Сам себе эксперт

Контрольно-оценочный урок по теме «Решение систем уравнений с двумя переменными» в 11-3 классе

МОУ лицей № 18 г. Калининграда

Учитель высшей категории Ирина Геннадьевна Рубцова

22.04.2010 г.

Теоретическая разминка

1. **Закончите формулировки утверждений**:

А) **решить** систему уравнений – значит найти …..

- все ее решения или установить, что их нет.

Б) если две системы уравнений имеют одни и те же решения или обе системы не имеют решений, то они называются .....

- равносильными

В) если в процессе решения системы использовались **неравносильные** преобразования, то …..

решения требуют проверки подстановкой в исходную систему

Выберите верный ответ:

2. Некорректным с точки зрения равносильности является метод решения системы методом:

А) подстановки;

Б) умножения уравнений системы;

В) алгебраического сложения;

Г) введения новых переменных.

3. Проверка найденных решений не нужна, если был использован метод:

А) возведения в квадрат обеих частей уравнения;

Б) графический;

В) подстановки;

Г) умножения уравнений системы

Изучите пример решения задачи 1 :

Задача 1.
Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2\sin^2 x - 7\sin x + 3 = 0, \\ 6\sin x + 5y = 13. \end{cases}$$

Решение

$$\begin{cases} 2\sin^2 x - 7\sin x + 3 = 0, \\ 6\sin x + 5y = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} \sin x = 3 \\ \sin x = 0{,}5 \end{array} \right. \\ 6\sin x + 5y = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0{,}5 \\ 6\sin x + 5y = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = (-1)^n \dfrac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ 3 + 5y = 13 \end{cases}$$

Ответ:

$$\begin{cases} x = (-1)^n \dfrac{\pi}{6} + \pi n, \; n \in \mathbb{Z} \\ y = 2 \end{cases}$$

Рассмотрите критерии оценивания этого задания:

Критерии оценивания выполнения задания С1	**Баллы**
Обоснованно получен правильный ответ	2
Получен ответ, но решение неверно только из-за того, что не учтены ограничения на знак или величину выражения cosx (sinx)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0

Оцените решение задачи 1.

Пример 1:

1)

$$\begin{cases} 2\sin^2 x - 7\sin x + 3 = 0 & (1) \\ 6\sin x + 5y = 13 & (2) \end{cases}$$

Пусть $\sin x = t$; решим уравнение (1)

$$2t^2 - 7t + 3 = 0$$

$$D = 49 - 24 = 25$$

$$t_{1,2} = \frac{7 \pm 5}{4}$$

$$\left[\begin{array}{l} t = 3 \\ t = \frac{1}{2} \end{array}\right.$$

Итак: $\left[\begin{array}{l} \sin x = 3 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2}$

Вернемся к системе:

$$\begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} \\ 6\sin x + 5y = 13 \end{cases}$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases} 3 + 5y = 13 \\ \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z \end{array}\right. \end{cases}$$

Ответ: $\left\{\left((-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z; 2\right)\right\}$.

Оценка эксперта : 2 балла

Пример 2:

$$\begin{cases} 2\sin^2 x - 7\sin x + 3 = 0 & (1) \\ 6\sin x + 5y = 13 & (2) \end{cases}$$

Пусть $\sin x = t$, $2t^2 - 7t + 3 = 0$

$D = 25$

$\sin x = \frac{1}{2}$

$\cancel{y=2}$ ~~Ответ:~~ $\cancel{y=2,\ \cos x = \frac{1}{2}}$

$6\cos x + 5y = 13$ $\quad \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$3\cancel{6}\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} + 5y = 13$ $\quad 5y = 13 - 3\sqrt{3}$ $\quad y = \frac{13 - 3\sqrt{3}}{5}$

проверим: $\quad 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 7\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 3 = \quad 2 \cdot \frac{3}{4} - 7\frac{\sqrt{3}}{2} + 3 =$

$\cancel{2} = \left(\frac{3}{4} - \frac{7}{4}\right)\sqrt{3} + 3 = -\sqrt{3} + \sqrt{3} = 0$

Ответ: $y = 2$ $\quad x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$

Оценка эксперта: **0 баллов**

Пример 3:

Решим систему: $\begin{cases} 2\sin^2 x - 7\sin x + 3 = 0 & (1) \\ 6\sin x + 5y = 13 & (2) \end{cases}$

Вначале: рассмотрим ~~систему~~ уравнение 1.

Сделаем замену: пусть $t = \sin x$, тогда

$2t^2 - 7\cancel{\sin}t + 3 = 0$

$D = 49 - 24 = 25$

$t_{1,2} = \frac{7 \pm 5}{4}$ $t_1 = 3, t_2 = \frac{1}{2}$

Сделаем обратную замену $\left[\begin{array}{l} \sin x = 3 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{array}\right.$, но $|\sin x| \leq 1 \Rightarrow$

получаем $\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \cancel{(-1)}^n \arcsin \frac{1}{2} +$

$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$, где $n \in \mathbb{Z}$

Решим уравнение 2:

$6 \cdot \frac{1}{2} + 5y = 13$

$5y = 10$

$y = 2$

Оценка эксперта: 1 балл

Оцените решение задачи 2.

