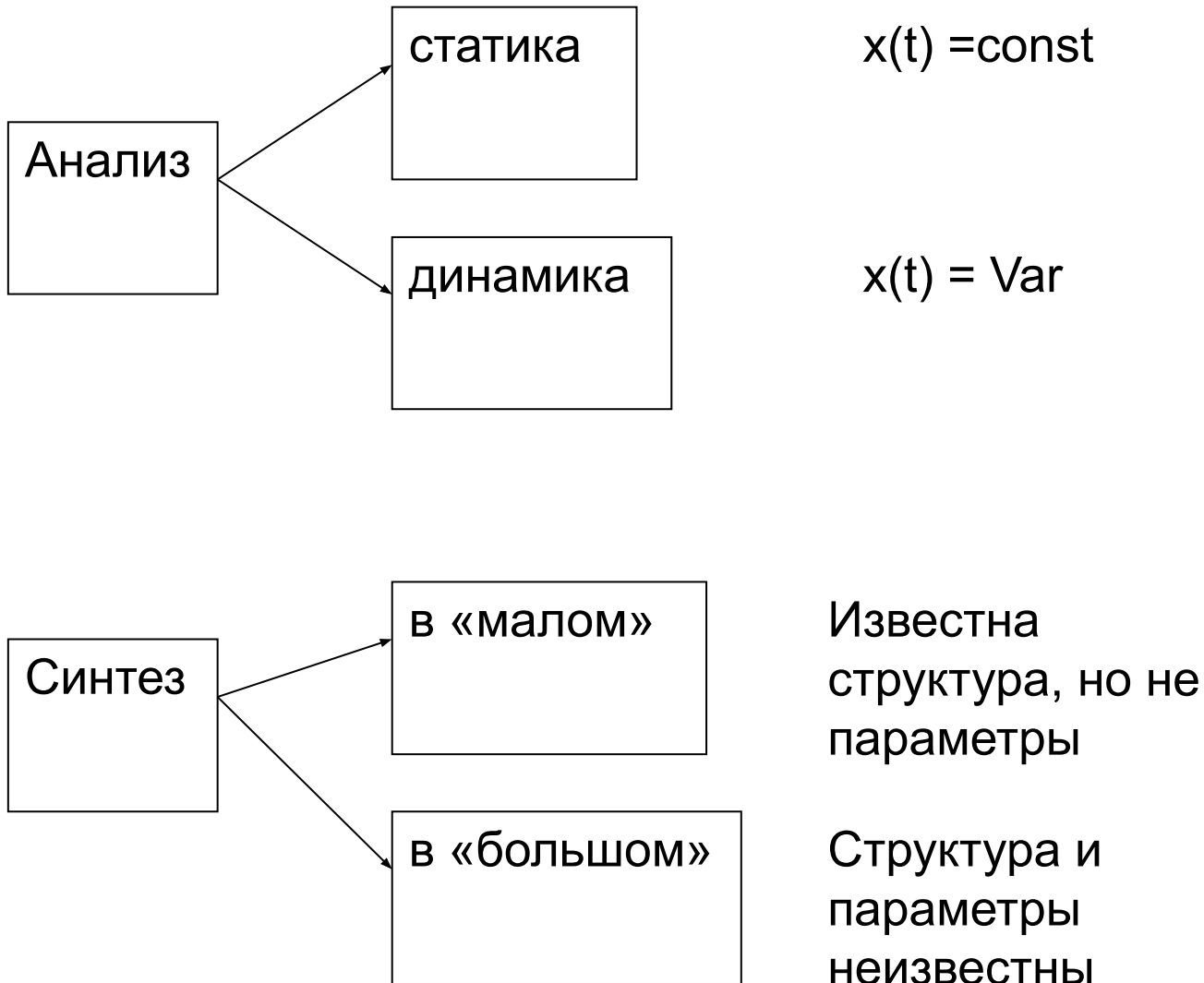


- **1-7-** элементы САУ с их математическими моделями.
- **8-**сравнивающий элемент (измеритель рассогласования)
- $\varepsilon(t) = X(t) - Y(t)$
- **U1-U10** - физические величины (напряжения, токи, силы, скорости, углы и т.п.)

Различают связи:

- - прямые (через элемент **7**)
- - обратные местные (через элемент **5**)
- - обратная главная (через элемент **6**)

3. Основные задачи ТАУ



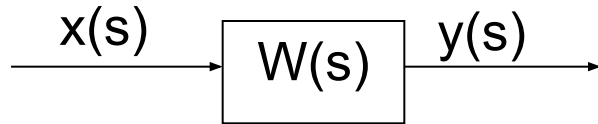
4. Преобразование по Лапласу

— исключительно широко использовано в
ТАУ.

- Если $X(t)$ - оригинал,
- а $X(s)$ – его изображение по Лапласу
- и S - переменная Лапласа, то

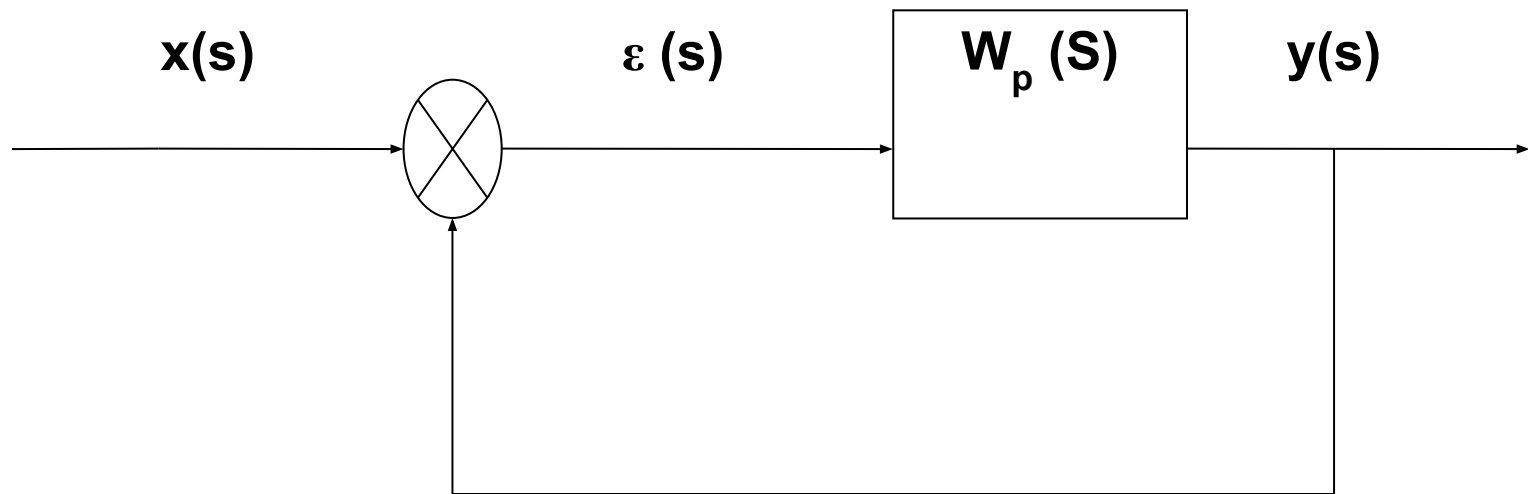
$$X(s) = L\{x(t)\} = \int_0^{\infty} x(t) * e^{-st} * dt$$

5. Передаточная функция $W(s)$ –
элемента – это отношение преобразования по
Лапласу от выходной величины к
преобразованию по Лапласу от входной
величины при нулевых начальных условиях:



$$W(s) = \frac{y(s)}{x(s)} \quad \text{при нулевых начальных условиях}$$

Передаточная функция $W(s)$ – САУ – управляющее воздействие формируется с учетом сравнения отклонения $y(s)$ от заданного положения. Данное отклонение называется ошибкой САУ, а замкнутая САУ системой с обратной связью.



Различают $W(s)$ САУ:

- разомкнутой (при размыкании обратной связи):

$$W(s) = \frac{y(s)}{\varepsilon(s)}$$

- замкнутой по входу-выходу:

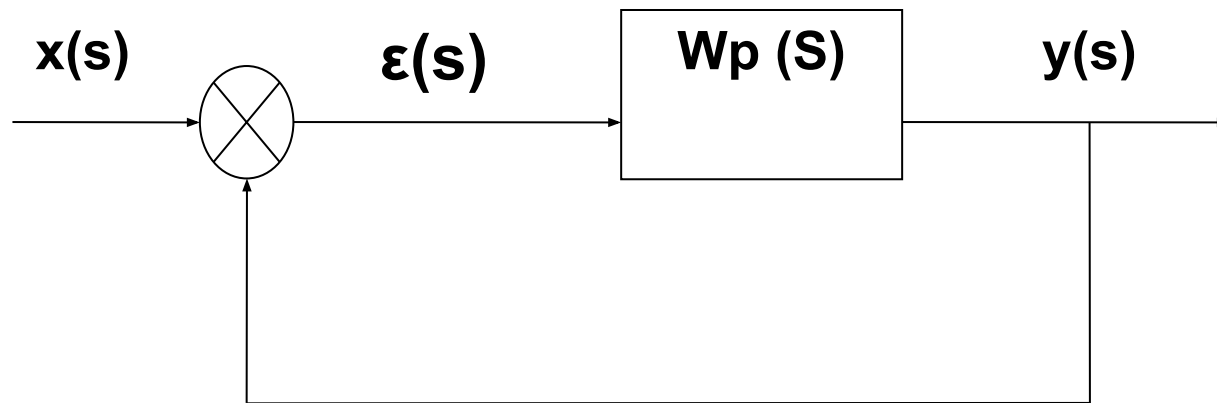
$$\Phi(s) = \frac{y(s)}{x(s)} = \frac{Wp(s)}{1 + Wp(s)}$$

- замкнутой по ошибке:

$$\Phi_{\varepsilon}(s) = \frac{1}{1 + Wp(s)} = \frac{\varepsilon(s)}{x(s)}$$

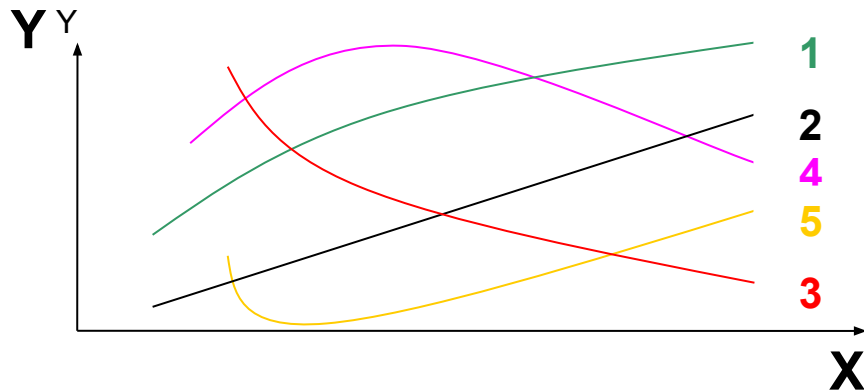
В любых случаях понятие передаточной функции справедливо лишь при нулевых начальных условиях

- Перед исследованиями САУ следует «свернуть» к такому расчетному виду:



