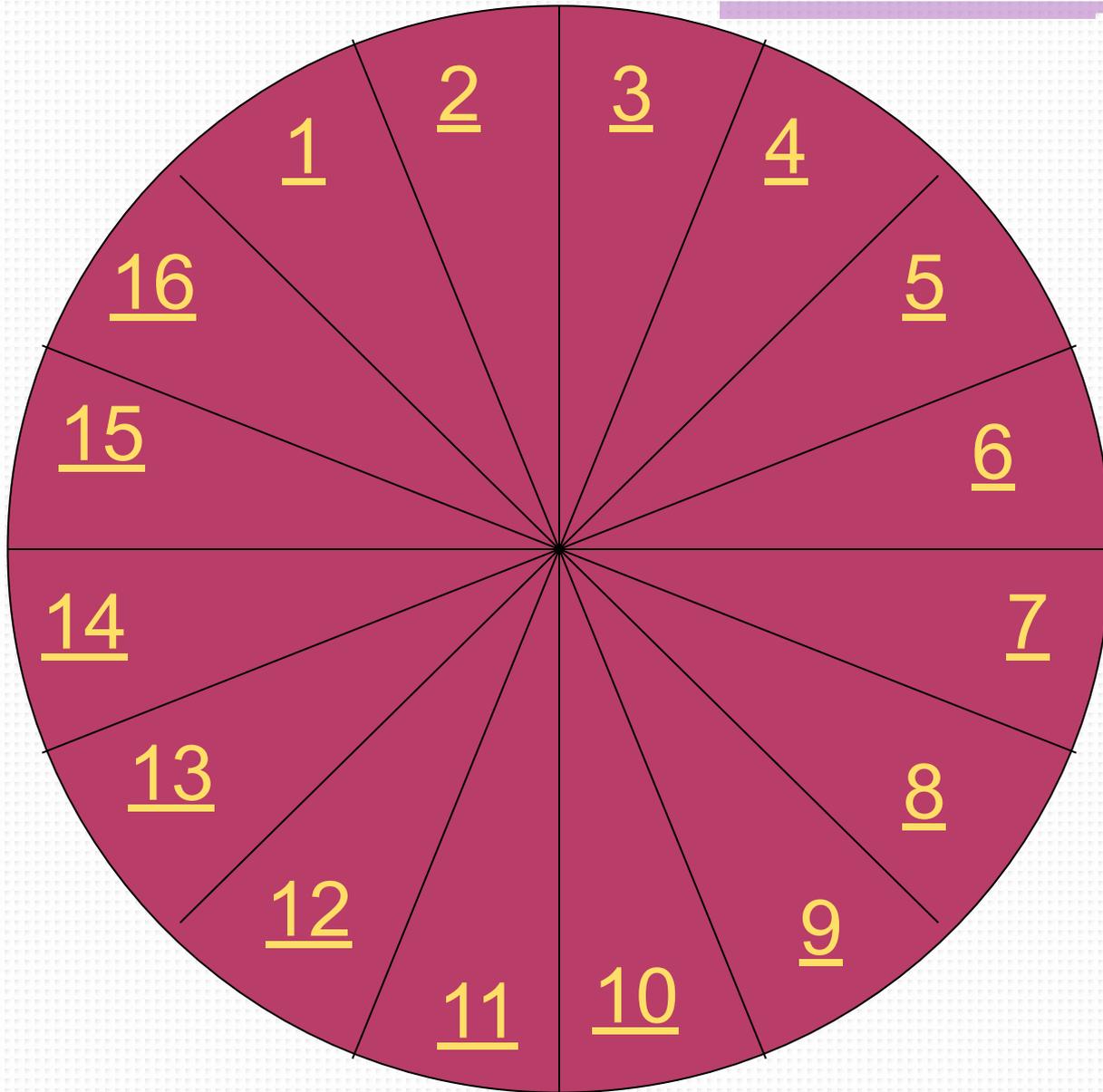


ЧТО?

ГДЕ?

КОГДА?

9 - 11 классы



Сектор 1

Уважаемые знатоки!

Двое приятелей не виделись много лет. Встретившись, один сказал другому, что у него трое сыновей.

«Сколько же им лет?» - спросил второй.

«Произведение их лет равно 36, а сумма – номеру вот этого проезжающего трамвая» – ответил первый.

Посмотрев на номер трамвая, второй собеседник сказал, что этих данных недостаточно.

«А старший сын у меня рыжий».

