



Обобщение темы «Треугольник»

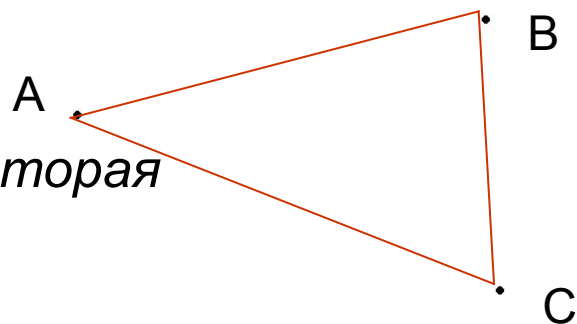
1. ЧТО ТАКОЕ ТРЕУГОЛЬНИК

И ИЗ ЧЕГО ОН СОСТОИТ?

Отметим какие-нибудь **три точки**, не лежащие на одной прямой,

и соединим их попарно **три отрезками**:

Получается геометрическая фигура, которая называется **треугольником**.



Итак,

Треугольник- это геометрическая фигура, состоящая из трёх точек, не лежащих на одной прямой и попарно соединённых тремя отрезками.

Треугольники бывают **равнобедренными**, **равносторонними**, **остроугольными**, **тупоугольными**, **прямоугольными**.

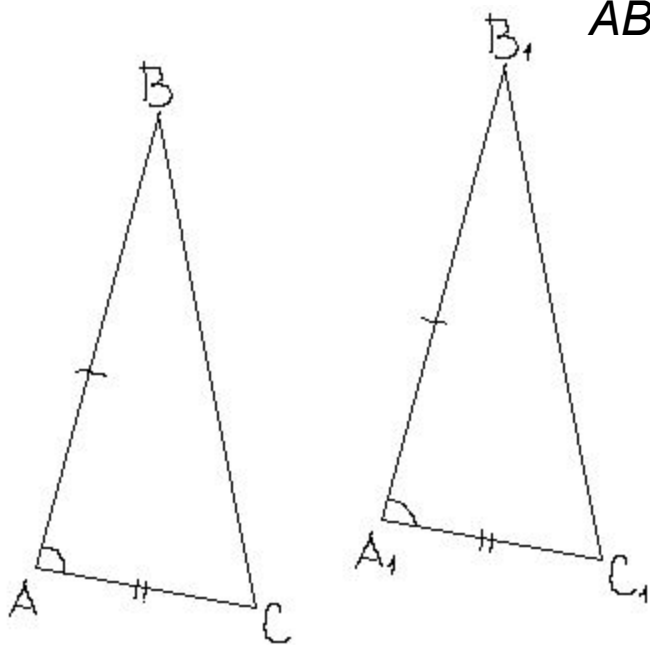
Треугольник состоит из трёх вершин (три точки) и трёх сторон (три отрезка).

2. ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

1. Первый признак равенства треугольников.

Теорема: если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.

Доказательство: рассмотрим треугольники ABC и $A_1B_1C_1$, у которых $AB=A_1B_1$, $AC=A_1C_1$, $\angle A=\angle A_1$.



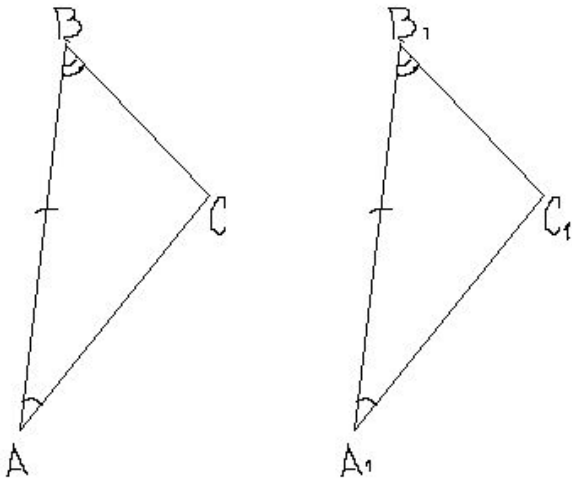
Так как $\angle A=\angle A_1$, то треугольник ABC можно наложить на треугольник $A_1B_1C_1$ так, что вершина A совместится с вершиной A_1 , а стороны AB и AC - соответственно на лучи A_1B_1 и A_1C_1 . Так как $AB=A_1B_1$, $AC=A_1C_1$, то сторона AB совместится со стороной A_1B_1 , а сторона AC - со стороной A_1C_1 ; так же совместятся точки B и B_1 , C и C_1 .

Следовательно, совместятся стороны BC и B_1C_1 . Отсюда следует, что, так как треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ полностью

совместятся, то эти треугольники **равны**.

2. Второй признак равенства треугольников.

Теорема: если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны.