Характеристики и элементы САУ

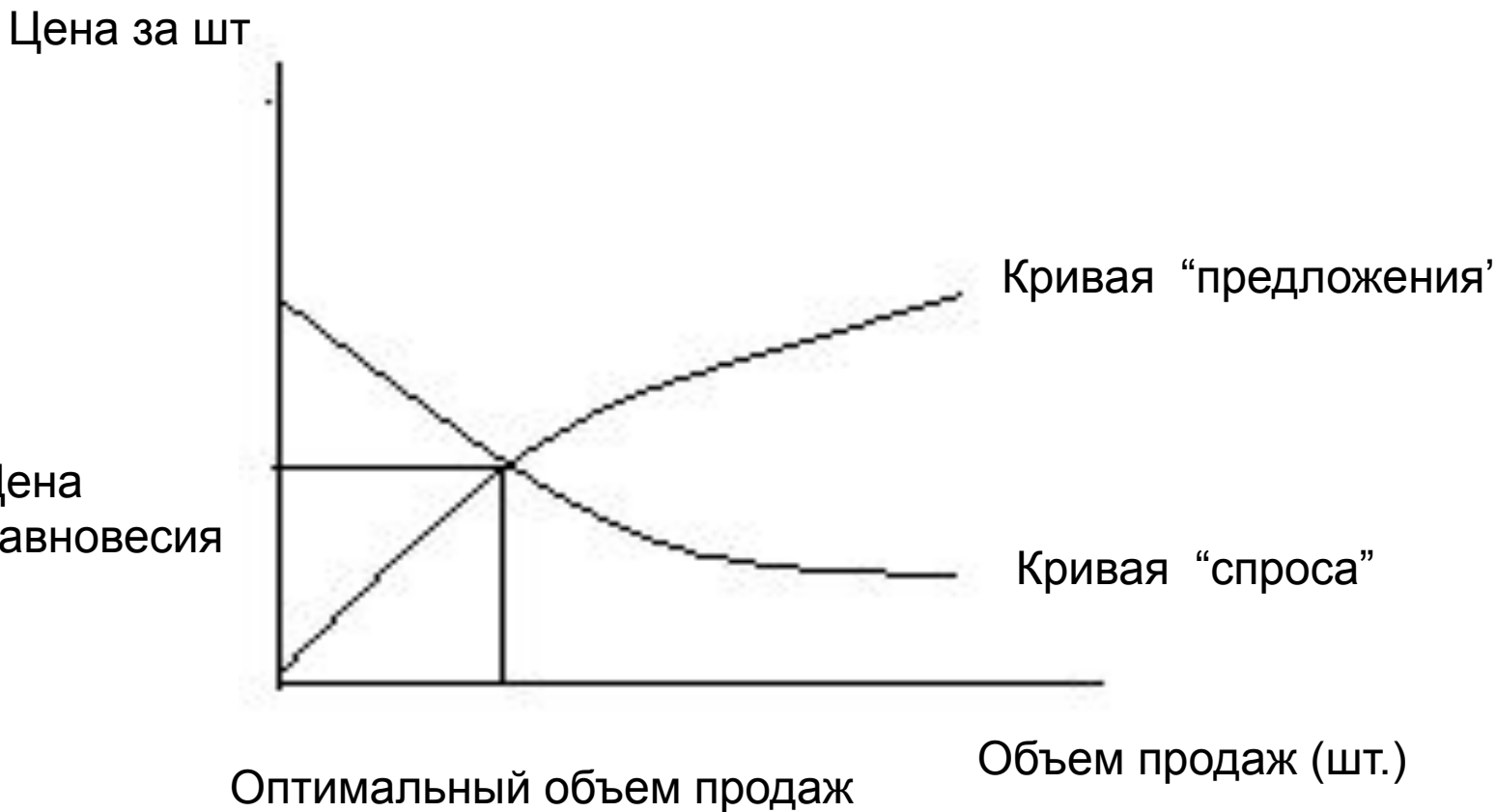
а) статические характеристики: это зависимости “вход-выход” в статическом режиме.



Различают:

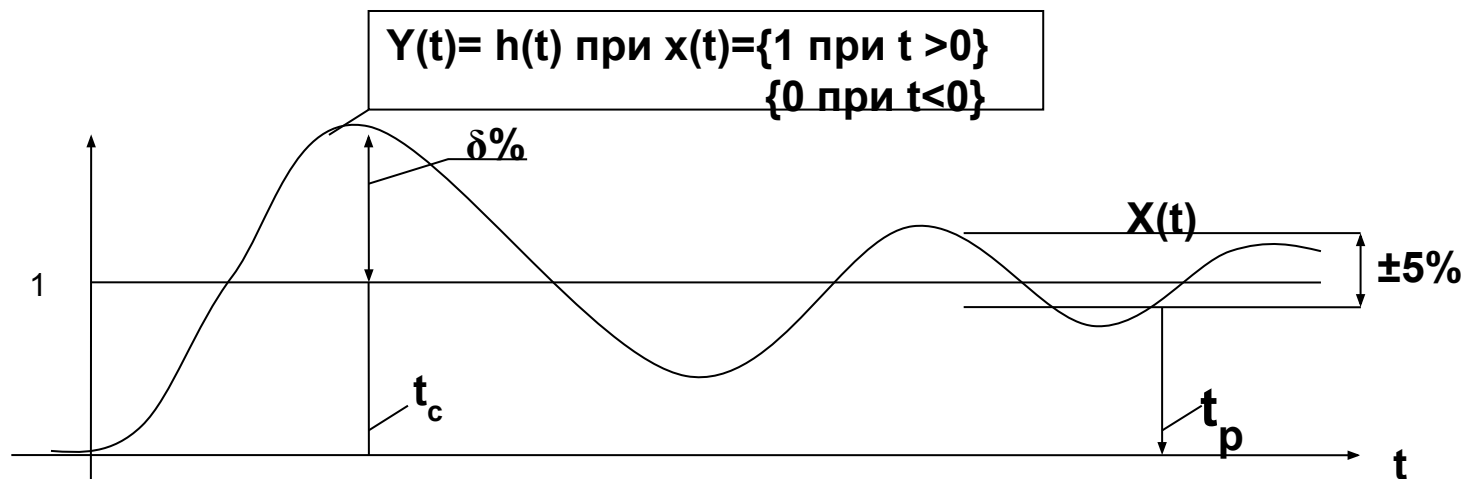
- линейные (2)
- нелинейные (1,3,4,5,)
- возрастающие (1,2)
- экстремальные (4,5)

Пример - хорошо известные экономические кривые «спроса» и «предложения» в рыночной экономике



б) Временные характеристики САУ – это реакции системы на типовые входные воздействия.

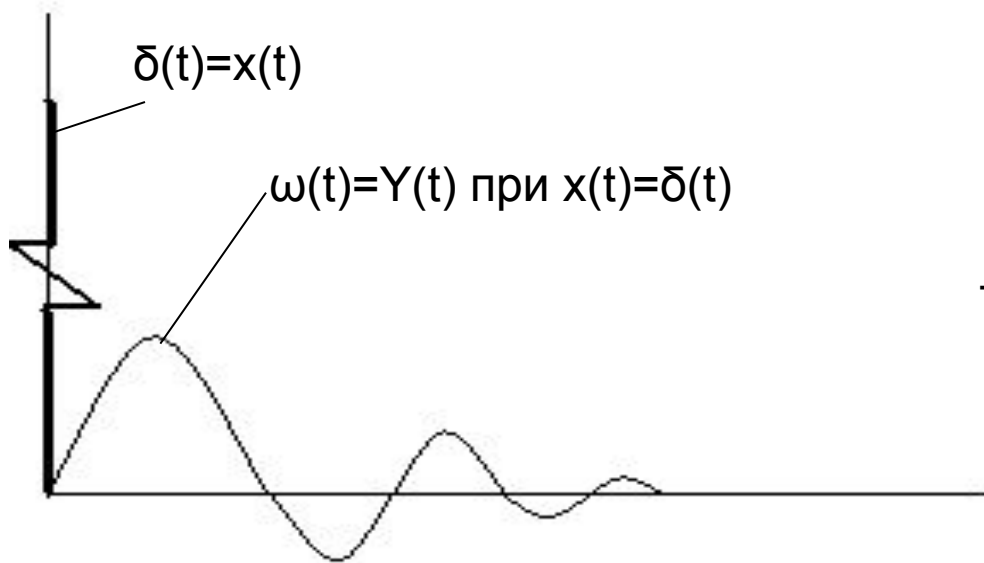
Переходная функция $h(t)$ – это реакция системы на единичное ступенчатое входное воздействие.



По $h(t)$ САУ оценивают:

- $-\delta\%$ - перерегулирование
- $-t_c$ - время первого согласования
- $-t_p$ - время регулирования
- $-m$ - число колебаний за $t < t_p$

Весовая функция $\omega(t)$ – это реакция системы на входное воздействие типа дельта функции (функции Дирака).



$\delta(t)$ при
- дельта – функции
(функции Дирака)
- $A \rightarrow \infty$
- $\tau \rightarrow 0$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) * dt = 1$$

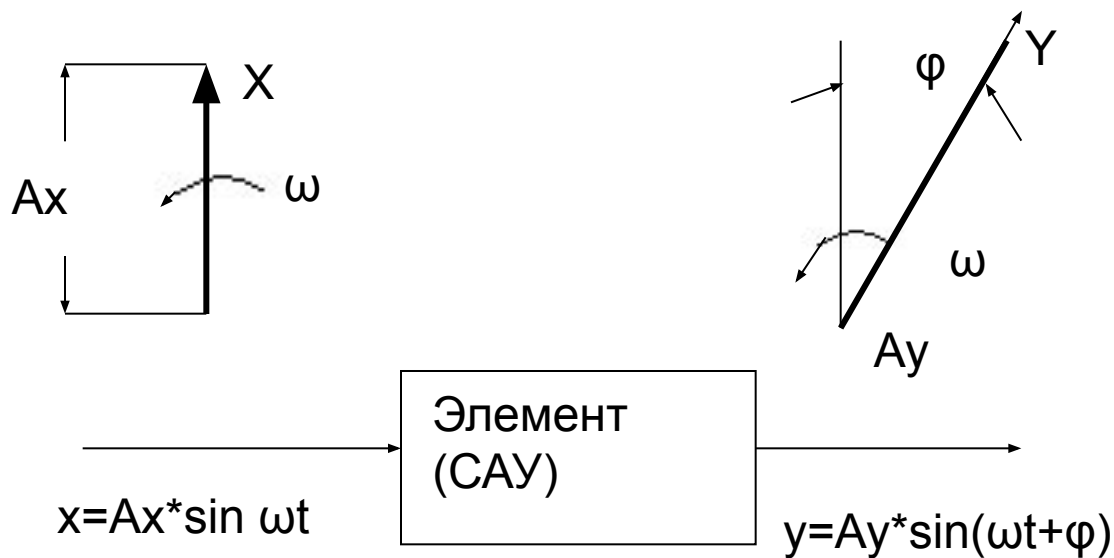
- Взаимосвязь между $\omega(t)$ и $h(t)$:

