

# **ПОСТРОЕНИЕ ЛИНЕЙНЫХ ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ**

**Экономический анализ  
отчета по устойчивости**

# Задача линейного программирования имеет следующий вид

---

1) Целевая функция

$$Z = \sum_{i=1}^n a_i x_i \rightarrow \text{экстремум (оптимум)}$$

2) Ограничения  $\sum_{i=1}^n c_{ij} x_i$  [ $> \geq = < \leq$ ]  $b_j$ , где

$j=1, 2, \dots, m$

3) Требования к переменным  $x_i \geq 0$   
(не отрицательность).

# Основные определения

Учет ресурсов, их расхода, выполнение плана и т.д. являются ограничениями



# Основные определения

---

Обеспечение максимально возможного дохода, либо минимум понесенных затрат принято называть целью задачи или ее критерием.



# Основные определения

---

Во всех таких задачах часто можно наблюдать так называемые **«экономические ножницы»**, т.е. одни условия задачи достижимы при минимальном производстве, например, будут минимальны расходы, а другие, наоборот, – при максимальном (большой доход от большого количества произведенного продукта).



# Основные определения

Найти из этого множества только такое решение, которое обеспечит достижение желаемой цели. Такие задачи принято называть **ОПТИМИЗАЦИОННЫМИ ЗАДАЧАМИ В ЭКОНОМИКЕ.**

$$N(\mathbf{v}) := (|\mathbf{v}|)^2 + \mathbf{v} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$\mathbf{v}_2 := \mathbf{I}$

**Given**

$$\sum \mathbf{v} = \mathbf{I} \quad \mathbf{v} > \frac{\mathbf{I}}{5}$$

$\mathbf{v} := \text{Minimize}(N, \mathbf{v})$

$$N(\mathbf{v}) = 0.64 \quad \sum \mathbf{v} = \mathbf{I} \quad \text{Проверка решения}$$

$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  **Точка старта**

$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.6 \\ 0.2 \end{pmatrix}$  **Решение**

Станки \ Детали	Нормы времени			Оплата	Время работы станка
	A	B	C		
I	0,2	0,1	0,05	30	40
II	0,6	0,3	0,2	10	60
III	0,2	0,1	0,4	20	30
Цена	10	16	12		

1 переменные задачи

2 исходные значения переменных

3 расход раскворов на облицовку 1м кв

4 пропорции потребления компонент

5 целевая функция

6 левые части ограничений

7 правые части ограничений

Формулы в ячейках

ячейка H15 =C9\*C6+D9\*D6

ячейка H17 =C17/\$C\$21\*\$C\$6+D17/\$D\$21\*\$D\$6

ячейка H18 =C18/\$C\$21\*\$C\$6+D18/\$D\$21\*\$D\$6

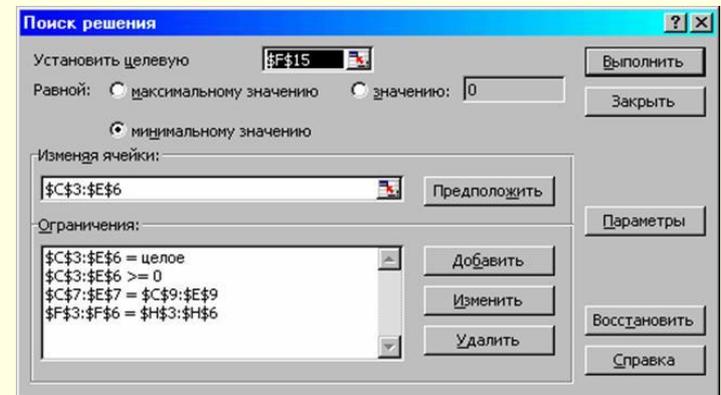
ячейка H19 =C19/\$C\$21\*\$C\$6+D19/\$D\$21\*\$D\$6

ячейка C21 =СУММ(C17:C20)

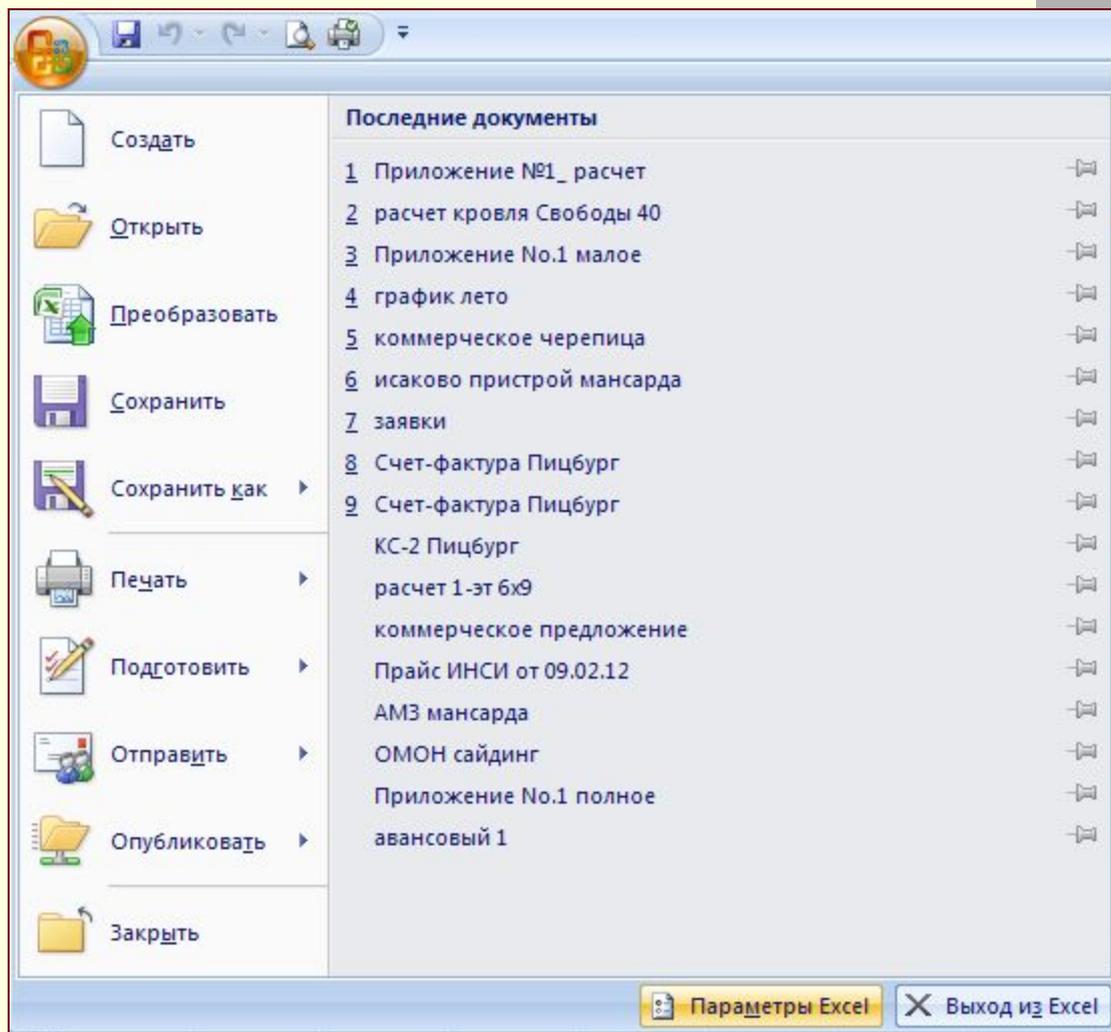
ячейка D21 =СУММ(D17:D20)

