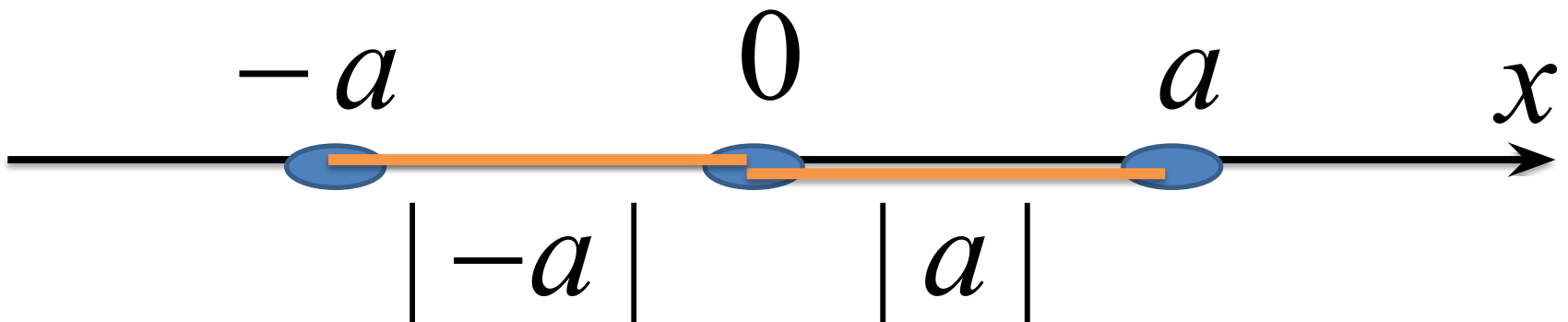


# Решение уравнения с модулем

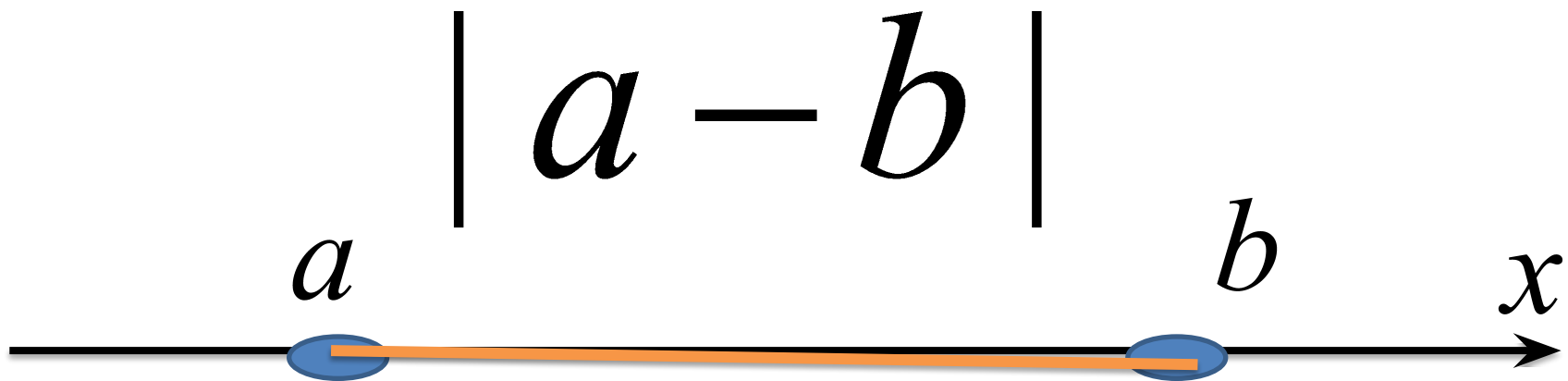
**Родионова Г. М., учитель  
математики МБУ сш №82 г.о.  
Тольятти**