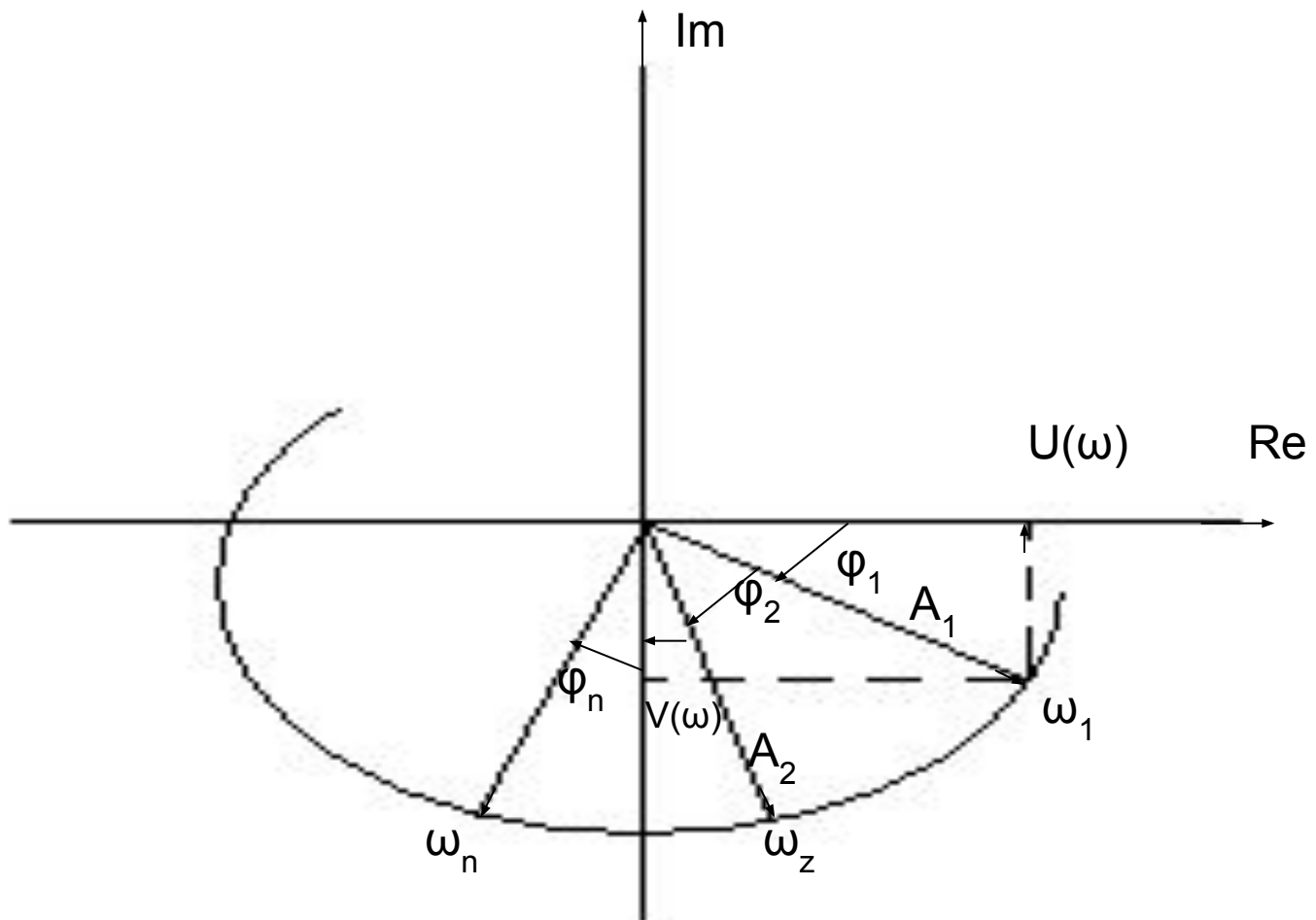
$$\omega(t) = \frac{dt(t)}{dt}$$

в) Частотные характеристики элементов и САУ

- это формулы и графики показывающие прохождение гармонических сигналов через элементы и системы. Различают:

* амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ).



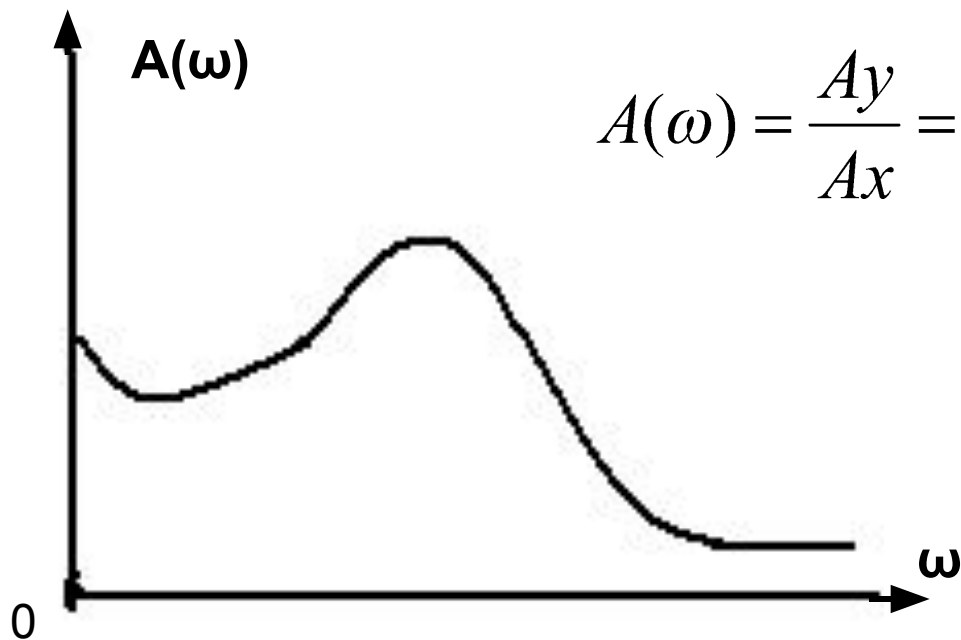


- АФЧХ – годограф описываемый на комплексной плоскости концом вектора с модулем:

$$A = \frac{Ay}{Ax}$$

при изменении частоты $0 < \omega < \infty$, причем угол φ откладывается от вещественном положительной полуоси по часовой стрелке если он отрицателен и наоборот, иначе

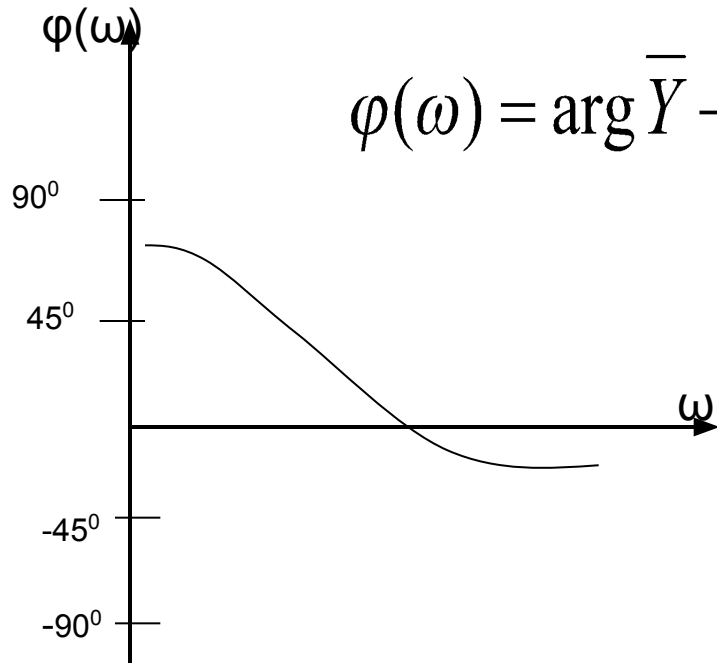
* амплитудно-частотная характеристика – это зависимость $A(\omega)$, при $0 < \omega < \infty$



$$A(\omega) = \frac{Ay}{Ax} = \sqrt{[V(\omega)]^2 + [V(\omega)]^2} = |W(j\omega)|$$

при $0 < \omega < \infty$

* фазо-частотная характеристика – это зависимость фазового сдвига $\varphi(\omega)$ между входным и выходным гармоническими сигналами элемента или системы при $0 < \omega < \infty$



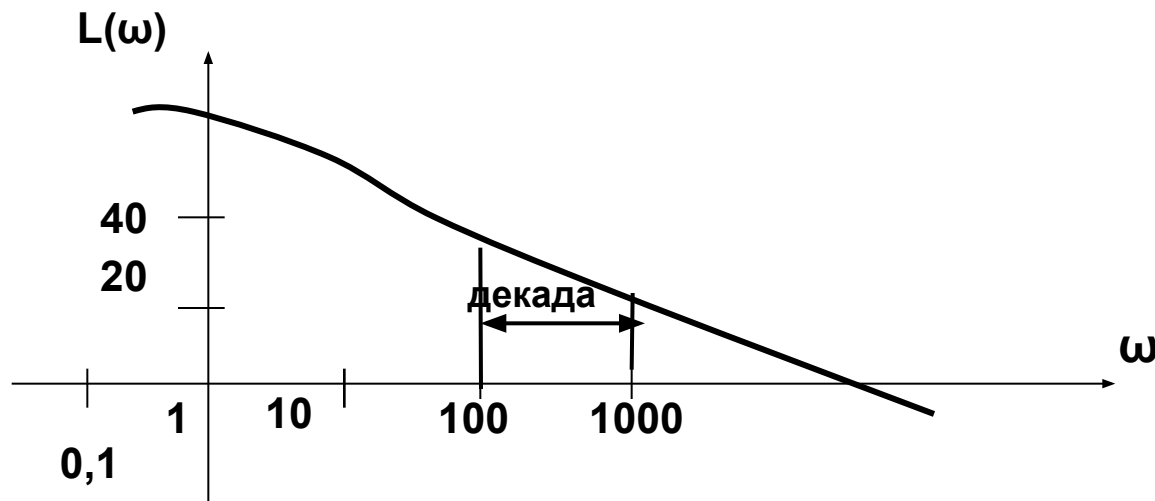
$$\varphi(\omega) = \arg \bar{Y} - \arg \bar{X} = \arg \bar{W}(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{V(\omega)}{U(\omega)}$$

г) Логарифмические частотные характеристики – это формулы и графики, показывающие прохождение гармонических сигналов через элементы и системы, но в логарифмическом масштабе, когда вдоль горизонтальной оси откладывается десятичные логарифмы частоты.

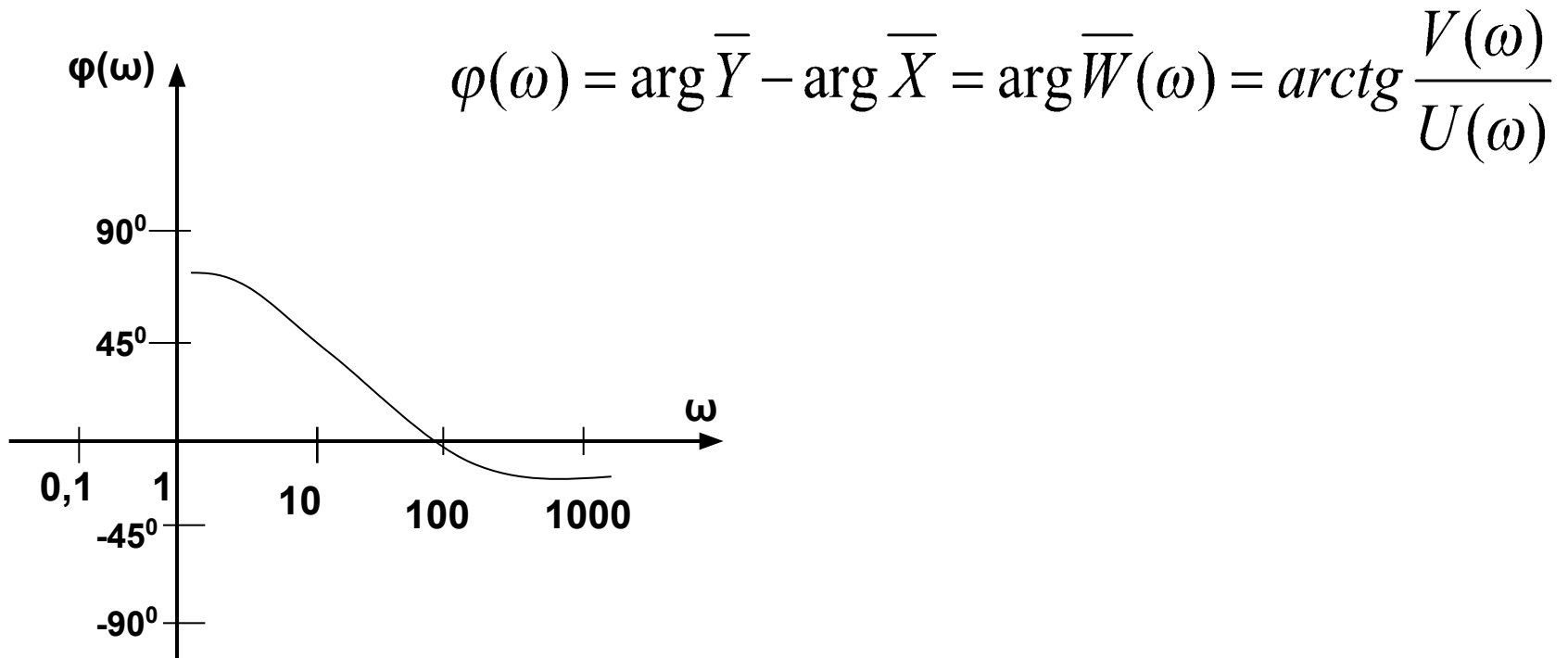
Различают логарифмические характеристики