«Тогда я знаю, сколько им лет» – сказал второй и точно определил возраст каждого ребенка.

Внимание! Вопрос!

Сколько лет было каждому ребенку?

Решение

$$36 = 1 \cdot 2 \cdot 18$$

$$\underline{36 = 2 \cdot 2 \cdot 9} \quad \text{сумма равна 13}$$

$$36 = 3 \cdot 3 \cdot 4$$

$$36 = 1 \cdot 1 \cdot 36$$

$$36 = 1 \cdot 4 \cdot 9$$

$$36 = 2 \cdot 3 \cdot 6$$

$$36 = 3 \cdot 12 \cdot 1$$

$$\underline{36 = 6 \cdot 6 \cdot 1} \quad \text{сумма равна 13}$$

Проезжал трамвай №13. В двух случаях сумма множителей одинаковая, поэтому приятель сказал, что информации недостаточно. Но при подсказке «старший – рыжий», стало ясно, что старший сын – один, значит, наибольший множитель тоже один. Поэтому подходит случай 2 ; 2 ; 9. Старшему рыжему сыну 9 лет, двум другим по 2 года.

Сектор 2

Уважаемые знатоки!

История сохранила нам мало черт биографии замечательного древнего математика Диофанта. Все, что известно о нем, почерпнуто из надписи на его могиле – надписи, составленной в форме математической задачи.

Вот эта надпись :

«Путник! Здесь прах погребен Диофанта.

И числа поведать могут, о чуде,

Сколь долгод был век его жизни.

Часть шестую его представляло прекрасное детство.

Двенадцатая часть протекла еще жизни –

Покрылся пухом тогда подбородок.

Седьмую в бездетном браке провел Диофант.

Прошло пятилетие; он был осчастливлен рождением

прекрасного первенца сына, коему рок половину лишь

жизни прекрасной и светлой дал на земле по сравненью с отцом.

И в печали глубокой старец земного удела конец воспринял, переживши

Года четыре с тех пор, как сына лишился.»

Скажите, сколько лет жизни достигнув, смерть воспринял Диофант?

Решение

Пусть Диофант прожил x лет. Тогда получаем уравнение:

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4 = x$$

$$x = 84$$

Решив уравнение, узнаем следующие сведения из биографии Диофанта:

- Он женился в 21 год
- Стал отцом на 38 году
- Потерял сына на 80 году
- Умер в 84 года

[назад](#)

Уважаемые знатоки !

Некоторые из 15 листов бумаги разрезали на 10 частей , затем некоторые из полученных листов разрезали еще на 10 частей и т.д. Когда подсчитали общее количество листов, то получили 2006. Докажите, что в подсчетах была допущена ошибка.

После разрезания одного листа количество листов увеличивается на 9. Первоначально количество листов было 15. Значит, каждый раз полученное количество листов должно делиться на 3. Число 2006 на 3 не делится. Следовательно, в подсчетах была допущена ошибка.

Внимание ! Черный ящик

Воины римского консула Марцелла были надолго задержаны у стен города Сиракузы мощными машинами – катапультами. Их изобрел для защиты своего города великий ученый Архимед. В черном ящике лежит еще одно изобретение Архимеда, которое и поныне используется в быту.

Что в черном ящике?

Винт Архимеда, используется в мясорубке

[назад](#)

Блиц

3 вопроса по 20 секунд

1 вопрос

Человек разглядывает портрет.

- Чей это портрет вы рассматриваете ? - спрашивают его.

И человек отвечает :

- В семье я рос один, как перст один. И все же тот, кто на портрете сын моего отца. Да-да, вы не ослышались, все верно, сын !

Как это возможно ?

Человек смотрит на свой портрет

2 вопрос

У одного старика спросили, сколько ему лет. Он ответил, что ему сто лет и несколько месяцев, но дней рождения у него было всего 25. Как это могло быть?

3 вопрос

Старик родился 29 февраля

Два путешественника подошли одновременно к реке. У берега была привязана только одна лодка, в которой мог переправиться только один человек. Путешественники не умели плавать, но каждому из них удалось переправиться через реку и пойти своей дорогой. Как это могло случиться ?

Они подошли к реке с разных сторон

[назад](#)

Девочка решила помочь маме и приготовить ужин: сделать салат, картофельное пюре и котлеты. До прихода мамы оставался 1 час. Девочка знала, что приготовление блюд отнимает разное время.