# Решение задач в Excel

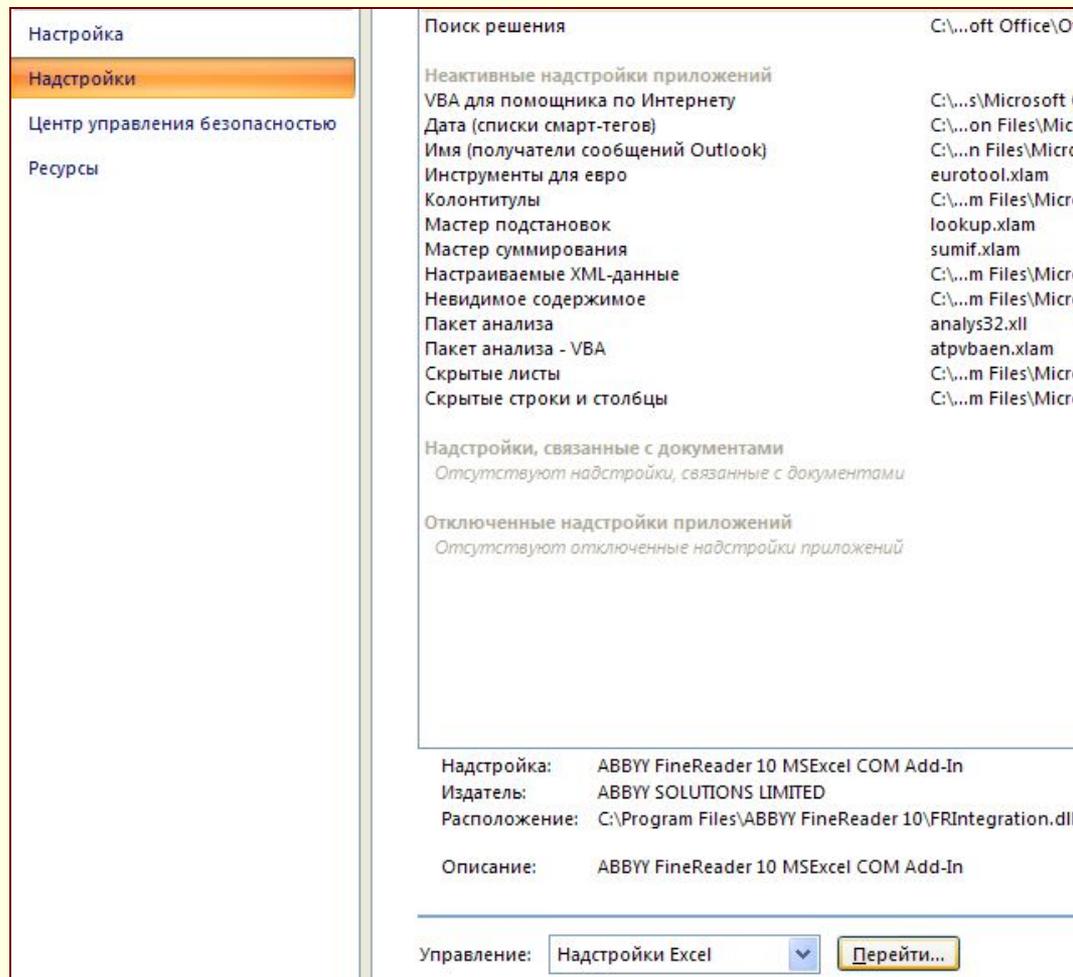
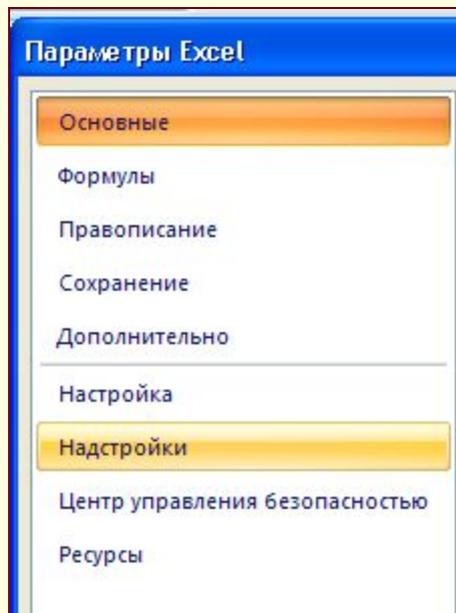
В настоящее время наиболее мощным средством решения таких задач на компьютере является пакет Excel с его надстройкой «Поиск решения».



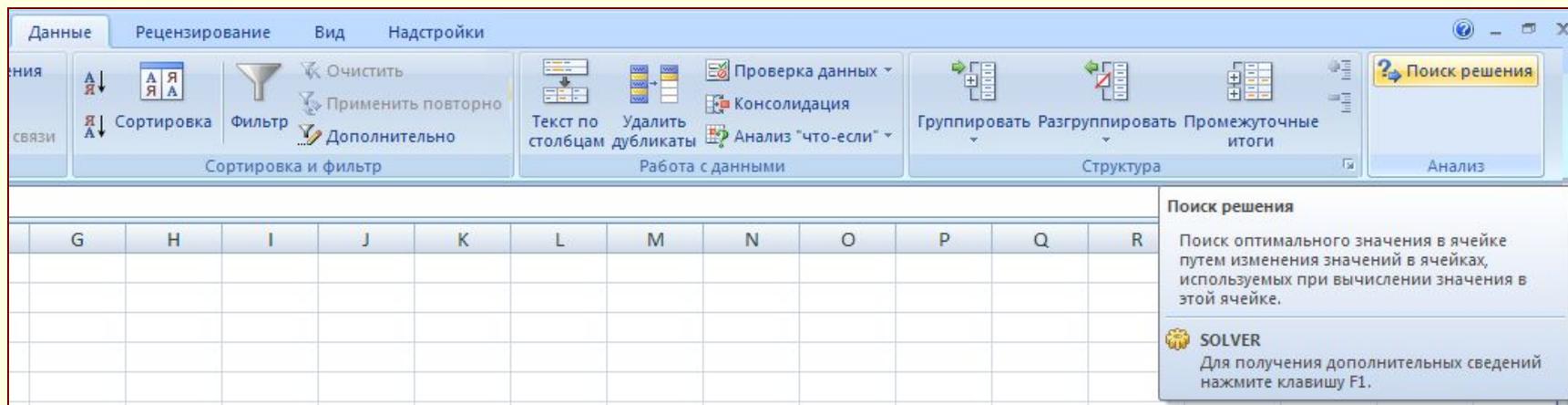
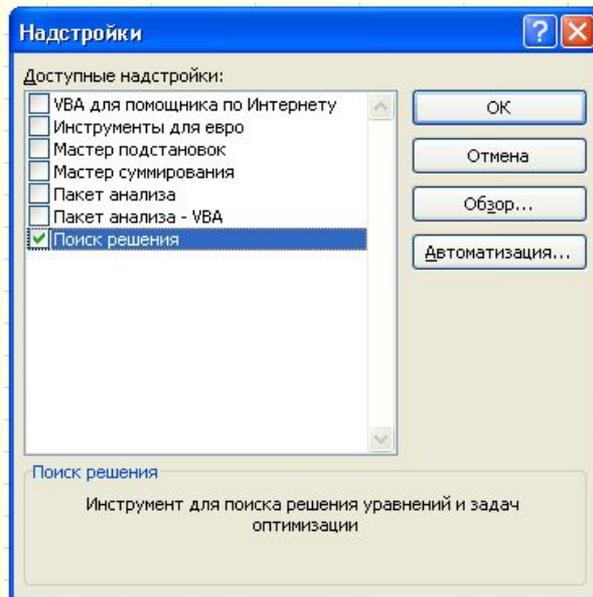
# Установка Поиска решения



# Установка Поиска решения



# Установка Поиска решения



# Установка Поиска решения

---

- Офис
- Параметры Excell
- Надстройка / перейти
- Поиск решения / Ок
  
- Появится в закладке *Данные*

Название задачи	Количество ячеек равно количеству переменных		
Искомые перемен.	Список имен или обозначений ← переменных →		
Значения перемен.	Соответствующие значения неизвестных (в начале не указываются)		
Коэффиц. при переменн.	Перечень коэффициентов целевой функции	= Формула цели	
Список ограничений	Нормативные коэффициенты при переменных в рассматриваемых ограничениях	= Формулы левых частей ограничений	Объемы ограничений

Название задачи	Количество ячеек равно количеству переменных		
Искомые перемен.	Список имен или обозначений ← переменных →		
Значения перемен.	Соответствующие значения неизвестных (в начале не указываются)		
Коэффиц. при переменн.	Перечень коэффициентов целевой функции	= Формула цели	
Список ограничений	Нормативные коэффициенты при переменных в рассматриваемых ограничениях	= Формулы левых частей ограничений	Объемы ограничений