Амплитудную (ЛАЧХ) – это

$$20 \lg\left(\frac{Ay}{Ax}\right) = 20 \lg|W(\omega)| = 20 \lg A(\omega) = L(\omega)$$

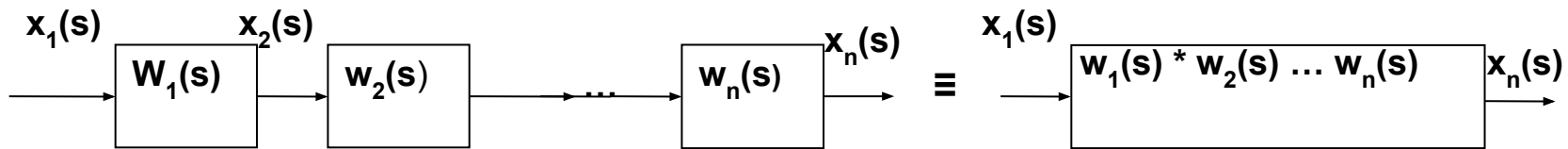


- фазовая (ЛФЧХ)



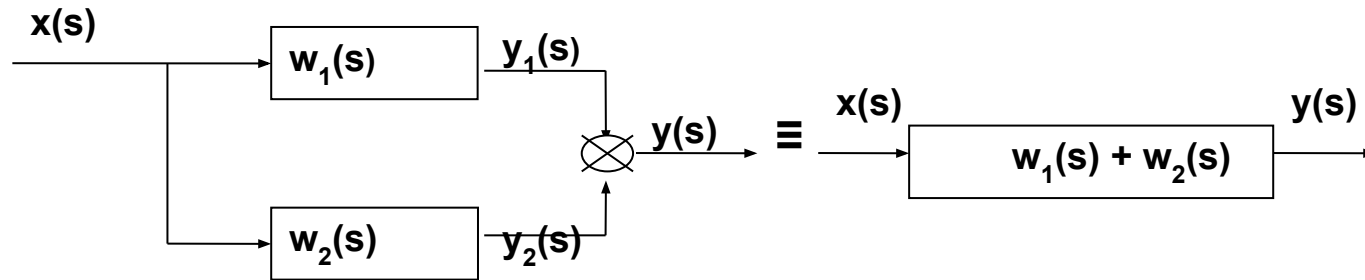
д) Алгебра передаточных функций – совокупность правил, позволяющих “сворачивать” структурные схемы САУ.

- Последовательное соединение звеньев



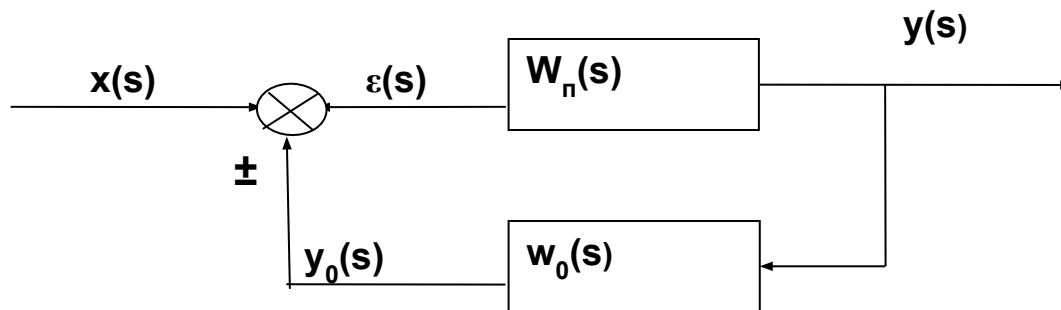
т.е. при последовательном соединении звеньев передаточные функции перемножаются.

- Параллельное соединение звеньев



Таким образом при параллельном соединении звеньев передаточные функции складываются.

- обратное соединение звеньев



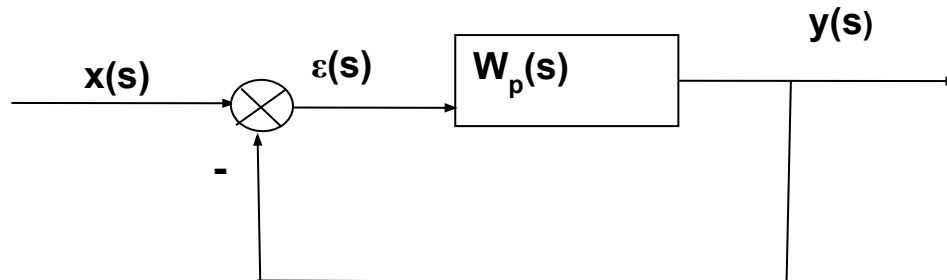
а) При положительной ОС “+”

$$\Phi(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{W_{\Pi}(s)}{1 - W_{\Pi}(s) * W_0(s)}$$

б) При отрицательной ОС “-”

$$\Phi(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{W_p(s)}{1 + W_p(s) * W_0(s)}$$

Используя алгебру передаточных функций сложную САУ можно “свернуть” к простейшему следующему виду:



Основные типы звеньев САУ

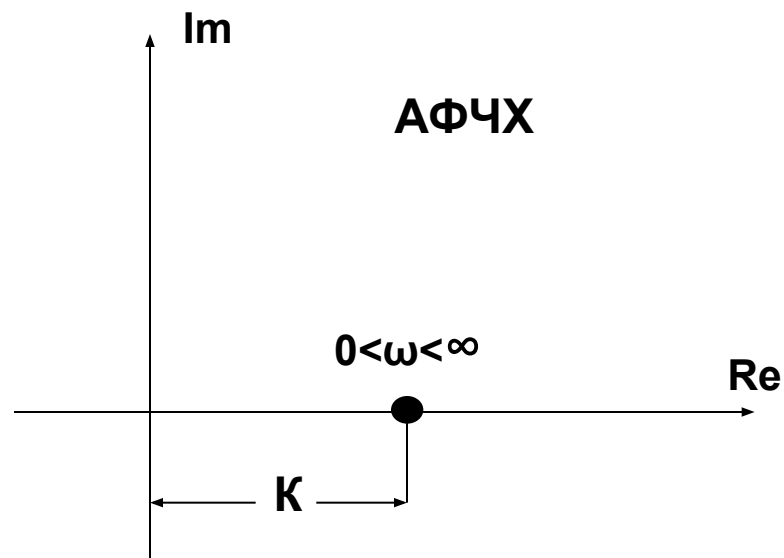
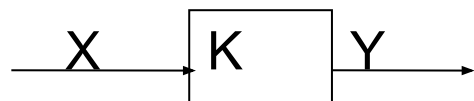
1. Идеальное
усилительное
(безинерцион-
ное) звено

$$Y = Kx \quad w(s) = K \quad w(i\omega) = K$$

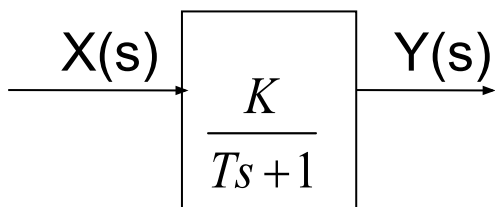
$$A(\omega) = K \quad \varphi(\omega) = 0$$