# Определение модуля

$$a = \begin{cases} a, & a \geq 0, \\ -a, & a < 0. \end{cases}$$



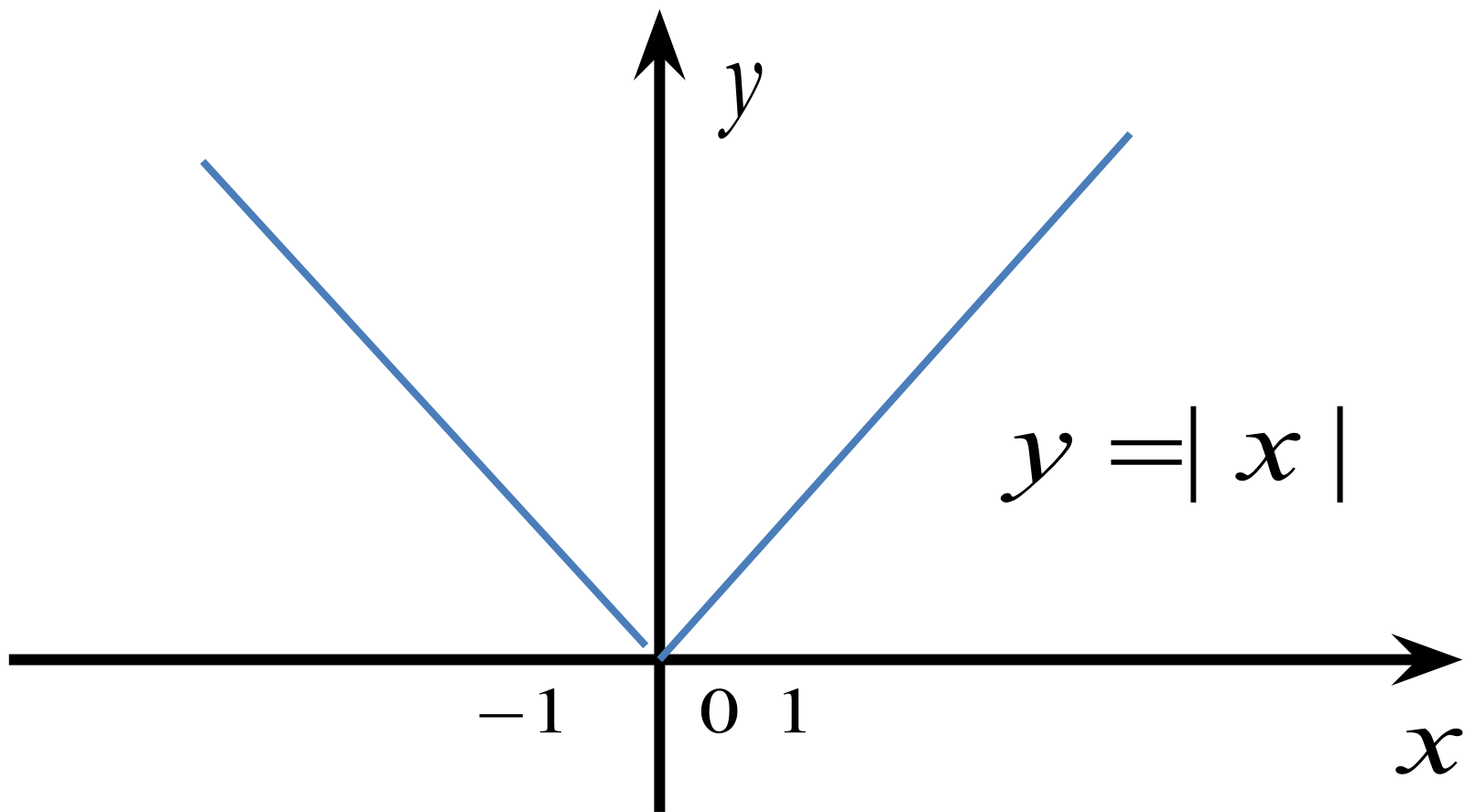
# Определение модуля



# Определение модуля

$$|a - b|$$





**График функции**

$$y = |x|$$

# Решение уравнений с модулем

$$1. |f(x)| = a \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = -a, \\ f(x) = a. \end{cases}$$

$$2. |f(x)| = |g(x)| \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = -g(x), \\ f(x) = g(x). \end{cases}$$

# Решение уравнений с модулем

$$3. |f(x)| = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) < 0, \\ -f(x) = g(x), \\ f(x) \geq 0, \\ f(x) = g(x). \end{cases}$$

$$4. |f(x)| = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0, \\ \begin{cases} f(x) = g(x), \\ f(x) = -g(x). \end{cases} \end{cases}$$