Название задачи	Количество ячеек равно количеству переменных		
Искомые перемен.	Список имен или обозначений ← переменных →		
Значения перемен.	Соответствующие значения неизвестных (в начале не указываются)		
Коэффиц. при переменн.	Перечень коэффициентов целевой функции	= Формула цели	
Список ограничений	Нормативные коэффициенты при переменных в рассматриваемых ограничениях	= Формулы левых частей ограничений	Объемы ограничений

Название задачи	Количество ячеек равно количеству переменных		
Искомые перемен.	Список имен или обозначений ← переменных →		
Значения перемен.	Соответствующие значения неизвестных (в начале не указываются)		
Коэффиц. при переменн.	Перечень коэффициентов целевой функции	= <b>Формула</b> цели	
Список ограничений	Нормативные коэффициенты при переменных в рассматриваемых ограничениях	= <b>Формулы</b> левых частей ограничений	Объемы ограничений

Название задачи	Количество ячеек равно количеству переменных		
Искомые перемен.	Список имен или обозначений ← переменных →		
Значения перемен.	Соответствующие значения неизвестных (в начале не указываются)		
Коэффиц. при переменн.	Перечень коэффициентов целевой функции	= <b>Формула</b> цели	
Список ограничений	Нормативные коэффициенты при переменных в рассматриваемых ограничениях	= <b>Формулы</b> левых частей ограничений	Объемы ограничений

# Все сведения о модели заносят в окно «Поиск решения»

**Поиск решения** [?] [X]

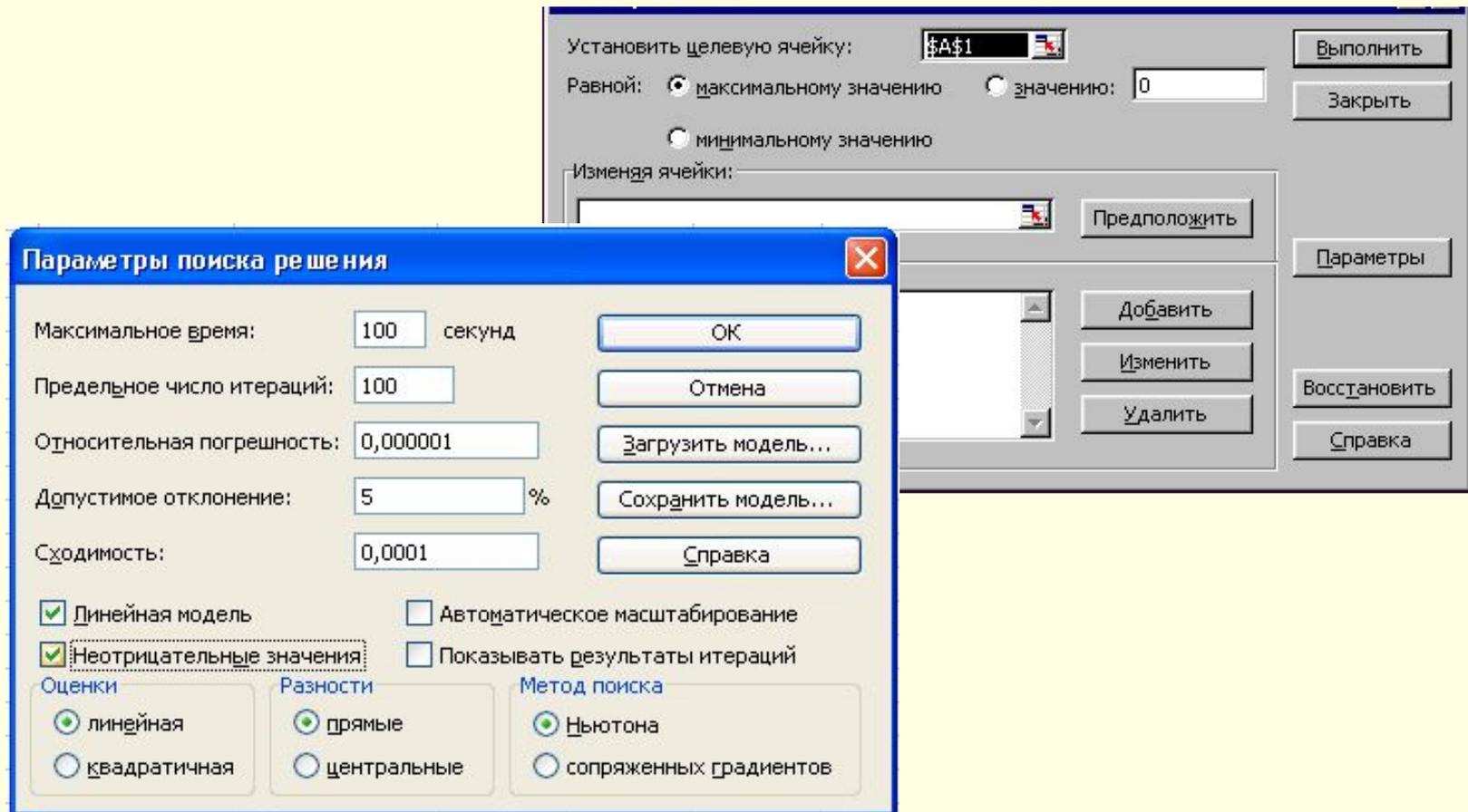
Установить целевую ячейку:  [icon]

Равной:  максимальному значению  значению:   
 минимальному значению

Изменяя ячейки:  [icon]

Ограничения:  [icon]

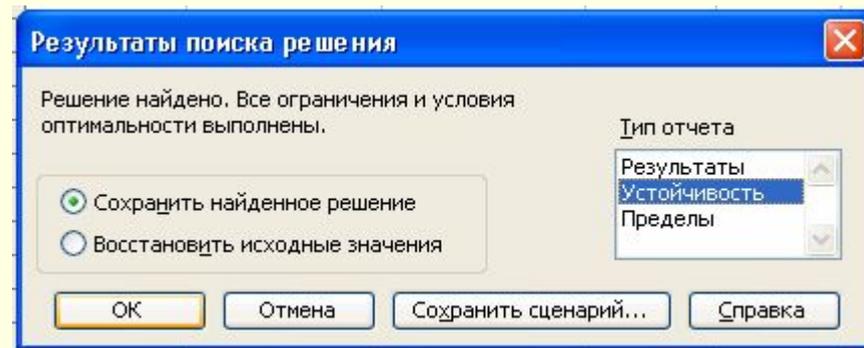
По кнопке «Параметры» этого окна необходимо перейти в дополнительное окно, где обязательно следует отметить условие, что данная модель является *линейной*, и не отрицательности переменных



# Отчёт по устойчивости

**Отчёт по устойчивости** содержит информацию, насколько целевая ячейка чувствительна к изменениям ограничений и переменных.

Формируется на отдельном листе книги Excel из диалогового окна «Результаты поиска решений», где в графе «Тип отчета» следует выбрать «Устойчивость».



# Отчет по устойчивости

---

Отчет по устойчивости состоит из двух частей.

**Первая** об изменяемых ячейках, т.е. о тех переменных, которые обеспечивают необходимое значение целевой функции или являются определяемыми.