$$L(\omega) = 20\lg K$$

$$h(t) = K \quad \omega(t) = K * \delta(t)$$



2. Аperiodическое (инерционное) звено



Передаточная
функция

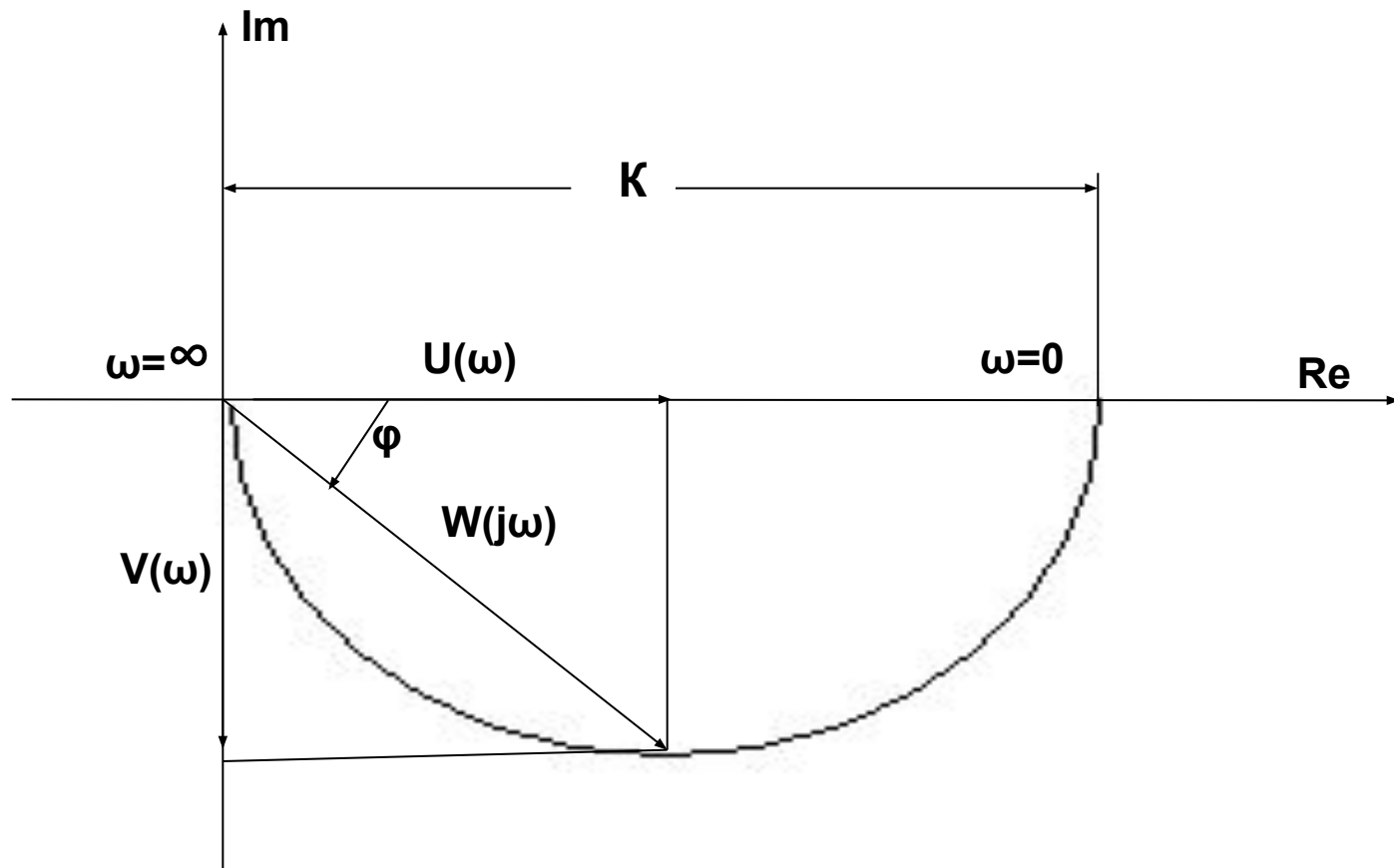
$$W(s) = \frac{K}{Ts + 1}$$

АФЧХ – формально
получается заменой

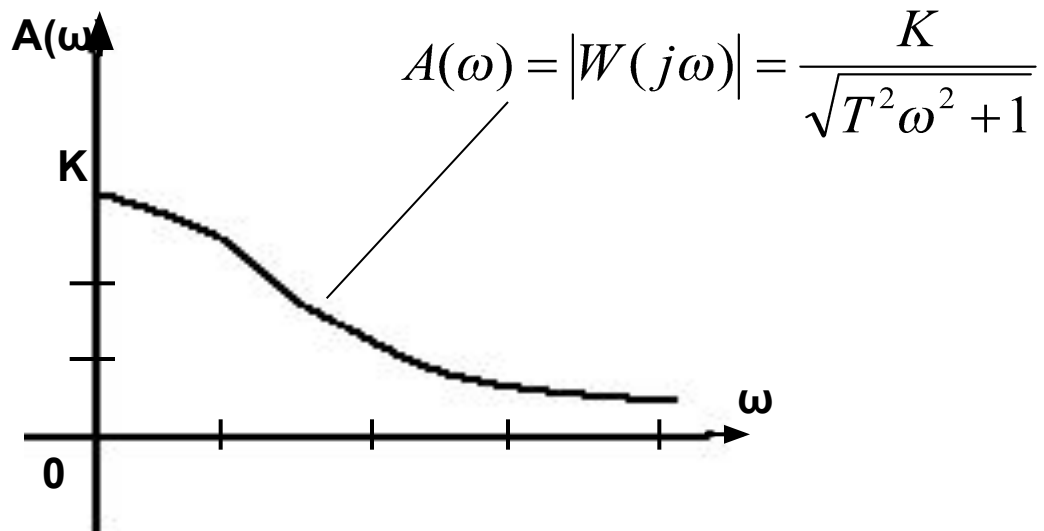
$$s \rightarrow j\omega:$$

$$W(j\omega) = \frac{K}{Tj\omega + 1}$$

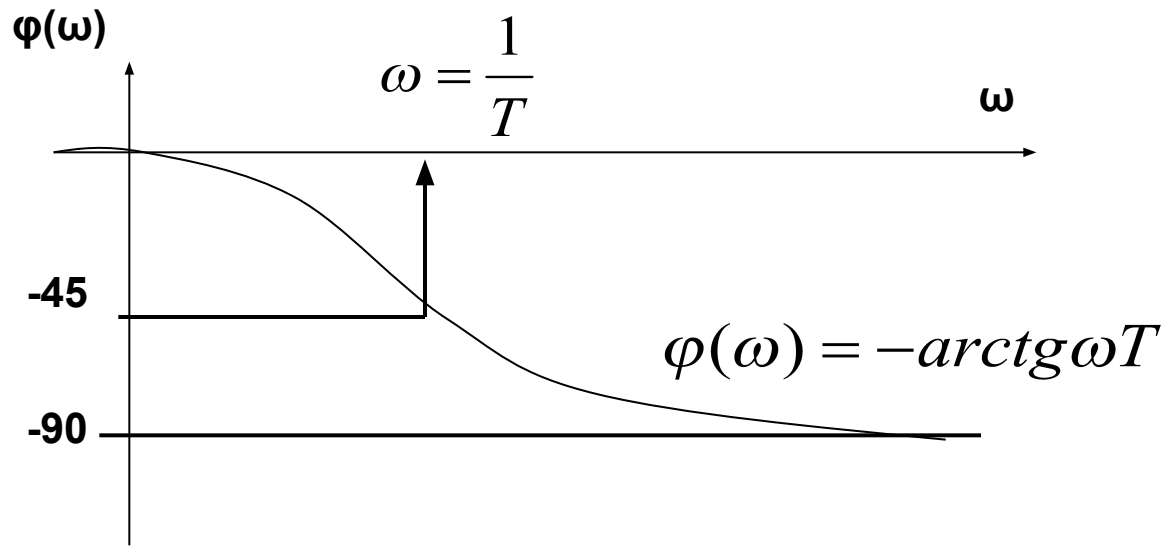
АФЧХ



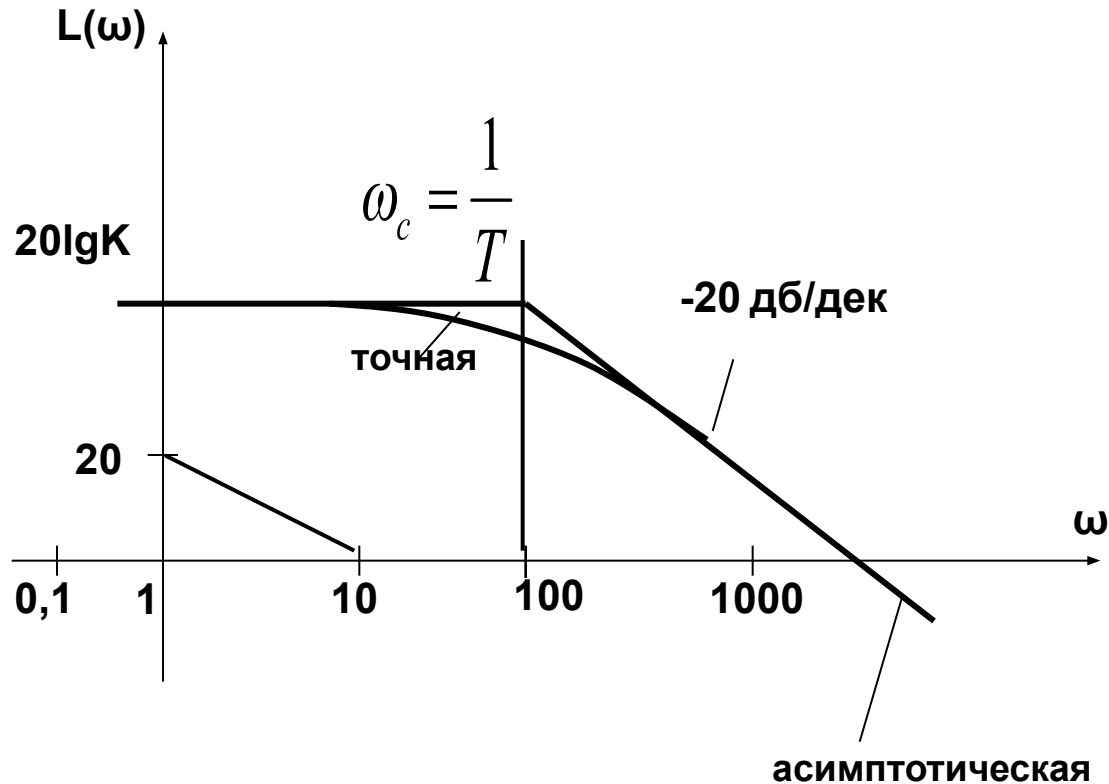
Амплитудно-частотная характеристика



Фазо-частотная характеристика – это $\arg W(j\omega)$

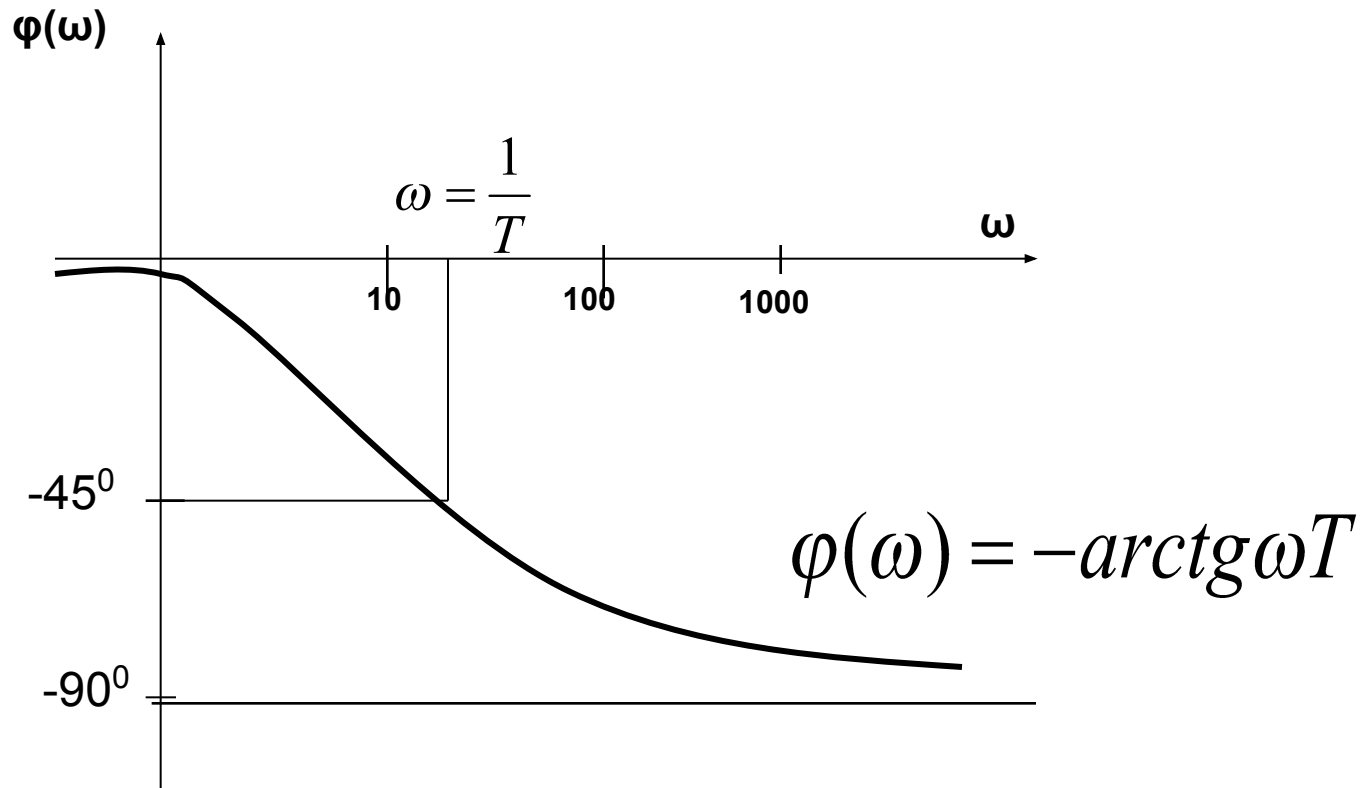


Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика

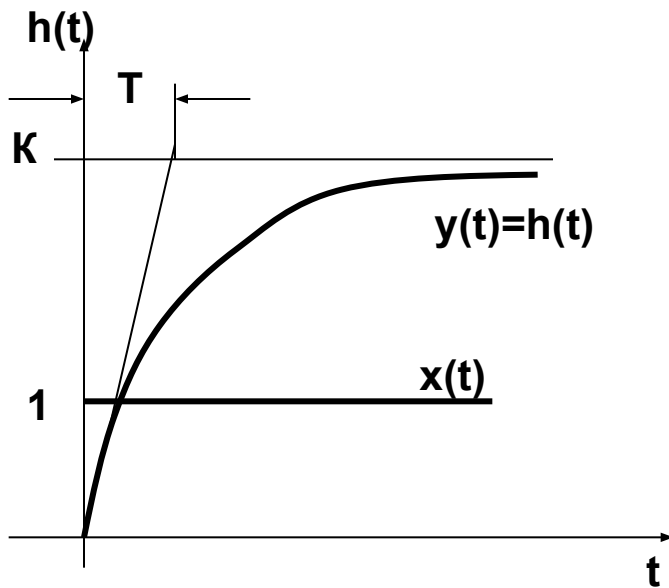


$$L(\omega) = 20\lg A(\omega)$$

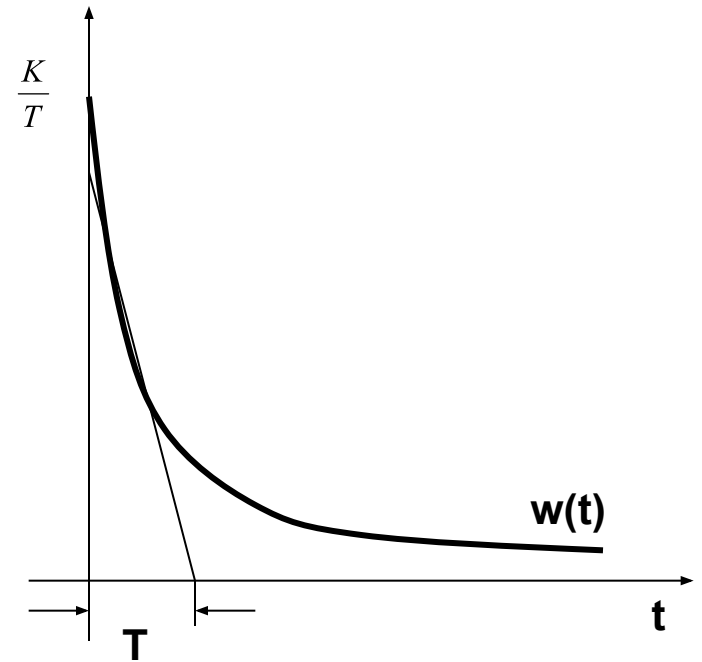