# Уравнение с модулем

Решить уравнение

$$|x + 1| + |x - 3| = 4$$

*I способ.*

Решение:

Найдем нули  
подмодульн  
ых  
выражений

$$x + 1 = 0, x = -1$$

$$x - 3 = 0, x = 3.$$

Для раскрытия двух модулей рассмотрим следующие 4 случая:



$$a) \begin{cases} x+1 < 0 \\ x-3 < 0 \\ -x-1-x+3 = 4; \end{cases} \quad \text{ил}$$

$$б) \begin{cases} x+1 < 0 \\ x-3 \geq 0 \\ -x-1+x-3 = 4; \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x-3 < 0 \\ x+1-x+3 = 4; \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{ил} \\ \text{и} \end{matrix}$$

$$г) \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x-3 \geq 0 \\ x+1+x-3 = 4; \end{cases}$$

$$a) \begin{cases} x < -1 \\ x < 3 \\ x = -1; \end{cases}$$

Решений

нет

$$в) \begin{cases} x \geq -1 \\ x < 3 \\ 0 \cdot x = 0; \end{cases}$$

$$-1 \leq x < 3.$$

$$б) \begin{cases} x < -1 \\ x \geq 3 \\ 0 \cdot x = 8; \end{cases}$$

Решений

нет

$$д) \begin{cases} x \geq -1 \\ x \geq 3 \\ x = 3; \end{cases}$$

$$x = 3.$$

Ответ:  $[-1; 3]$

Решите уравнение

$$|x + 1| + |x - 3| = 4$$

||

**Решение.** Поскольку обе части уравнения неотрицательные, то при возведении их в квадрат получим уравнение равносильное данному.

$$(|x + 1| + |x - 3|)^2 = 4^2,$$

$$(x + 1)^2 + 2|x + 1| \cdot |x - 3| + (x - 3)^2 = 16,$$

$$|x^2 - 2x - 3| = -x^2 + 2x + 3.$$

Из определения модуля следует. Что последнее равенство выполнимо, если  $x^2 - 2x - 3 \leq 0$ ,

т.е. когда  $x \in [-1; 3]$ .

**Ответ: [-1; 3]**

### III способ - графический

Перепишем данное уравнение в следующем виде:

$$|x - 3| = 4 - |x + 1|.$$

Далее изобразим графики функций

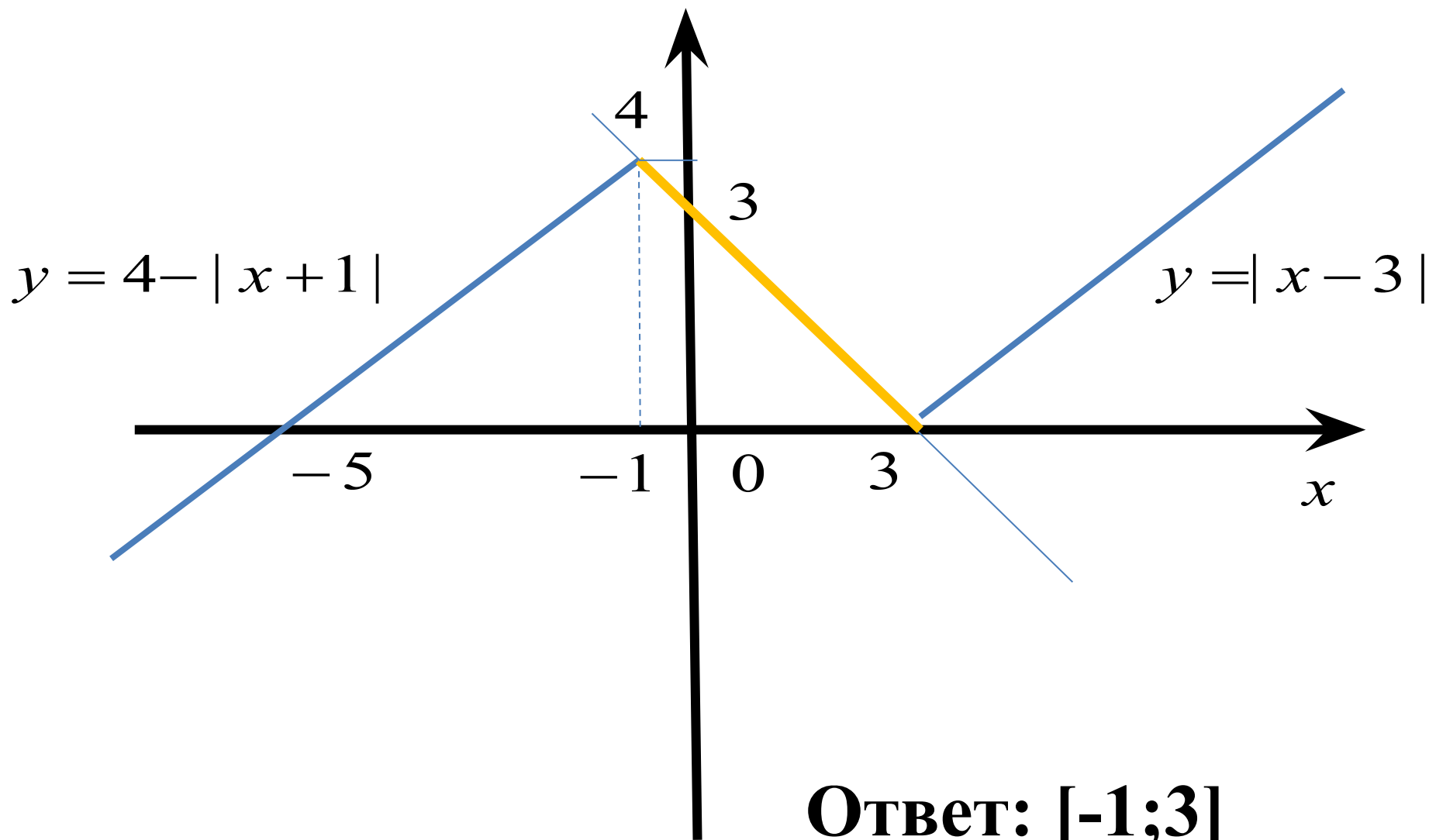
$$y = |x - 3|, y = 4 - |x + 1|$$

И укажем абсциссы их общих точек.

Графики совпадают при  $x \in [-1; 3]$ .