**Вторая** – об ограничениях, введенных в условие решаемой задачи. Структура обеих частей одинакова и содержит по семь столбцов таблицы в каждой.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Microsoft Excel 11.0 Отчет по устойчивости							
2	Рабочий лист: [Книга2]Лист1							
3	Отчет создан: 23.05.2008 20:21:23							
4								
5								
6	Изменяемые ячейки							
7			Результ.	Нормир.	Целевой	Допустимое	Допустимое	
8	Ячейка	Имя	значение	стоимость	Козфициент	Увеличение	Уменьшение	
9								
10								
11								
12	Ограничения							
13			Результ.	Теневая	Ограничение	Допустимое	Допустимое	
14	Ячейка	Имя	значение	Цена	Правая часть	Увеличение	Уменьшение	
15								
16								
17								

--	--	--	--	--

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Microsoft Excel 11.0 Отчет по устойчивости							
2	Рабочий лист: [Книга2]Лист1							
3	Отчет создан: 23.05.2008 20:21:23							
4								
5								
6	Изменяемые ячейки							
7			Результ.	Нормир.	Целевой	Допустимое	Допустимое	
8	Ячейка	Имя	значение	стоимость	Козфициент	Увеличение	Уменьшение	
9								
10								
11								
12	Ограничения							
13			Результ.	Теневая	Ограничение	Допустимое	Допустимое	
14	Ячейка	Имя	значение	Цена	Правая часть	Увеличение	Уменьшение	
15								
16								
17								

адреса ячеек, в которых хранятся либо значения искомых переменных, либо значения формул левых частей ограничений;

--	--	--	--	--

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Microsoft Excel 11.0 Отчет по устойчивости							
2	Рабочий лист: [Книга2]Лист1							
3	Отчет создан: 23.05.2008 20:21:23							
4								
5								
6	Изменяемые ячейки							
7			Результ.	Нормир.	Целевой	Допустимое	Допустимое	
8	Ячейка	Имя	значение	стоимость	Козффициент	Увеличение	Уменьшение	
9								
10								
11								
12	Ограничения							
13			Результ.	Теневая	Ограничение	Допустимое	Допустимое	
14	Ячейка	Имя	значение	Цена	Правая часть	Увеличение	Уменьшение	
15								
16								
17								

адреса ячеек, в которых хранятся либо значения искомых переменных, либо значения формул левых частей ограничений;

обозначения искомых переменных, либо название каждого ограничения

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Microsoft Excel 11.0 Отчет по устойчивости							
2	Рабочий лист: [Книга2]Лист1							
3	Отчет создан: 23.05.2008 20:21:23							
4								
5								
6	Изменяемые ячейки							
7			Результ.	Нормир.	Целевой	Допустимое	Допустимое	
8	Ячейка	Имя	значение	стоимость	Козффициент	Увеличение	Уменьшение	
9								
10								
11								
12	Ограничения							
13			Результ.	Теневая	Ограничение	Допустимое	Допустимое	
14	Ячейка	Имя	значение	Цена	Правая часть	Увеличение	Уменьшение	
15								
16								
17								

адреса ячеек, в которых хранятся либо значения искомых переменных, либо значения формул левых частей ограничений;

обозначения искомых переменных, либо название каждого ограничения

полученные значения либо переменных, либо значения формул левых частей ограничений

--	--	--	--

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Microsoft Excel 11.0 Отчет по устойчивости							
2	Рабочий лист: [Книга2]Лист1							
3	Отчет создан: 23.05.2008 20:21:23							
4								
5								
6	Изменяемые ячейки							
7			Результ.	Нормир.	Целевой	Допустимое	Допустимое	
8	Ячейка	Имя	значение	стоимость	Кoeffициент	Увеличение	Уменьшение	
9								
10								
11								
12	Ограничения							
13			Результ.	Теневая	Ограничение	Допустимое	Допустимое	
14	Ячейка	Имя	значение	Цена	Правая часть	Увеличение	Уменьшение	
15								
16								
17								

адреса ячеек, в которых хранятся либо значения искомых переменных, либо значения формул левых частей ограничений;

обозначения искомых переменных, либо название каждого ограничения

полученные значения либо переменных, либо значения формул левых частей ограничений

содержит коэффициенты при переменных, с которыми они входили в целевую функцию

	A	B	C	D	E	F	G	H	
1	Microsoft Excel 11.0 Отчет по устойчивости								
2	Рабочий лист: [Книга2]Лист1								
3	Отчет создан: 23.05.2008 20:21:23								
4									
5									
6	Изменяемые ячейки								
7			Результ.	Нормир.	Целевой	Допустимое	Допустимое		
8	Ячейка	Имя	значение	стоимость	Кoeffициент	Увеличение	Уменьшение		
9									
10									
11									
12	Ограничения								
13			Результ.	Теневая	Ограничение	Допустимое	Допустимое		
14	Ячейка	Имя	значение	Цена	Правая часть	Увеличение	Уменьшение		
15									
16									
17									

адреса ячеек, в которых хранятся либо значения искомых переменных, либо значения формул левых частей ограничений

обозначения искомых переменных, либо название каждого ограничения

полученные значения либо переменных, либо значения формул левых частей ограничений

содержит коэффициенты при переменных, с которыми они входили в целевую функцию

значения, на которые возможно изменить значения либо целевых коэффициентов, либо правых частей ограничений и тем самым получить пределы изменения соответствующих величин.

# Нормированная стоимость

Касается неизвестных плана.

Это неудачный перевод с оригинала *reduced cost*, которую можно было перевести, как «*цена, которая уменьшает (целевую функцию)*».

**Это показатель, как изменится оптимальное значение ЦФ при выпуске продукции, которой нету в оптимальном плане.**

*Например*, если нормированная стоимость товара А была бы -3, то принудительный выпуск 2 единиц товара А, которых нету в оптимальном плане привел к уменьшению Дохода на  $2 \cdot 3 = 6$  ед.

# Теневая цена

Касается ограничений, то есть, определенное значение указывает на «ценность» ограниченного ресурса в сравнении с другими ресурсами.

Этот показатель указывает как изменится доход при изменении запасов ресурсов на 1 единицу.

*Например*, пусть теневая цена ресурса 0,61, тогда если увеличить запас ресурса  $Z$  на 10 единиц, то доход увеличится на  $10 \cdot 0,61 = 6,1$  ед.

# Пример построения линейных моделей

---

**Задача 1.** На Вашем садовом участке есть возможность засеять  $400\text{м}^2$  морковью и свеклой для продажи.

Опыт прошлых лет показывает, что урожайность моркови составляет  $4\text{кг}/\text{м}^2$ , а свеклы –  $5\text{кг}/\text{м}^2$ .

Для реализации своей продукции Вы решаете нанять продавца, который согласен принять от Вас не менее  $80\text{кг}$  продукции.

Как распределить имеющуюся площадь под эти культуры, чтобы обеспечить себе максимально возможный доход, если цена моркови –  $6\text{руб.}$ , а свеклы –  $5.5\text{руб.}$ ?

# Пример построения линейных моделей

---

**Задача 1.** На Вашем садовом участке есть возможность засеять  $400\text{м}^2$  морковью и свеклой для продажи.

Опыт прошлых лет показывает, что урожайность моркови составляет  $4\text{кг}/\text{м}^2$ , а свеклы –  $5\text{кг}/\text{м}^2$ .

Для реализации своей продукции Вы решаете нанять продавца, который согласен принять от Вас не менее  $80\text{кг}$  продукции.

Как распределить имеющуюся площадь под эти культуры, чтобы обеспечить себе максимально возможный доход, если цена моркови –  $6\text{руб.}$ , а свеклы –  $5.5\text{руб.}$ ?

# Пример построения линейных моделей

---

**Задача 1.** На Вашем садовом участке есть возможность засеять  $400\text{м}^2$  морковью и свеклой для продажи.

Опыт прошлых лет показывает, что урожайность моркови составляет  $4\text{кг}/\text{м}^2$ , а свеклы –  $5\text{кг}/\text{м}^2$ .

Для реализации своей продукции Вы решаете нанять продавца, который согласен принять от Вас не менее  $1000\text{кг}$  продукции.

Как распределить имеющуюся площадь под эти культуры, чтобы обеспечить себе максимально возможный доход, если цена моркови –  $6\text{руб.}$ , а свеклы –  $5.5\text{руб.}$ ?

# Пример построения линейных моделей

---

**Задача 1.** На Вашем садовом участке есть возможность засеять  $400\text{м}^2$  морковью и свеклой для продажи.

Опыт прошлых лет показывает, что урожайность моркови составляет  $4\text{кг}/\text{м}^2$ , а свеклы –  $5\text{кг}/\text{м}^2$ .

Для реализации своей продукции Вы решаете нанять продавца, который согласен принять от Вас не менее  $1000\text{кг}$  продукции.