10 мин – мытье овощей

10 мин – резка овощей для салата

10 мин – очистка картофеля

30 мин – варка картофеля

10 мин – приготовление пюре

10 мин – приготовление котлет из фарша

30 мин – жарение котлет

10 мин – накрывание на стол

ИТОГО : 2 часа

Но у девочки был всего 1 час.

Внимание! Вопрос

В какой последовательности она должна готовить, чтобы ужин был готов к приходу мамы ?

Решение

- 1) Чистка картофеля
- 2) Варка картофеля, в это время:
 - а) Приготовление котлет
 - б) Жарение котлет
 - в) Мытье овощей и резка овощей
- 3) Приготовление пюре

За оставшиеся 10 мин накрыть на стол

Уважаемые знатоки !

У одного арабского математика 11 века есть такая задача: На обоих берегах реки растет по пальме, одна против другой. Высота одной – 30 локтей, другой – 20 локтей. Расстояние между их основаниями – 50 локтей. На верхушке каждой пальмы сидит птица. Внезапно обе птицы заметили рыбу, выплывшую к поверхности воды между пальмами. Они кинулись к ней разом и достигли ее одновременно.

Внимание! Вопрос !

На каком расстоянии от основания более высокой пальмы появилась рыба?

Решение

По теореме Пифагора :

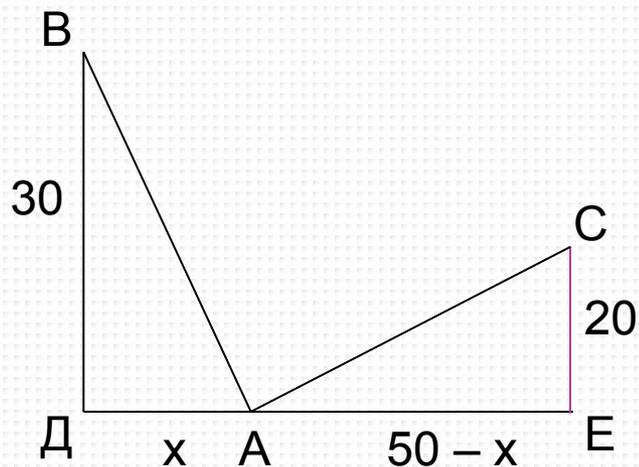
$$AB^2 = 30^2 + x^2$$

$$AC^2 = 20^2 + (50 - x)^2$$

$$30^2 + x^2 = 20^2 + (50 - x)^2$$

$$x = 20$$

20 локтей от более высокой пальмы



[назад](#)

Уважаемые знатоки!

Уважаемые знатоки!

Известно, что равенство $f(x^3 + x) = 3 + |x^2 - 2x|$ справедливо для любого x . Решите неравенство $f(x) \leq 3$

Решение

$$f(x^3 + x) = 3 + |x^2 - 2x|$$

Заметим, что правая часть равенства больше или равна 3 при любых x , так как $|x^2 - 2x| \geq 0$. Следовательно, $f(x)$ меньше 3 быть не может ни при каких x .

Тогда $f(x) = 3$. А это выполняется, когда $|x^2 - 2x| = 0$. Откуда получаем $x = 0$ или $x = 2$.

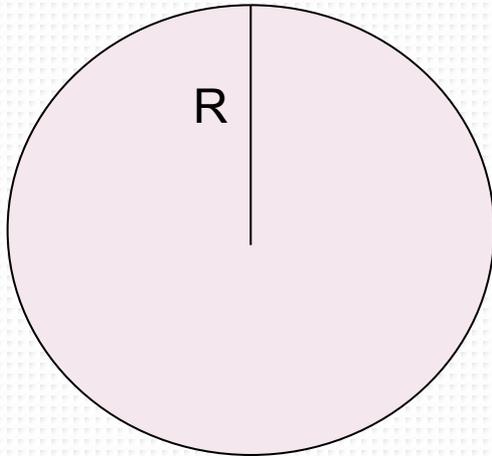
Задача 1

Уважаемые знатоки!

Два велосипедиста едут по кольцевой дороге с постоянными скоростями. Если они едут навстречу друг другу, то встречаются каждые 12 минут. Если они едут в одном направлении, то первый догоняет второго каждые 36 минут.

Найдите время, за которое каждый велосипедист проезжает полный круг.

Решение



Пусть v_1 и v_2 - скорости велосипедистов, R – радиус круга.