**Ответ:**  $x \in [-1; 3]$ .

III способ -  
графический

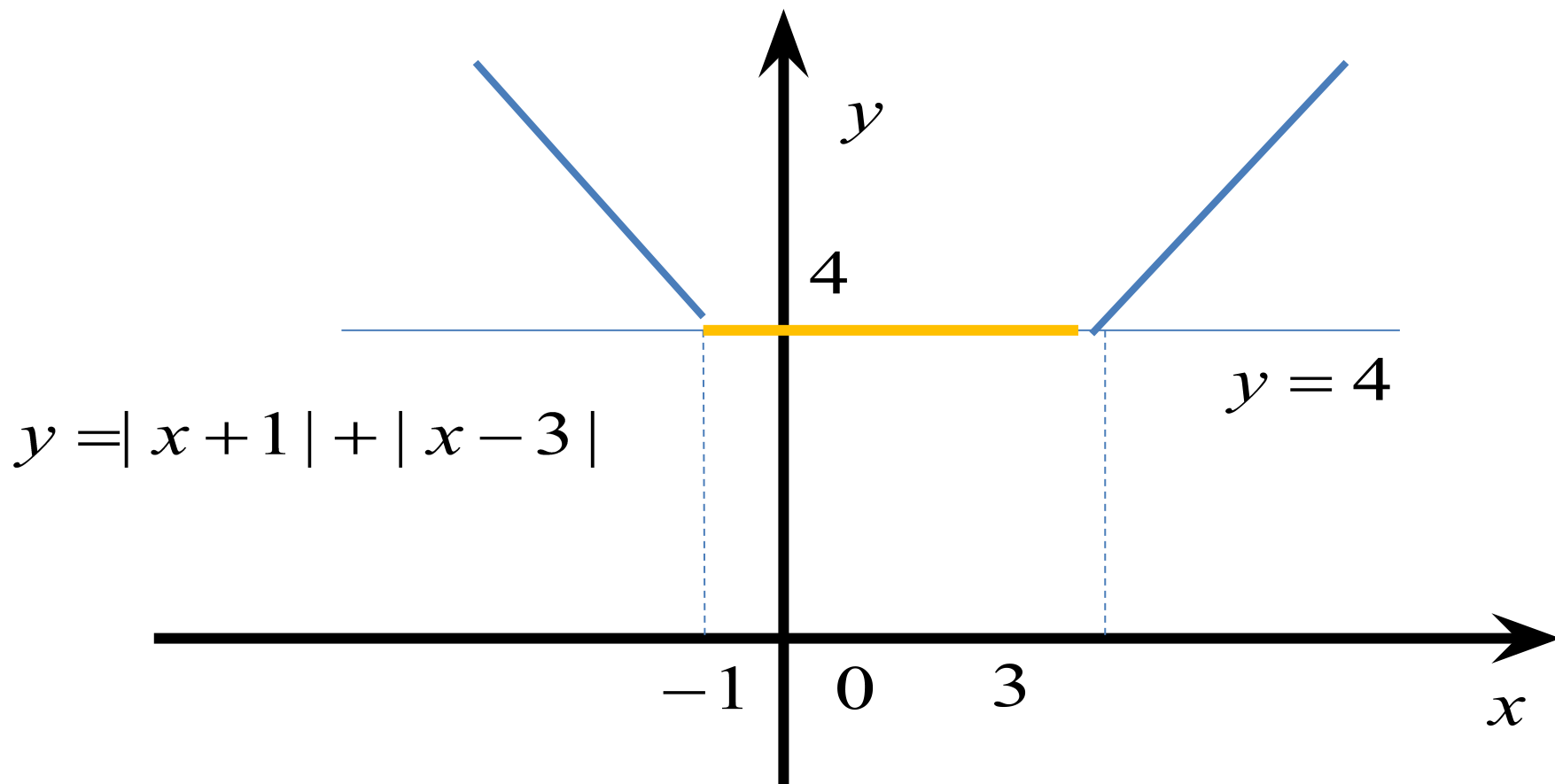


**Ответ: [-1;3]**

## IV способ - графический

Найдем абсциссы общих точек графика функции  $y = |x + 1| + |x - 3|$  и прямой  $y = 4$ .

Для построения первого графика достаточно взять несколько точек с абсциссами  $x < 1$  и  $x > 3$ , после чего последовательно соединить их до получения ломаной.

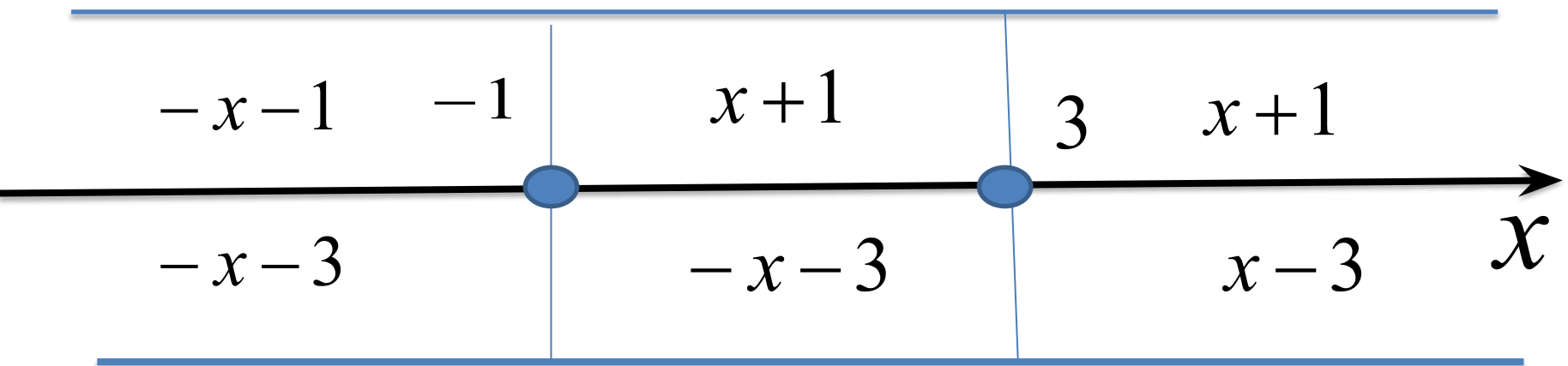


**Ответ: [-1;3]**

**IV способ - графический**

## V способ

Числа  $-1$  и  $3$  разбивают числовую прямую на Три интервала, на каждом из которых подмодульные выражения имеют определенный знак.