Как распределить имеющуюся площадь под эти культуры, чтобы обеспечить себе максимально возможный доход, если цена моркови –  $27\text{руб.}$ , а свеклы –  $23.5\text{руб.}$ ?

# Построение модели

---

Пусть  $X_1$  – площадь под морковью, а  $X_2$  – под свеклой.

# Построение модели

---

Пусть  $X_1$  – площадь под морковью, а  $X_2$  – под свеклой.

$$X_1 + X_2 \leq 400$$

Эта запись выражает соотношение засеянной и имеющейся площадей.

# Построение модели

---

Пусть  $X_1$  – площадь под морковью, а  $X_2$  – под свеклой.

$$X_1 + X_2 \leq 400$$

Эта запись выражает соотношение засеянной и имеющейся площадей.

Величина возможного урожая:  $4X_1 + 5X_2$ ,

Требование продавца можно записать как  $4X_1 + 5X_2 \geq 1000$ .

# Построение модели

Пусть  $X_1$  – площадь под морковью, а  $X_2$  – под свеклой.

$$X_1 + X_2 \leq 400$$

Эта запись выражает соотношение засеянной и имеющейся площадей.

Величина возможного урожая:  $4X_1 + 5X_2$ ,

Требование продавца можно записать как  $4X_1 + 5X_2 \geq 1000$ .

Величина дохода может быть определена как  $27 * 4X_1 + 23.5 * 5X_2$ .

# Модель задачи

---

Найти  $Z=27*4X_1+23.5*5X_2 \rightarrow \max$ ,

при ограничениях

$$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0,$$

$$X_1 + X_2 \leq 400,$$

$$4X_1 + 5X_2 \geq 1000.$$

# Ввод данных

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		Морковь	Свекла						
2	Значение								
3	ЦФ	108	117,5	=СУММПРОИЗВ(\$B\$2:\$C\$2;B3:C3)					
4		Ограничения							
5	По площади	1	1	≤		400			
6	По плану	4	5	≥		1000			
7									

**Аргументы функции**

СУММПРОИЗВ

Массив1: \$B\$2:\$C\$2 = {0;0}

Массив2: B3:C3 = {108;117,5}

Массив3: = массив

= 0

Возвращает сумму произведений диапазонов или массивов.

**Массив2:** массив1;массив2;... от 2 до 255 массивов, соответствующие компоненты которых нужно сначала перемножить, а затем сложить полученные произведения. Все массивы должны иметь одинаковую

Значение: 0

[Справка по этой функции](#)

OK Отмена

# Ввод данных

	A	B	C	D	E	F
1		Морковь	Свекла			
2	Значение					
3	ЦФ	108	117,5		0 max	
4		Ограничения				
5	По площади	1	1		0 ≤	400
6	По плану	4	5		0 ≥	1000

	A	B	C	D	E	F
1		Морковь	Свекла			
2	Значение					
3	ЦФ	=27*4	=5*23,5	=СУММПРОИЗВ(\$B\$2:\$C\$2;B3:C3)	max	
4		Ограничения				
5	По площади	1	1	=СУММПРОИЗВ(\$B\$2:\$C\$2;B5:C5)	≤	400
6	По плану	4	5	=СУММПРОИЗВ(\$B\$2:\$C\$2;B6:C6)	≥	1000

# Поиск решения

---

	A	B	C	D	E	F	G
1		<b>морковь</b>	<b>свекла</b>				
2	значения						
3	<b>цель</b>	24	27,5	0	max		
4		<b>ограничения</b>					
5	по площ	1	1	0	<=	20	
6	по пла	4	5	0	>=	80	
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							
16							
17							
18							
19							
20							

**Добавление ограничения** ✖

Ссылка на ячейку:   Ограничение:

<=

	A	B	C	D	E	F	G
1		Морковь	Свекла				
2	Значение						
3	ЦФ	108	117,5	0 max			
4		Ограничения					
5	По площади	1	1	$0 \leq$		400	
6	По плану	4	5	$0 \geq$		1000	

**Поиск решения**

Установить целевую ячейку:

Равной:  максимальному значению  значению:

минимальному значению

Изменяя ячейки:

Ограничения:

**Параметры поиска решения**

Максимальное время:  секунд

Предельное число итераций:

Относительная погрешность:

Допустимое отклонение:  %

Сходимость:

Линейная модель  Автоматическое масштабирование

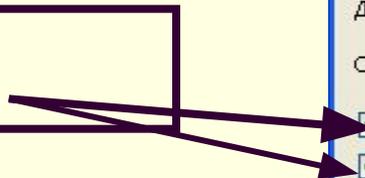
Неотрицательные значения  Показывать результаты итераций

Оценки:  линейная  квадратичная

Разности:  прямые  центральные

Метод поиска:  Ньютона  сопряженных градиентов

**обязательно**



# Результат вычислений

	A	B	C	D	E	F	G
1		Морковь	Свекла				
2	Значение	0	400				
3	ЦФ	108	117,5	47000	max		
4		Ограничения					
5	По площади	1	1	400 ≤		400	
6	По плану	4	5	2000 ≥		1000	
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							

**Результаты поиска решения**

Решение найдено. Все ограничения и условия оптимальности выполнены.

Тип отчета  
Результаты  
Устойчивость  
Пределы

Сохранить найденное решение  
 Восстановить исходные значения

OK Отмена Сохранить сценарий... Справка

# Отчет по устойчивости

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Microsoft Excel 12.0 Отчет по устойчивости							
2	Рабочий лист: [Книга1]Лист1							
3	Отчет создан: 05.10.2015 9:34:04							
4								
5								
6	Изменяемые ячейки							
7			Результ.	Нормир.	Целевой	Допустимое	Допустимое	
8	Ячейка	Имя	значение	стоимость	Коэффициент	Увеличение	Уменьшение	
9	\$B\$2	Значение Морковь	0	-9,5	108	9,5	1E+30	
10	\$C\$2	Значение Свекла	400	0	117,5	1E+30	9,5	
11								
12	Ограничения							
13			Результ.	Теневая	Ограничение	Допустимое	Допустимое	
14	Ячейка	Имя	значение	Цена	Правая часть	Увеличение	Уменьшение	
15	\$D\$5	По площади	400	117,5	400	1E+30	200	
16	\$D\$6	По плану	2000	0	1000	1000	1E+30	

30  
31

« ‹ › » \ Отчет по устойчивости 1 / Лист1 / Лист2 / Лист3 /

Действия | Автофигуры |

## Задача 2

Предположим, Вы решаете заняться бизнесом и шить для продажи наволочки и простыни.

Пусть Вы сумели приобрести 800 м ткани, 10 катушек ниток по 200 м каждая и взяли в пункте проката швейную машинку сроком на 4 дня.

На изготовление простыни необходимо 2 м ткани, 10 м ниток и 0,5 часа работы швейной машины. Для изготовления одной наволочки соответствующие показатели равны: 1,7 м, 9 м и  $\frac{2}{3}$  часа.

Вы заключаете договор с магазином на реализацию не менее 50 своих изделий, но при соотношении количества наволочек и простыней как 2:1.

Сколько Вам надо изготовить простыней и наволочек, чтобы уложиться в отведенные ресурсы и при этом иметь максимальную прибыль, если за каждую наволочку от магазина Вы получите 36 рублей, а за каждую простынь 44 рубля и при условии, что Ваш рабочий день составит 8 часов?

## Задача 2

Предположим, Вы решаете заняться бизнесом и шить для продажи наволочки и простыни.

Пусть Вы сумели приобрести 800 м ткани, 10 катушек ниток по 200 м каждая и взяли в пункте проката швейную машинку сроком на 4 дня.

На изготовление простыни необходимо 2 м ткани, 10 м ниток и 0,5 часа работы швейной машины. Для изготовления одной наволочки соответствующие показатели равны: 1,7 м, 9 м и  $\frac{2}{3}$  часа.

Вы заключаете договор с магазином на реализацию не менее 50 своих изделий, но при соотношении количества наволочек и простыней как 2:1.

Сколько Вам надо изготовить простыней и наволочек, чтобы уложиться в отведенные ресурсы и при этом иметь максимальную прибыль, если за каждую наволочку от магазина Вы получите 36 рублей, а за каждую простынь 44 рубля и при условии, что Ваш рабочий день составит 8 часов?