Логарифмическая фазо- частотная характеристика



Переходная $h(t)$ и весовая $w(t)$ функции

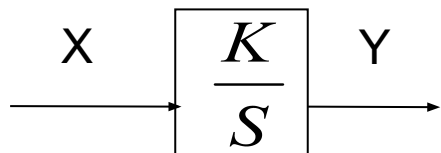


$$h(t) = K \left(1 - e^{-\frac{t}{T}} \right)$$



$$w(t) = \frac{dh(t)}{dt} = \frac{K}{T} * e^{-\frac{t}{T}}$$

3. Идеальное интегрирующее звено



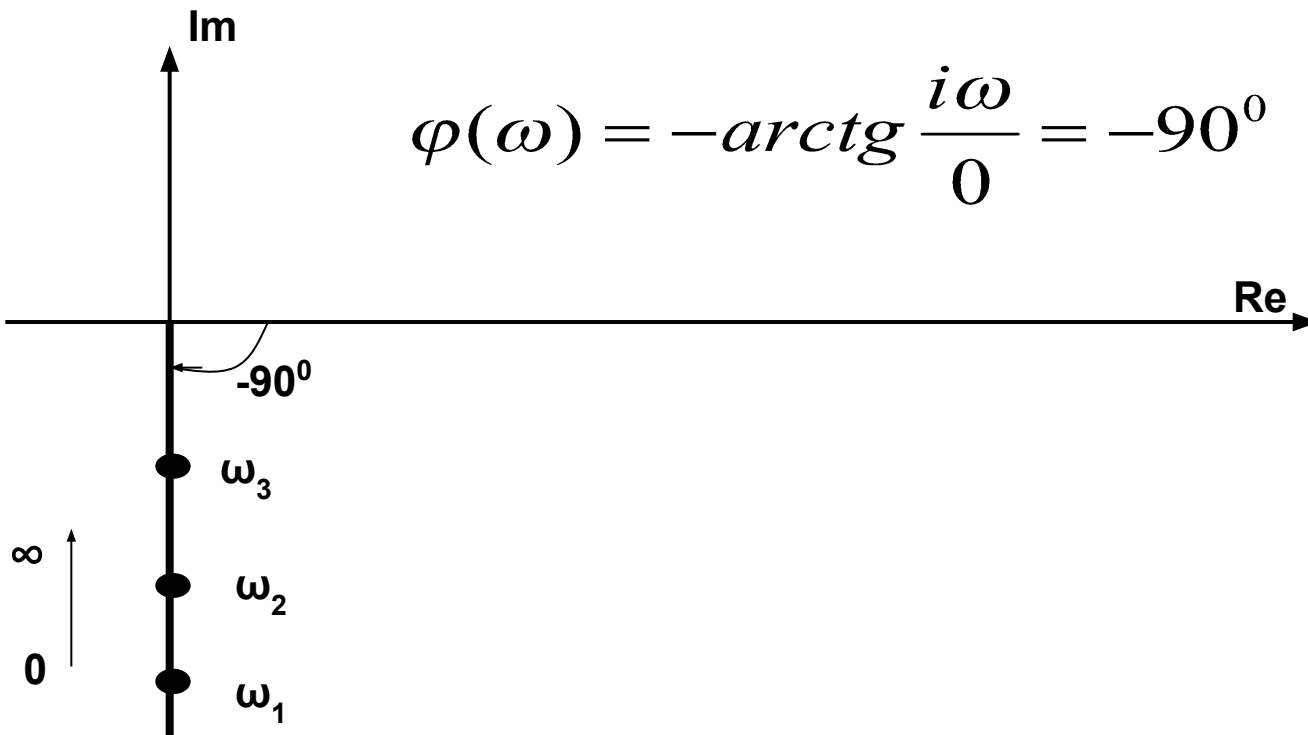
$$W(s) = \frac{K}{S}$$

$$W(j\omega) = \frac{K}{j\omega} = -j \frac{K}{\omega}$$

АФЧХ

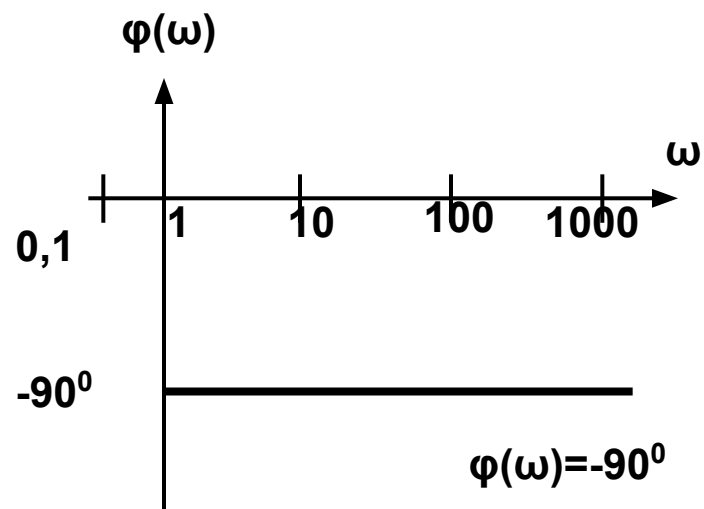
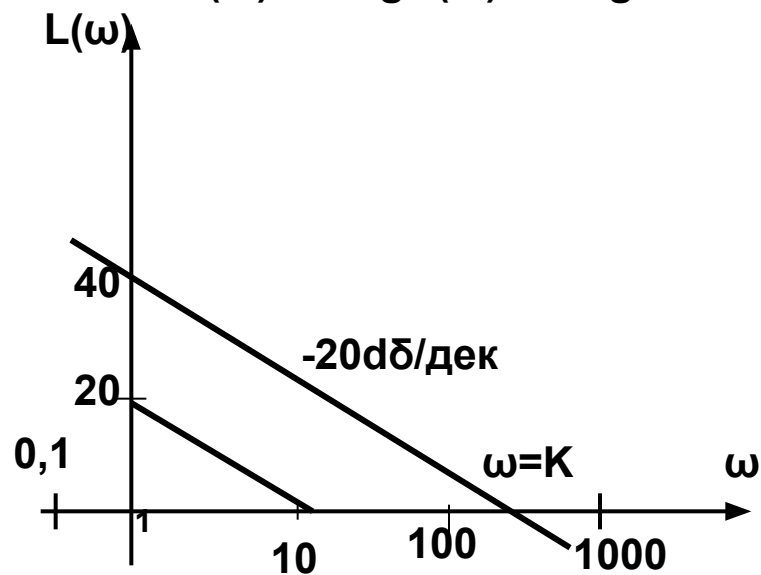
$$A * e^{j\varphi} = \frac{k}{\omega} * e^{-90^0}$$

$$\varphi(\omega) = -\arctg \frac{i\omega}{0} = -90^0$$



ЛАЧХ и ЛФЧХ

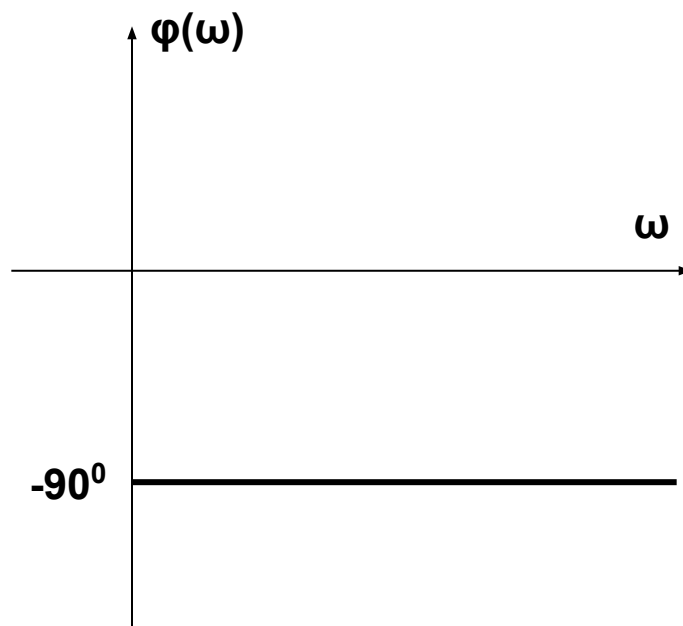
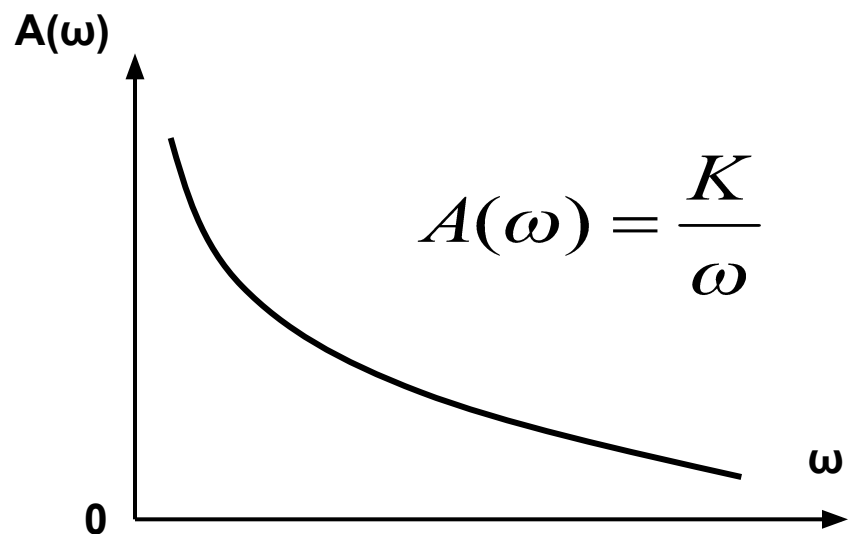
$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg K - 20 \lg \omega$$