Найдем решение уравнения в каждом из полученных промежутков:



$$a) \begin{cases} x \in (-\infty; -1) \\ -x - 1 - x + 3 = 4; \end{cases}$$

**ИЛ  
И**

$$б) \begin{cases} x \in [-1; 3] \\ x + 1 - x + 3 = 4; \end{cases}$$

**ИЛ  
И**

$$в) \begin{cases} x \in (3; +\infty) \\ x + 1 + x - 3 = 4; \end{cases}$$

$$a) \begin{cases} x \in (-\infty; -1) \\ x = -1; \end{cases} \quad \text{Нет решения}$$

$$б) \begin{cases} x \in [-1; 3] \\ 0 \cdot x = 0; \end{cases}$$

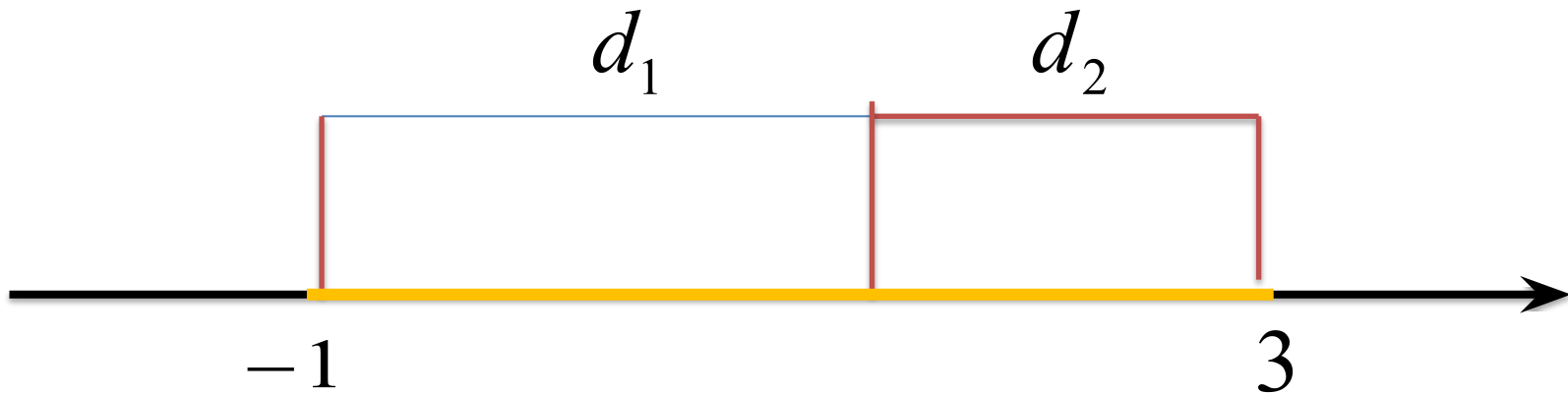
$$x \in [-1; 3]$$

$$в) \begin{cases} x \in (3; +\infty) \\ x = 3; \end{cases}$$

**Ответ: [-1; 3]**

# Віспособ

На числовой прямой найдем все точки с координатой  $(x)$ , сумма расстояний от которой до точек с координатами  $(-1)$  и  $(3)$  равна 4.



Литература:

- Алгебра 9кл: учеб. для общеобразоват. учреждений Мордкович А.Г .– М.: Мнемозина, 2005.
- Журнал «Математика в школе» №3,2010 , стр.31.
- Алгебра: Нестандартные задачи: экспресс-репетитор для подготовки к ГИА: 9-й кл./Г.В. Сычева, Н.В. Гусева, В.А. Гусев,-М.: АСТ: Астрель ; Владимир: ВКТ, 2010