## Задача 2

Предположим, Вы решаете заняться бизнесом и шить для продажи наволочки и простыни.

Пусть Вы сумели приобрести 800 м ткани, 10 катушек ниток по 200 м каждая и взяли в пункте проката швейную машинку сроком на 4 дня.

На изготовление простыни необходимо 2 м ткани, 10 м ниток и 0,5 часа работы швейной машины. Для изготовления одной наволочки соответствующие показатели равны: 1,7 м, 9 м и  $\frac{2}{3}$  часа.

Вы заключаете договор с магазином на реализацию не менее 50 своих изделий, но при соотношении количества наволочек и простыней как 2:1.

Сколько Вам надо изготовить простыней и наволочек, чтобы уложиться в отведенные ресурсы и при этом иметь максимальную прибыль, если за каждую наволочку от магазина Вы получите 36 рублей, а за каждую простынь 44 рубля и при условии, что Ваш рабочий день составит 8 часов?

## Задача 2

Предположим, Вы решаете заняться бизнесом и шить для продажи наволочки и простыни.

Пусть Вы сумели приобрести 800 м ткани, 10 катушек ниток по 200 м каждая и взяли в пункте проката швейную машинку сроком на 4 дня.

На изготовление простыни необходимо 2 м ткани, 10 м ниток и 0,5 часа работы швейной машины. Для изготовления одной наволочки соответствующие показатели равны: 1,7 м, 9 м и  $\frac{2}{3}$  часа.

Вы заключаете договор с магазином на реализацию не менее 50 своих изделий, но при соотношении количества наволочек и простыней как 2:1.

Сколько Вам надо изготовить простыней и наволочек, чтобы уложиться в отведенные ресурсы и при этом иметь максимальную прибыль, если за каждую наволочку от магазина Вы получите 36 рублей, а за каждую простынь 44 рубля и при условии, что Ваш рабочий день составит 8 часов?

## Задача 2

Предположим, Вы решаете заняться бизнесом и шить для продажи наволочки и простыни.

Пусть Вы сумели приобрести 800 м ткани, 10 катушек ниток по 200 м каждая и взяли в пункте проката швейную машинку сроком на 4 дня.

На изготовление простыни необходимо 2 м ткани, 10 м ниток и 0,5 часа работы швейной машины. Для изготовления одной наволочки соответствующие показатели равны: 1,7 м, 9 м и  $\frac{2}{3}$  часа.

Вы заключаете договор с магазином на реализацию не менее 50 своих изделий, но при соотношении количества наволочек и простыней как 2:1.

Сколько Вам надо изготовить простыней и наволочек, чтобы уложиться в отведенные ресурсы и при этом иметь максимальную прибыль, если за каждую наволочку от магазина Вы получите 36 рублей, а за каждую простынь 44 рубля и при условии, что Ваш рабочий день составит 8 часов?

# Построение модели

---

Пусть Вы изготовите **X1** наволочек и **X2** простыней. Условие заключения договора с магазином можно записать в виде

# Построение модели

---

Пусть Вы изготовите  $X_1$  наволочек и  $X_2$  простыней. Условие заключения договора с магазином можно записать в виде

$X_1 + X_2 \geq 50$  и  $X_1:X_2=2:1$ . Последняя запись не является линейной, но путем не сложных математических преобразований она легко превращается в линейную:  $1 \cdot X_1 = 2 \cdot X_2$  или  $X_1 - 2X_2 = 0$ .

# Построение модели

Пусть Вы изготовите  $X_1$  наволочек и  $X_2$  простыней. Условие заключения договора с магазином можно записать в виде

$X_1 + X_2 \geq 50$  и  $X_1:X_2=2:1$ . Последняя запись не является линейной, но путем не сложных математических преобразований она легко превращается в линейную:  $1 \cdot X_1 = 2 \cdot X_2$  или  $X_1 - 2X_2 = 0$ .

Определим общий расход ткани и соотнесем его с имеющимся запасом  $1,7X_1 + 2X_2 \leq 800$ .

# Построение модели

Пусть Вы изготовите  $X_1$  наволочек и  $X_2$  простыней. Условие заключения договора с магазином можно записать в виде

$X_1 + X_2 \geq 50$  и  $X_1:X_2=2:1$ . Последняя запись не является линейной, но путем не сложных математических преобразований она легко превращается в линейную:  $1 \cdot X_1 = 2 \cdot X_2$  или  $X_1 - 2X_2 = 0$ .

Определим общий расход ткани и соотнесем его с имеющимся запасом  $1,7X_1 + 2X_2 \leq 800$ .

Аналогично по расходу ниток будет иметь место условие  $9X_1 + 10X_2 \leq 200 \cdot 10$ .

# Построение модели

Пусть Вы изготовите  $X_1$  наволочек и  $X_2$  простыней. Условие заключения договора с магазином можно записать в виде

$X_1 + X_2 \geq 50$  и  $X_1:X_2=2:1$ . Последняя запись не является линейной, но путем не сложных математических преобразований она легко превращается в линейную:  $1 \cdot X_1 = 2 \cdot X_2$  или  $X_1 - 2X_2 = 0$ .

Определим общий расход ткани и соотнесем его с имеющимся запасом  $1,7X_1 + 2X_2 \leq 800$ .

Аналогично по расходу ниток будет иметь место условие  $9X_1 + 10X_2 \leq 200 \cdot 10$ .

Поскольку рабочий день равен 8 часам, то ресурс швейной машины равен  $8 \cdot 4 = 32$  часам. Расход времени работы этой машины составит

$\frac{2}{3}X_1 + 0,5X_2$ . Следовательно, имеем еще одно условие  $\frac{2}{3}X_1 + 0,5X_2 \leq 4 \cdot 8$ .

# Построение модели

Пусть Вы изготовите  $X_1$  наволочек и  $X_2$  простыней. Условие заключения договора с магазином можно записать в виде

$X_1 + X_2 \geq 50$  и  $X_1:X_2=2:1$ . Последняя запись не является линейной, но путем не сложных математических преобразований она легко превращается в линейную:  $1 \cdot X_1 = 2 \cdot X_2$  или  $X_1 - 2X_2 = 0$ .

Определим общий расход ткани и соотнесем его с имеющимся запасом  $1,7X_1 + 2X_2 \leq 800$ .

Аналогично по расходу ниток будет иметь место условие  $9X_1 + 10X_2 \leq 200 \cdot 10$ .

Поскольку рабочий день равен 8 часам, то ресурс швейной машины равен  $8 \cdot 4 = 32$  часам. Расход времени работы этой машины составит

$\frac{2}{3}X_1 + 0,5X_2$ . Следовательно, имеем еще одно условие  $\frac{2}{3}X_1 + 0,5X_2 \leq 4 \cdot 8$ .

Ожидаемый доход составит  $36X_1 + 44X_2$ .