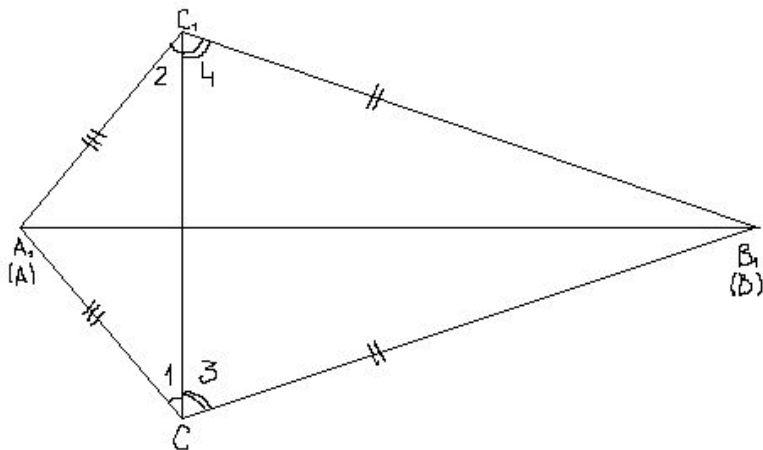
Доказательство: Рассмотрим треугольники ABC и $A_1B_1C_1$, у которых $AB=A_1B_1$, $\angle A=\angle A_1$, $\angle B=\angle B_1$.

Наложим треугольник ABC на треугольник $A_1B_1C_1$ так, чтобы вершина A совместилась с вершиной A_1 , сторона AB – с равной ей стороной A_1B_1 , а вершины C и C_1 оказались по одну сторону от прямой A_1B_1 .

Так как $\angle A=\angle A_1$ и $\angle B=\angle B_1$, то сторона AC наложится на луч A_1C_1 , а сторона BC – на луч B_1C_1 . Поэтому вершина C – общая точка сторон AC и BC – окажется лежащей как на луче A_1C_1 , так и на луче B_1C_1 и, следовательно, совместится с общей точкой этих лучей – вершиной C_1 . Значит, совместятся стороны AC и A_1C_1 , BC и B_1C_1 . Итак, треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ полностью совместятся, следовательно, они **равны**.

3. Третий признак равенства треугольников.

Теорема: если три стороны одного треугольника соответственно равны трём сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.

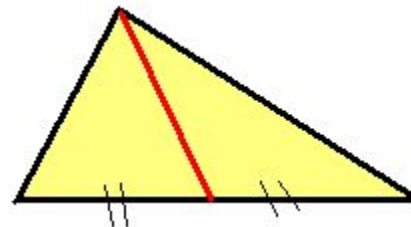


Доказательство: Рассмотрим треугольники ABC и $A_1B_1C_1$, у которых $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $CA = C_1A_1$. Приложим треугольник ABC к треугольнику $A_1B_1C_1$ так, чтобы вершина A совместилась с вершиной A_1 , вершина B – B_1 , а вершины C и C_1 оказались по разные стороны от прямой A_1B_1 . Возможны три случая. Рассмотрим один из случаев: луч C_1C проходит внутри угла $A_1C_1B_1$.

Так как по условию теоремы $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$, то треугольники A_1C_1C и B_1C_1C – равнобедренные. По теореме о свойстве углов равнобедренного треугольника $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$, поэтому $\angle A_1CB_1 = \angle A_1C_1B_1$. Итак, $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$, $\angle C = \angle C_1$. Следовательно, треугольник ABC равен треугольнику $A_1B_1C_1$ по первому признаку равенства треугольников.

3. МЕДИАНЫ, ВЫСОТЫ И БИССЕКТРИСЫ ТРЕУГОЛЬНИКОВ.

Отрезок AB , соединяющий вершину угла A с серединой противоположной стороны B , называется **медианой треугольника**.



а) Остроугольный
треугольник

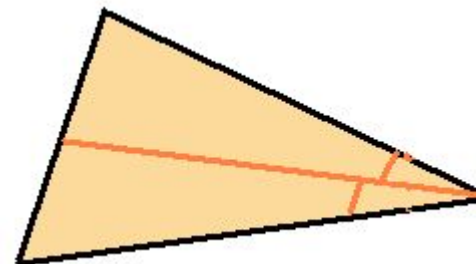


б) тупоугольный
треугольник



Перпендикуляр, проведённый из вершины треугольника к прямой, содержащей противоположную сторону называется (рис. а и б) **высотой треугольника**.

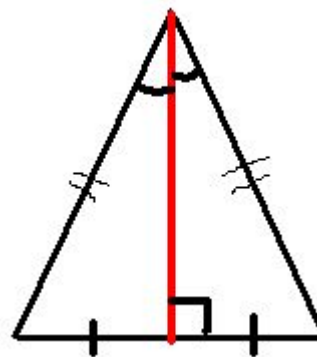
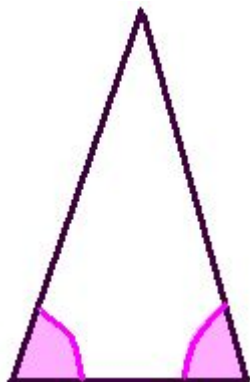
Отрезок биссектрисы угла треугольника, соединяющий вершину треугольника с точкой противоположной стороны, называется **биссектрисой треугольника**.



У каждого треугольника всегда три медианы, биссектрисы и высоты, так как три угла (три вершины) и три стороны.

4. РАВНОБЕДРЕННЫЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ И ИХ СВОЙСТВА.

В равнобедренном треугольнике углы при основании равны.



В равнобедренном треугольнике биссектриса, проведённая к основанию, является медианой и высотой.

(Высота равнобедренного треугольника, проведённая к основанию, является медианой и высотой; медиана равнобедренного треугольника, проведённая к основанию, является высотой и биссектрисой.)