Пример 4:

$$\begin{cases} 2\cos^2 y + 11\cos y + 5 = 0 & (1) \\ 5\cos \cancel{x} - 2\cos y + 4 = 0 & (2) \end{cases}$$

Пусть $\cos y = t$. решим уравнение (1):

$$2t^2 + 11t + 5 = 0$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ \times 11 \\ \hline 11 \\ 11 \\ \hline 121 \end{array}$$

$$D = 11^2 - 4\cdot 2\cdot 5 = 121 - 40 = 81$$

$$t_{1,2} = \frac{-11 \pm 9}{4}$$

$t_1 = -\frac{1}{2}$ $t_2 = -5$ значит $\cos y = -\frac{1}{2}$, т.к -5 – не подходит

$\cos 60° = \frac{1}{2}$ $\pi = 180°$

$y = \frac{2\pi}{3}$

$\cancel{5\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) - 2\cos x + 4 = 0}$

$\cos x = -1$ $x = 180°$, т.к

Ответ: $\left(\pi + 2\pi n, \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k\right)$ $n \in Z, k \in Z$

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания C1
2	Обоснованно получен правильный ответ
1	Верно решено первое уравнение, но система решена неверно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше

Пример 5:

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания С1
2	Обоснованно получен правильный ответ
1	Верно решено первое уравнение, но система решена неверно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше

С1.

$$\begin{cases} 2\cos^2 y + 11\cos y + 5 = 0 \\ 5\cos x - 2\cos y + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos y = \dfrac{-11 \pm \sqrt{121 - 4\cdot 2\cdot 5}}{4} \\ 5\cos x - 2\cos y + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} \cos y = -5 \\ \cos y = -\frac{1}{2} \end{array}\right. \\ 5\cos x - 2\cos y + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \text{(т.к. } |\cos y| \le 1 \text{ из определения косинуса)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos y = -\frac{1}{2} \\ 5\cos x - 2\cos y + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos y = -\frac{1}{2} \\ 5\cos x - 2\left(-\frac{1}{2}\right) + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos y = -\frac{1}{2} \\ 5\cos x + 1 + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \cos y = -\frac{1}{2} \\ \cos x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \pm \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi n, n \in Z \\ x = -\pi + 2\pi n, n \in Z. \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} y = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z \\ x = \pi + 2\pi n, n \in Z \end{cases} \Leftrightarrow$$

Ответ: $y = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n;\ x = \pi + 2\pi n,\ n \in Z.$

Оцените решение задачи 3.
Пример 6:

С1. $\begin{cases} 2\sin^2 y + 3\sin y - 2 = 0 \\ \sqrt{x^2 - x} + 4\cos y = 0 \end{cases}$

$\cos y = \sqrt{1 - \sin^2 y}$

$2z^2 + 3z - 2 = 0$; $\{\frac{1}{2}; -2\}$

$\sin y = \frac{1}{2}$; $\cos y = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

$y = \frac{\pi}{2} \pm \frac{\pi}{4} + 2k\pi$

$y = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \Rightarrow \cos y = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sqrt{x^2 - x} = -4\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$

но $x \in R$

$y = \frac{3}{4}\pi + 2k\pi \Rightarrow \cos y = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sqrt{x^2 - x} = 4\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$

$x^2 - x = 12$

$x^2 - x - 12 = 0$

$\left[\begin{array}{l} x = 4 \\ x = -3 \end{array}\right.$

$\boxed{\text{С1} \;\; y = \frac{3}{4}\pi + 2k\pi, k \in Z \quad x \in \{-3; 4\}}$

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания С1
2	Обоснованно получен правильный ответ
1	Верно решено первое уравнение, но система решена неверно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше

Пример 7:

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания С1
2	Обоснованно получен правильный ответ
1	Верно решено первое уравнение, но система решена неверно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше

Решите систему уравнений $\begin{cases} 2\sin^2 y + 3\sin y - 2 = 0 & (1) \\ \sqrt{x^2-x} + 4\cos y = 0 & (2) \end{cases}$

Решение: сделаем замену $t = \sin y$ => решаем (1) ур.

$2t^2+3t-2=0$

$D = 9+16=25$

$t_{1,2} = \frac{-3\pm5}{4}$ $\quad t_1=-2$, $t_2 = 1/2$ $\quad$ вернемся к системе ур (1), =>

$\left[\begin{array}{l} \sin y = -2 \\ \sin y = 1/2 \end{array}\right.$, но $\sin y = -2$ – не подходит, т.к. $|\sin y| < 1$.

=> $\sin y = \frac{1}{2}$ $\quad y = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n,\ n \in \mathbb{Z}$

из 2го уравнение получаем, что $\cos y \le 0$, т.к. $\sqrt{x^2-x} \ge 0$

$\sin^2 y + \cos^2 y = 1$, $\cos^2 y = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$, но $\cos y \le 0$ => $\cos y = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

=> $\sqrt{x^2-x} + 4\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right) = 0$ $\quad \sqrt{x^2-x} = 2\sqrt{3}$

возведем в квадрат: $x^2 - x = 4\cdot3$

решим кв. уравнение $x^2-x-12=0$

$D = 1+24\cdot2 = 49$

$x_{1,2} = \frac{1\pm7}{2}$ $\quad x_1 = 4$, $x_2 = -3$

Сравните свои оценки с оценками эксперта:

Пример 4 → 2 балла

Пример 5 → 1 балл

Пример 6 → 0 баллов

Пример 7 → 1 балл

Выполните проверку и оценку своих работ.

- Постарайтесь оценить свои решения **точно** по критериям.
- Выделите ошибки и недочеты.
- Запишите рядом с заданиями соответствующие оценки, подсчитайте суммарный результат.
- **Не завышайте своих оценок, будьте справедливы и требовательны к себе!**

Домашнее задание

Спасибо за работу!