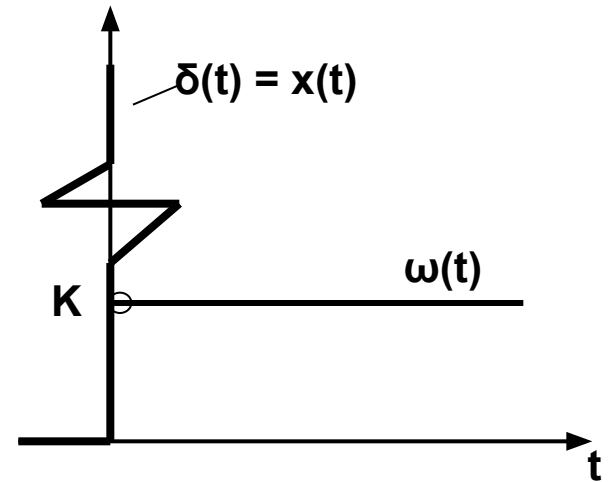
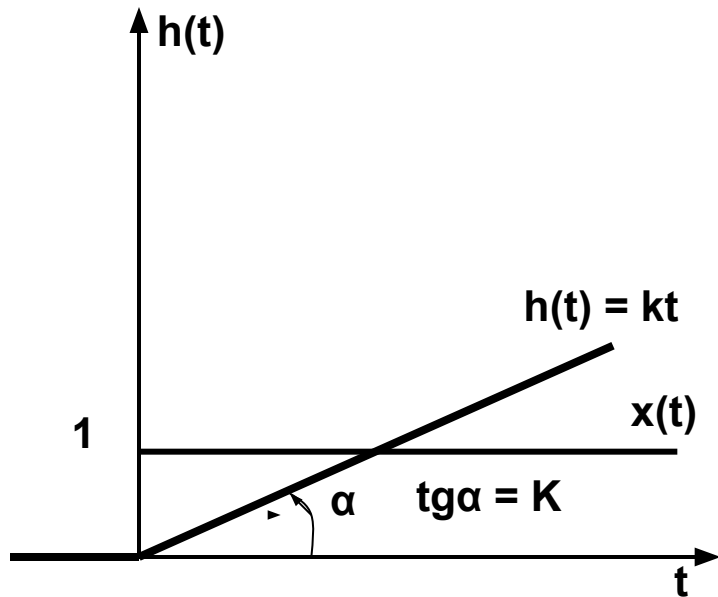
АЧХ

и

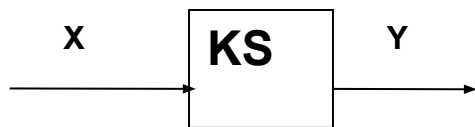
ФЧХ



Переходная $h(t)$ и весовая $w(t)$ функции



4. Идеальное дифференцирующее звено

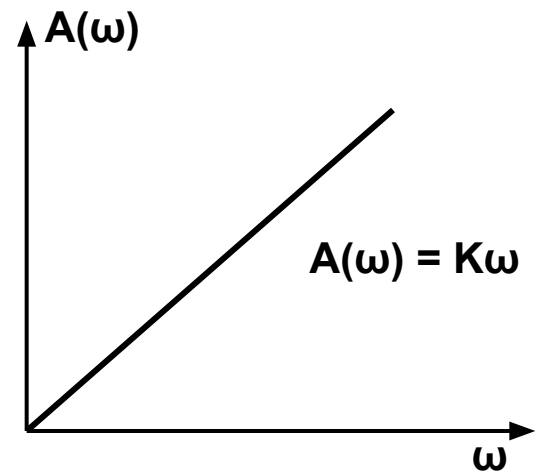
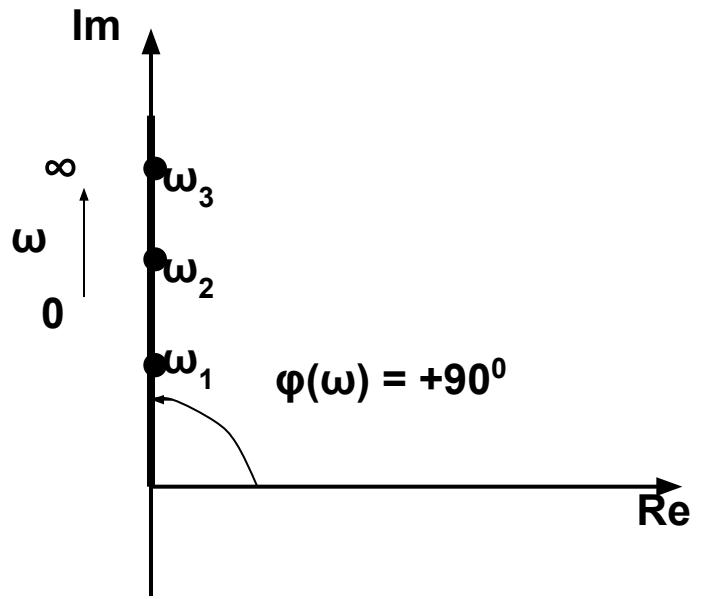


$$w(s) = KS \quad w(j\omega) = Kj\omega$$

АФЧХ

и

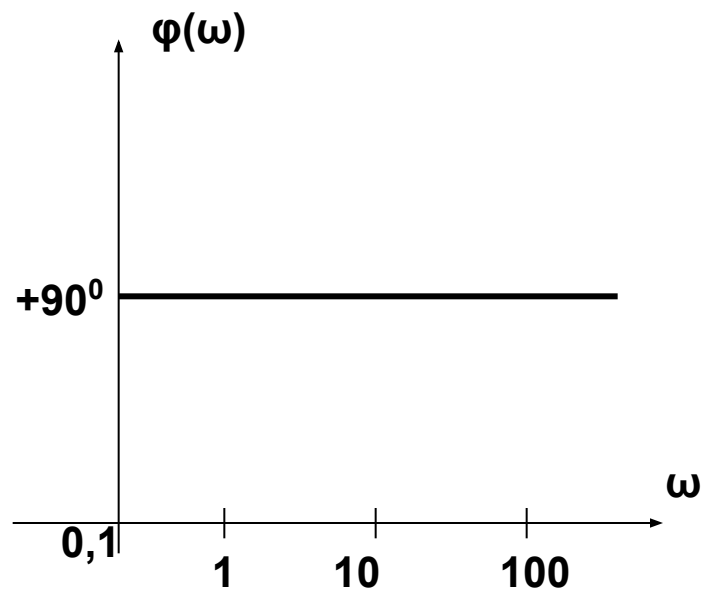
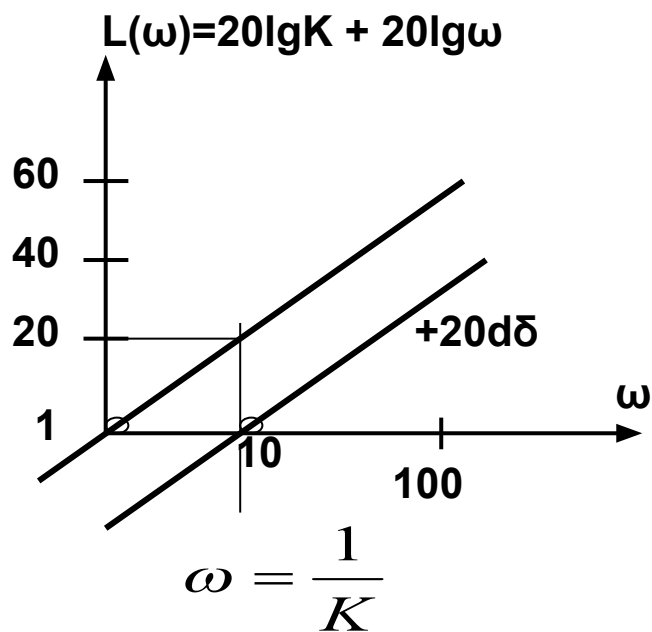
АЧХ



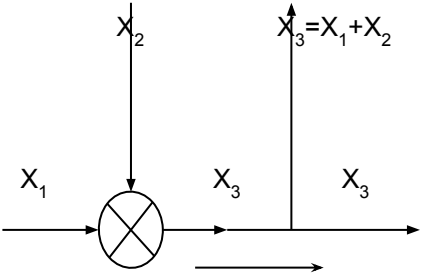
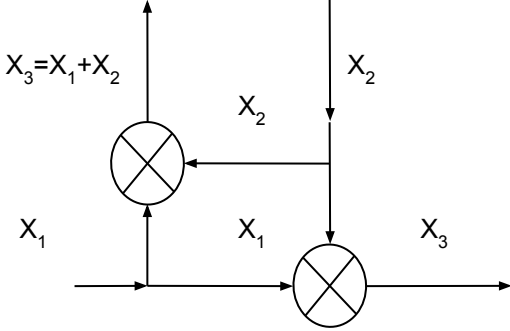
Логарифмические частотные характеристики

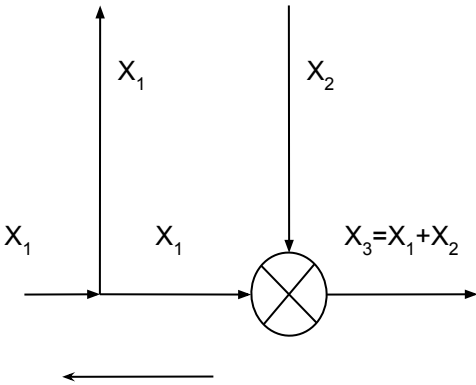
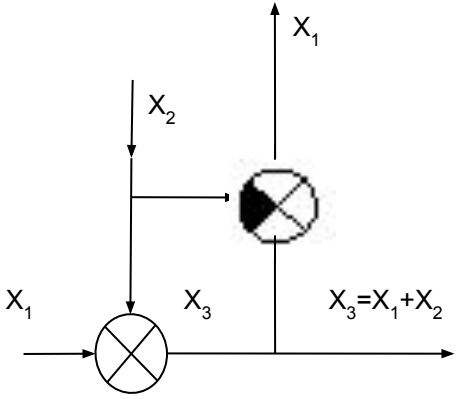
ЛАЧХ

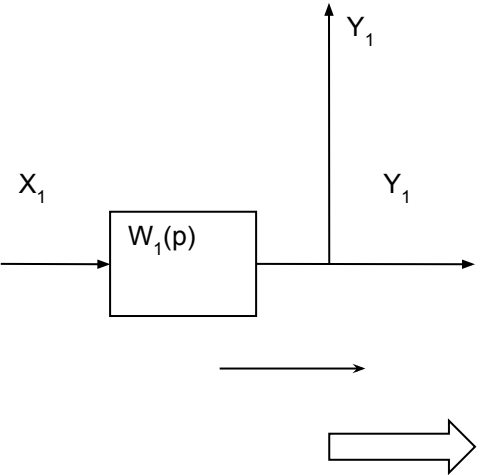
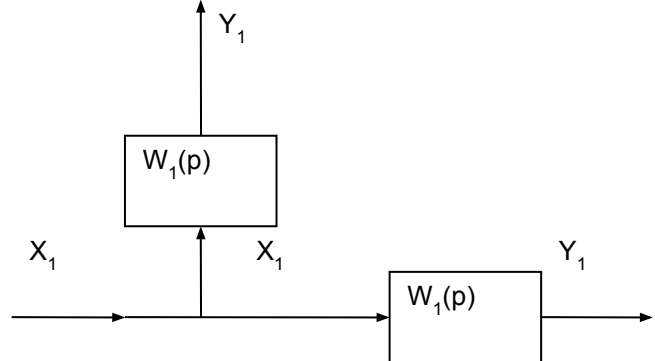
ЛФЧХ