# Модель рассматриваемой задачи:

---

$$Z = 36X_1 + 44X_2 \rightarrow \max,$$

при соблюдении условий

$$X_1 + X_2 \geq 50,$$

$$X_1 - 2X_2 = 0$$

$$1,7X_1 + 2X_2 \leq 800,$$

$$9X_1 + 10X_2 \leq 200 \cdot 10,$$

$$\frac{2}{3}X_1 + 0.5X_2 \leq 32.$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2		наволочки	простыни					
3	значение							
4								
5	цель	36	44	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$C\$3;B5:C5)				
6				СУММПРОИЗВ(массив1; [массив2]; [массив3]; [массив4]; ...)				
7			ограничения					
8	расход ткани	1,7	4	0 <=		800		
9	расход ниток	9	10	0 <=		2000		
10	расход времени	0,6	0,5	0 <=		32		
11	план по договору	1	1	0 >=		50		
12	требование магазина	1	-2	0 =		0		

	A	B	C	D	E	F
1						
2		наволочки	простыни			
3	значение					
4						
5	цель	36	44	0		
6						
7			ограничения			
8	расход ткани	1,7	4	0 <=		800
9	расход ниток	9	10	0 <=		2000
10	расход времени	0,6	0,5	0 <=		32
11	план по договору	1	1	0 >=		50
12	требование магазина	1	-2	0 =		0
13						
14						
15						
16						
17						
18						
19						
20						

**Добавление ограничения**

Ссылка на ячейку:  Ограничение:  <=

**Поиск решения**

Установить целевую ячейку:

Равной:  максимальному значению  значению:

минимальному значению

Изменяя ячейки:

Ограничения:

	A	B	C	D	E	F
1						
2		наволочки простыни				
3	значение	38	19			
4						
5	цель	36	44	2183,529	max	
6						
7		ограничения				
8	расход ткани	1,7	4	139,2941	<=	800
9	расход ниток	9	10	527,0588	<=	2000
10	расход времени	0,6	0,5	32	<=	32
11	план по договору	1	1	56,47059	>=	50
12	требование магаз	1	-2	0	=	0
13						

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Microsoft Excel 10.0 Отчет по устойчивости							
2	Рабочий лист: [Книга1]Лист1							
3	Отчет создан: 31.05.2006 17:23:29							
4								
5								
6	Изменяемые ячейки							
7			<b>Результ.</b>	<b>Нормир.</b>	<b>Целевой</b>	<b>Допустимое</b>	<b>Допустимое</b>	
8	<b>Ячейка</b>	<b>Имя</b>	<b>значение</b>	<b>стоимость</b>	<b>Коэффициент</b>	<b>Увеличение</b>	<b>Уменьшение</b>	
9	\$B\$3	значение наволочки	37,64705882	0	36	1E+30	58	
10	\$C\$3	значение простыни	18,82352941	0	44	1E+30	116	
11								
12	Ограничения							
13			<b>Результ.</b>	<b>Теневая</b>	<b>Ограничение</b>	<b>Допустимое</b>	<b>Допустимое</b>	
14	<b>Ячейка</b>	<b>Имя</b>	<b>значение</b>	<b>Цена</b>	<b>Правая часть</b>	<b>Увеличение</b>	<b>Уменьшение</b>	
15	\$D\$8	расход ткани	139,2941176	0	800	1E+30	660,7058824	
16	\$D\$9	расход ниток	527,0588235	0	2000	1E+30	1472,941176	
17	\$D\$10	расход времени	32	68,23529412	32	89,42857143	3,666666667	
18	\$D\$11	план по договору	56,47058824	0	50	6,470588235	1E+30	
19	\$D\$12	требование магазина	0	-4,941176471	0	53,33333333	128	
20								
21								

**Анализ:** каждый дополнительный час работы принесет прибыль 68 рублей. Условие магазина о соотношении количества простыней и наволочек невыгодно, каждый раз при выполнении этого условия мы теряем почти 5 рублей.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Microsoft Excel 10.0 Отчет по устойчивости							
2	Рабочий лист: [Книга1]Лист1							
3	Отчет создан: 31.05.2006 17:23:29							
4								
5								
6	Изменяемые ячейки							
7			Результ.	Нормир.	Целевой	Допустимое	Допустимое	
8	Ячейка	Имя	значение	стоимость	Коэффициент	Увеличение	Уменьшение	
9	\$B\$3	значение наволочки	37,64705882	0	36	1E+30	58	
10	\$C\$3	значение простыни	18,82352941	0	44	1E+30	116	
11								
12	Ограничения							
13			Результ.	Теневая	Ограничение	Допустимое	Допустимое	
14	Ячейка	Имя	значение	Цена	Правая часть	Увеличение	Уменьшение	
15	\$D\$8	расход ткани	139,2941176	0	800	1E+30	660,7058824	
16	\$D\$9	расход ниток	527,0588235	0	2000	1E+30	1472,941176	
17	\$D\$10	расход времени	32	68,23529412	32	89,42857143	3,666666667	
18	\$D\$11	план по договору	56,47058824	0	50	6,470588235	1E+30	
19	\$D\$12	требование магазина	0	-4,941176471	0	53,33333333	128	
20								
21								

**Анализ:** каждый дополнительный час работы принесет прибыль 68 рублей.

Условие магазина о соотношении количества простыней и наволочек невыгодно, каждый раз при выполнении этого условия мы теряем почти 5 рублей.

**Вывод:** для увеличения дохода необходимо увеличить время работы (например нанять еще одного работника и платить ему за каждый час не больше 68 рублей) и отказаться от требования магазина о соотношении 2:1

# Задача 3

Линейная бригада электриков обслуживает воздушные линии (ВЛ) 10 и 35 кВ.

За обслуживание одного километра ВЛ 10 кВ она получает 270 руб.; при этом расходует 0,5 ч на профилактику и 0,6 ч на устранение неисправностей. Аналогичные показатели при обслуживании одного километра ВЛ 35 кВ составляют: 320 руб.; 0,8 и 1,2 ч.

Частота возникновения неисправностей в месяц на одном километре ВЛ составляет 0,01 для ВЛ 10 кВ и 0,007 для ВЛ 35 кВ. В 10 % всех возникающих неисправностей требуется замена провода (0,2 км на каждую неисправность), запас которого составляет 10 км.

Какова должна быть максимальная протяженность каждой ВЛ, обслуживаемой бригадой в течение месяца ( $8 \cdot 24 = 192$  часа), чтобы доход бригады был максимальным?

# Задача 3

Линейная бригада электриков обслуживает воздушные линии (ВЛ) 10 и 35 кВ.

За обслуживание одного километра ВЛ 10 кВ она получает 270 руб.; при этом расходует 0,5 ч на профилактику и 0,6 ч на устранение неисправностей. Аналогичные показатели при обслуживании одного километра ВЛ 35 кВ составляют: 320 руб.; 0,8 и 1,2 ч.

Частота возникновения неисправностей в месяц на одном километре ВЛ составляет 0,01 для ВЛ 10 кВ и 0,007 для ВЛ 35 кВ. В 10 % всех возникающих неисправностей требуется замена провода (0,2 км на каждую неисправность), запас которого составляет 10 км.

Какова должна быть максимальная протяженность каждой ВЛ, обслуживаемой бригадой в течение месяца ( $8 \cdot 24 = 192$  часа), чтобы доход бригады был максимальным?

# Задача 3

Линейная бригада электриков обслуживает воздушные линии (ВЛ) 10 и 35 кВ.

За обслуживание одного километра ВЛ 10 кВ она получает 270 руб.; при этом расходует 0,5 ч на профилактику и 0,6 ч на устранение неисправностей. Аналогичные показатели при обслуживании одного километра ВЛ 35 кВ составляют: 320 руб.; 0,8 и 1,2 ч.

Частота возникновения неисправностей в месяц на одном километре ВЛ составляет 0,01 для ВЛ 10 кВ и 0,007 для ВЛ 35 кВ. В 10 % всех возникающих неисправностей требуется замена провода (0,2 км на каждую неисправность), запас которого составляет 10 км.

Какова должна быть максимальная протяженность каждой ВЛ, обслуживаемой бригадой в течение месяца ( $8 \cdot 24 = 192$  часа), чтобы доход бригады был максимальным?

# Задача 3

Линейная бригада электриков обслуживает воздушные линии (ВЛ) 10 и 35 кВ.

За обслуживание одного километра ВЛ 10 кВ она получает 270 руб.; при этом расходует 0,5 ч на профилактику и 0,6 ч на устранение неисправностей. Аналогичные показатели при обслуживании одного километра ВЛ 35 кВ составляют: 320 руб.; 0,8 и 1,2 ч.

Частота возникновения неисправностей в месяц на одном километре ВЛ составляет 0,01 для ВЛ 10 кВ и 0,007 для ВЛ 35 кВ. В 10 % всех возникающих неисправностей требуется замена провода (0,2 км на каждую неисправность), запас которого составляет 10 км.

Какова должна быть максимальная протяженность каждой ВЛ, обслуживаемой бригадой в течение месяца ( $8 \cdot 24 = 192$  часа), чтобы доход бригады был **максимальным**?

# Построение модели

Пусть **X1** – протяженность линии ВЛ 10 кВ и  
**X2** – протяженность линии ВЛ 35 кВ

Величина  $0,01 * X1$  выражает количество неисправностей на всей линии 10 кВ.