Тогда

$$\begin{cases} 12v_1 + 12v_2 = 2\pi R \\ 36v_1 - 36v_2 = 2\pi R \end{cases}$$

Получаем $72v_1 = 8\pi R$
 $18v_1 = 2\pi R$

Следовательно, первый велосипедист проезжает полный круг за 18 мин

С другой стороны, $72v_2 = 4\pi R$

Значит, $36v_2 = 2\pi R$

Т.е. второй велосипедист проезжает полный круг за 36 мин

Супер – блиц

3 вопроса по 20 секунд

Играет один игрок из команды

Верно ли утверждение?

$x\%$ от числа y всегда равно $y\%$ от числа x

Да

Произведение всех делителей числа 124 равно 124^3

Да

Среди чисел 10, 11, ..., 19 ровно 40 % простых

Да

[назад](#)

Уважаемые знатоки!

Петя решал уравнение $P(200x - \frac{7}{x}) = 0$ и нашел 11 различных корней. Докажите, что если он постарается, то сумеет найти еще хотя бы один корень.

В знойный летний день, когда воздух звенит от насекомых, на лужайке площадью 4 га пасутся две лошади одной породы и масти, различающиеся между собой тем разве только, что у одной хвост подвязан, а у другой нет. Лужайка имеет форму прямоугольника. Одна из лошадей щиплет траву, передвигаясь по его диагонали, другая – по его сторонам. Какая из этих лошадей в течение часа съест больше травы, если аппетит у них одинаковый, одинаков и покров лужайки, на которой они пасутся.

Больше травы съест та лошадь, у которой хвост не привязан, так как ей не придется отвлекаться от еды, чтобы отгонять мух.

[назад](#)

Внимание! Черный ящик

Существует легенда о греческом изобретателе Дедале (мастере, который сделал крылья Икару), и его племяннике, очень талантливом юноше, который придумал гончарный круг, первую в мире пилу и то, что лежит в этом ящике. За это он поплатился своей жизнью, так как завистливый дядя толкнул его с высокого городского вала. Самый древний этот предмет пролежал в земле 2000 лет. За многие сотни лет конструкция этого предмета практически не изменилась, настолько она была совершенна.

В Древней Греции умение пользоваться этим предметом считалось верхом совершенства, а умение решать задачи с его помощью – признаком высокого положения в обществе и большого ума.

Известный писатель Ю.Олеша, автор «Трех толстяков», писал: «В бархатном ложе лежит, плотно сжав ноги, холодный и сверкающий. У него тяжелая голова. Я намереваюсь поднять его, он неожиданно раскрывается и производит укол в руку».

Что находится в черном ящике ?

Уважаемые знатоки!

Значения многих слов указываются в толковом словаре. Но бывает интересным узнать и о происхождении слов. У некоторых математических терминов происхождение сразу понятно. Например, «делимое» – так называли число, которое делят на другое число, т.е. это слово произошло от глагола «делить».

Внимание! Вопрос ! А от какого слова произошло слово «точка»?

От русского слова «ткнуть» – как бы результат мгновенного прикосновения, укола. Н.И. Лобачевский, впрочем, считал, что слово «точка» происходит от глагола «точить» – как результат прикосновения острия отточенного пера.

Математика

Уважаемые знатоки!

Всем известны пословицы:

«Чем дальше в лес, тем больше дров»

«Каши маслом не испортишь»

«Дальше от кумы – меньше греха»

Внимание! Вопрос !

Чем, с точки зрения математики, отличаются эти пословицы?

Решение

Представьте себе, как нарастает количество дров по мере продвижения в глубь леса: от опушек, где все давным – давно собрано, до чащоб, куда не ступала нога человека. В этой пословице функция количества дров монотонно возрастает.

Согласно второй пословице качество каши не ухудшается с добавлением масла. Оно, возможно, станет лучше, но может и остаться на прежнем уровне. Функция качества каши от количества масла монотонно неубывающая.

Функция, которая показывает, как изменяется мера греха по мере удаления от кумы, монотонно убывает.

Уважаемые знатоки!

Так говорят, когда раз за разом попытки уладить что-то приводят к пустому или бессмысленному результату.

« У попа была собака. Он ее любил. Она съела кусок мяса. Он ее убил. В землю закопал. И надпись написал :
« У попа была собака. Он ее любил...» и т.д.

Внимание! Вопрос !

Какая существует связь между песней и математическим понятием, являющимся одним из свойств функции?

Понятие периодичности