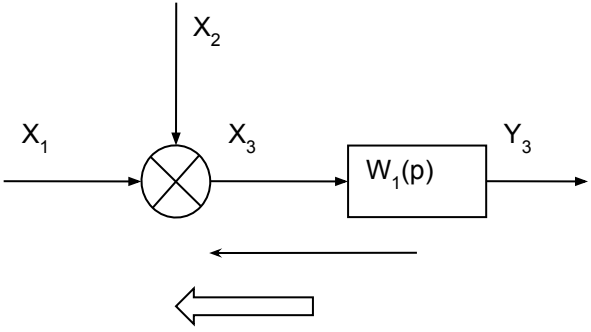
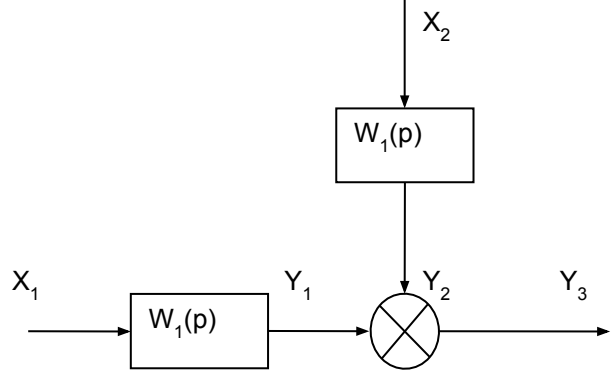


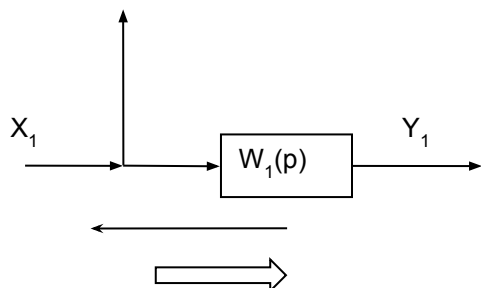
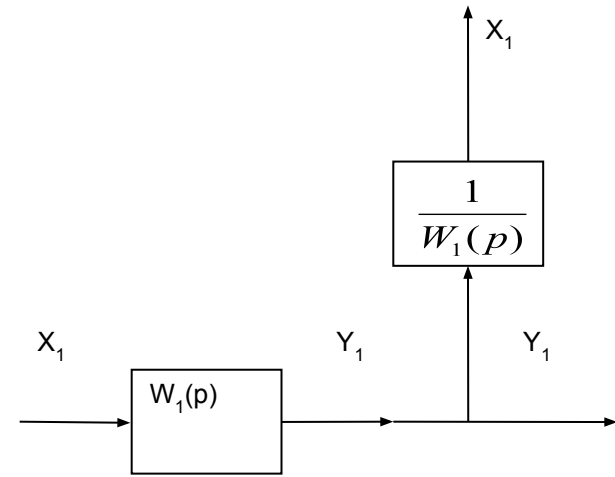
Правила преобразования структурных схем

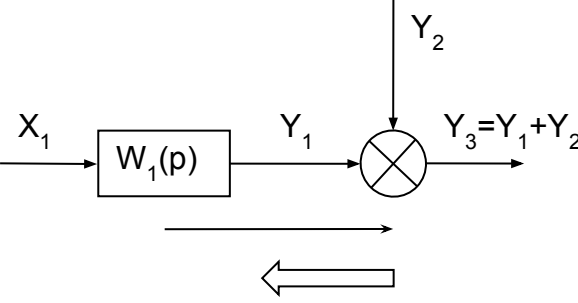
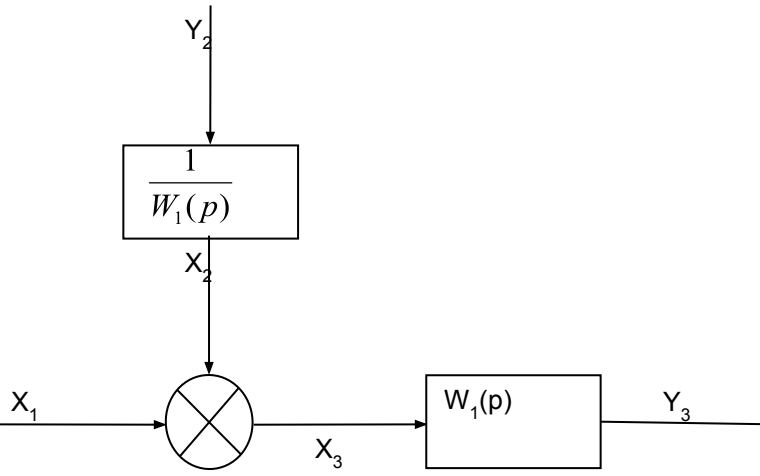
Номер правила	Правило преобразования структурных схем	Исходная схема	Преобразованная схема
1	Перемещение суммирующего узла через узел разветвления по направлению передачи сигнала	<p>а)</p>  <p>Diagram (a) shows a summing junction (circle with an 'X') receiving two inputs: X_1 from the left and X_2 from the top. The output of the summing junction is X_3. This output X_3 then branches into two separate paths, both labeled X_3. The equation $X_3 = X_1 + X_2$ is written above the top branch.</p>	<p>б)</p>  <p>Diagram (b) shows the summing junction moved to the right. It now receives two inputs: X_1 from the left and X_2 from the top. The output of this summing junction is $X_3 = X_1 + X_2$. This output X_3 then branches into two separate paths, both labeled X_3. The equation $X_3 = X_1 + X_2$ is written to the left of the top branch.</p>

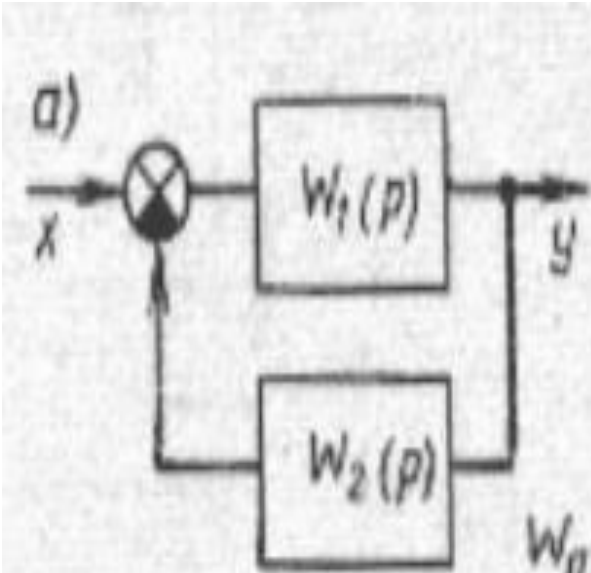
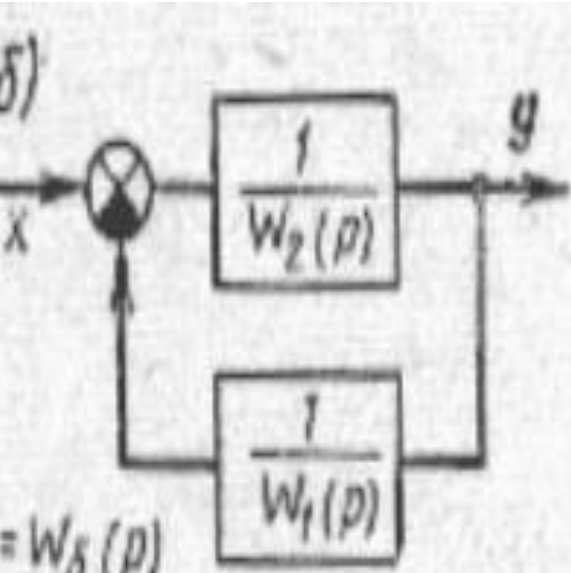
Номер правила	Правило преобразования структурных схем	Исходная схема	Преобразованная схема
2	То же, против направления передачи сигнала	<p>а)</p> 	<p>б)</p> 

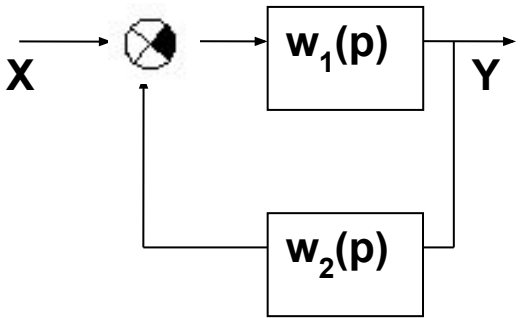
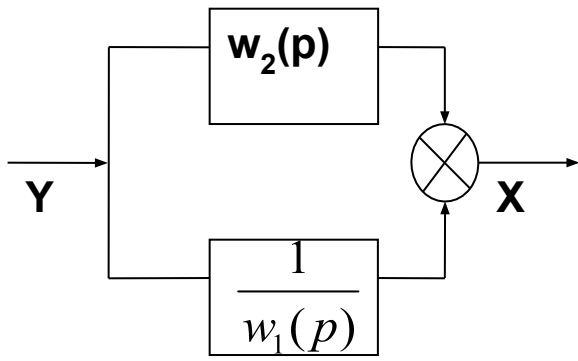
Номер правила	Правило преобразования структурных схем	Исходная схема	Преобразованная схема
3	Перемещение звена через узел по направлению ветвления	<p>а)</p> 	<p>б)</p> 

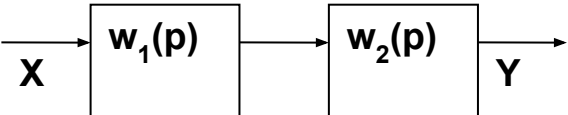
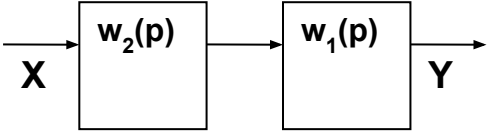
Номер правила	Правило преобразования структурных схем	Исходная схема	Преобразованная схема
3	Перемещение звена через узел по направлению ветвления	<p>в)</p>  <p>The diagram shows a summing junction (circle with an 'X') receiving two inputs: X_1 from the left and X_2 from the top. The output of the summing junction is X_3, which enters a block labeled $W_1(p)$. The output of this block is Y_3. A feedback arrow originates from Y_3 and points back to the summing junction.</p>	<p>г)</p>  <p>The diagram shows a block labeled $W_1(p)$ with input X_1 and output Y_1. The output Y_1 enters a summing junction (circle with an 'X') from the left. The summing junction also receives input X_2 from the top. The output of the summing junction is Y_2, which is the final output Y_3.</p>

Номер правила	Правило преобразования структурных схем	Исходная схема	Преобразованная схема
4	Тоже против направления ветвления	<p>а)</p> 	<p>б)</p> 

Номер правила	Правило преобразования структурных схем	Исходная схема	Преобразованная схема
4	Тоже против направления ветвления	<p>в)</p> 	<p>г)</p> 

Номер правила	Правило преобразования структурных схем	Исходная схема	Преобразованная схема
5	Эквивалентность встречных параллельных соединений	 <p>а)</p>	 <p>б)</p> <p>$W_a(p) = W_b(p)$</p>

Номер правила	Правило преобразования структурных схем	Исходная схема	Преобразованная схема
6	Эквивалентность встречных и согласных параллельных соединений	<p>а)</p>  <p style="text-align: center;">$w_a(p) = \frac{1}{w_\delta(p)}$</p>	<p>б)</p> 

Номер правила	Правило преобразования структурных схем	Исходная схема	Преобразованная схема
7	Эквивалентность последовательных соединений	<p>а)</p>  <p style="text-align: center;">$w_a = w_\delta$</p>	<p>б)</p> 

7. Критерии качества САУ