Величина  $0,007 * X2$  есть количество неисправностей на линии 35 кВ.

Время, затрачиваемое на устранение неисправностей на одной и другой линиях, то получим:

$$0,6 * 0,01X1 + 1,2 * 0,007X2.$$

# Построение модели (2)

Время на профилактические осмотры  
 $0,5 * X1 + 0,8 * X2.$

Суммарное время, затрачиваемое бригадой на обслуживание обеих ВЛ:

$$(0,6 * 0,01 * X1 + 1,2 * 0,007 * X2) + (0,5 * X1 + 0,8 * X2) = \\ 0,506 * X1 + 0,8084 * X2.$$

Очевидно, что затраченное время не должно превышать отпущенного,

$$0,506 * X1 + 0,8084 * X2 \leq 192.$$

## Построение модели (3)

---

Рассмотрим теперь расход проволоки.

$$0,1*(0,01X1 + 0,007X2)*0,2 = 0,00002X1+0,000014X2.$$

Соотнеся этот расход с имеющимся запасом провода,  
получим:

$$**0,00002X1 + 0,000014X2 \leq 10**$$

# Построение модели (4)

---

Итак, окончательно имеем две взаимосвязи, образующие систему ограничений.

$$\begin{aligned}0,506X_1 + 0,8084X_2 &\leq 192, \\ 0,00002X_1 + 0,000014X_2 &\leq 10.\end{aligned}$$

## Построение модели (4)

Итак, окончательно имеем две взаимосвязи, образующие систему ограничений.

$$0,506X_1 + 0,8084X_2 \leq 192,$$

$$0,00002X_1 + 0,000014X_2 \leq 10.$$

Переходим к построению **целевой** функции.

Доход бригады, который она будет иметь за обслуживание ВЛ:

$$270X_1 + 320X_2 \text{ руб.}$$

Отсюда целевая функция

$$Z = 270X_1 + 320X_2 \rightarrow \max.$$

# Модель задачи

$X_1 \geq 0$  и  $X_2 \geq 0$  – условия не отрицательности неизвестных, которые вытекают из смысла принятых обозначений.

$$0,506X_1 + 0,8084X_2 \leq 432$$

$0,00002X_1 + 0,000014X_2 \leq 10$  – система линейных ограничений, выражающая связи между неизвестными величинами, расходом ресурсов и их запасами.

$Z = 270X_1 + 320X_2 \rightarrow \max$  – линейная целевая функция, устанавливающая цель – получение максимального дохода за обслуживание ВЛ (воздушных линий)

	A	B	C	D	E	F
1		протяженность линии 10 кВ	протяженность линии 35кВ			
2	значение					
3	<b>цель</b>	270	320	0	max	
4		<b>ограничения</b>				
5	по времени	0,506	0,8084	0	<=	192
6	по запасу провода	0,00002	0,00001	0	<=	10
7						

B2     $\text{=СУММПРОИЗВ}(\text{\$B\$2:\text{\$C\$2};\text{B3:C3})$

	A	B	C	D	E	F
1		протяженность линии 10 кВ	протяженность линии 35кВ			
2	значение					
3	<b>цель</b>	270	320	0	max	
4		<b>ограничения</b>				
5	по времени	0,506	0,8084	0	<=	192
6	по запасу провода	0,00002	0,00001	0	<=	10
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
17						
18						
19						
20						
21						
22						
23						
24						
25						

**Поиск решения** ✖

Установить целевую ячейку:  Выполнить

Равной:  максимальному значению  значению:  Закрыть

минимальному значению

Изменяя ячейки:  Предположить

Ограничения: Добавить

Изменить

Удалить

Параметры

Восстановить

Справка

	A	B	C	D	E	F
1		протяженность линии 10 кВ	протяженность линии 35кВ			
2	значение	379,4466403	0			
3	<b>цель</b>	320	270	121422,9	max	
4		<b>ограничения</b>				
5	по времени	0,506	0,8084	192	<=	192
6	по запасу провода	0,0002	0,00014	0,075889	<=	10
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
17						
18						

**Результаты поиска решения**

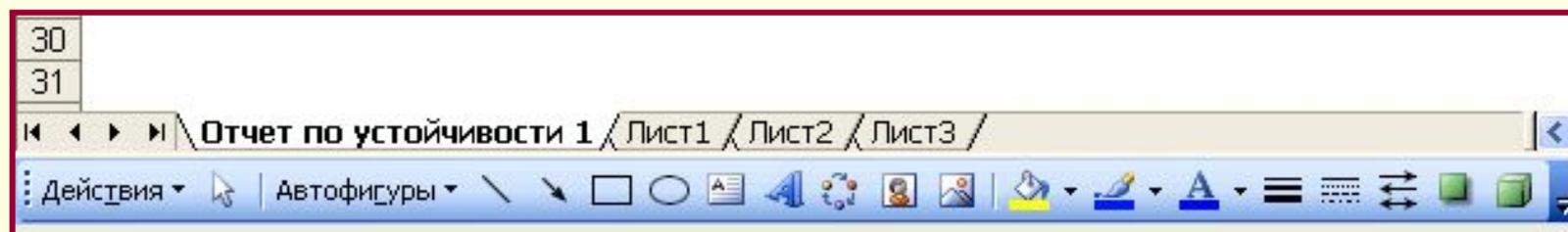
Решение найдено. Все ограничения и условия оптимальности выполнены.

Сохранить найденное решение  
 Восстановить исходные значения

Тип отчета

- Результаты
- Устойчивость**
- Пределы

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Microsoft Excel 11.0 Отчет по устойчивости								
2	Рабочий лист: [Книга2]Лист2								
3	Отчет создан: 23.05.2008 20:40:30								
4									
5									
6	Изменяемые ячейки								
7									
8	<b>Ячейка</b>	<b>Имя</b>	<b>Результ. значение</b>	<b>Нормир. стоимость</b>	<b>Целевой Коэффициент</b>	<b>Допустимое Увеличение</b>	<b>Допустимое Уменьшение</b>		
9	\$B\$2	значение протяженности линии 10 кВ	379,4466403	0	320	1E+30	150,9995052		
10	\$C\$2	значение протяженности линии 35кВ	0	-241,2411067	270	241,2411067	1E+30		
11									
12	Ограничения								
13									
14	<b>Ячейка</b>	<b>Имя</b>	<b>Результ. значение</b>	<b>Теневая Цена</b>	<b>Ограничение Правая часть</b>	<b>Допустимое Увеличение</b>	<b>Допустимое Уменьшение</b>		
15	\$D\$5	по времени	192	632,4110672	192	25108	192		
16	\$D\$6	по запасу провода	0,075889328	0	10	1E+30	9,924110672		
17									
18									



	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Microsoft Excel 11.0 Отчет по устойчивости								
2	Рабочий лист: [Книга2]Лист2								
3	Отчет создан: 23.05.2008 20:40:30								
4									
5									
6	Изменяемые ячейки								
7			<b>Результ.</b>	<b>Нормир.</b>	<b>Целевой</b>	<b>Допустимое</b>	<b>Допустимое</b>		
8	<b>Ячейка</b>	<b>Имя</b>	<b>значение</b>	<b>стоимость</b>	<b>Козффициент</b>	<b>Увеличение</b>	<b>Уменьшение</b>		
9	\$B\$2	значение протяженности линии 10 кВ	379,4466403	0	320	1E+30	150,9995052		
10	\$C\$2	значение протяженности линии 35кВ	0	-241,2411067	270	241,2411067	1E+30		
11									
12	Ограничения								
13			<b>Результ.</b>	<b>Теневая</b>	<b>Ограничение</b>	<b>Допустимое</b>	<b>Допустимое</b>		
14	<b>Ячейка</b>	<b>Имя</b>	<b>значение</b>	<b>Цена</b>	<b>Правая часть</b>	<b>Увеличение</b>	<b>Уменьшение</b>		
15	\$D\$5	по времени	192	632,4110672	192	25108	192		
16	\$D\$6	по запасу провода	0,075889328	0	10	1E+30	9,924110672		
17									
18									

