ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК ПОДОБИЯ ТРЕУГОЛЬНИКОВ.

РАЗРАБОТКА УРОКА
ГЕОМЕТРИИ в 8 КЛАССЕ

Учитель МАТЕМАТИКИ

ВОЛКОВА О.П.

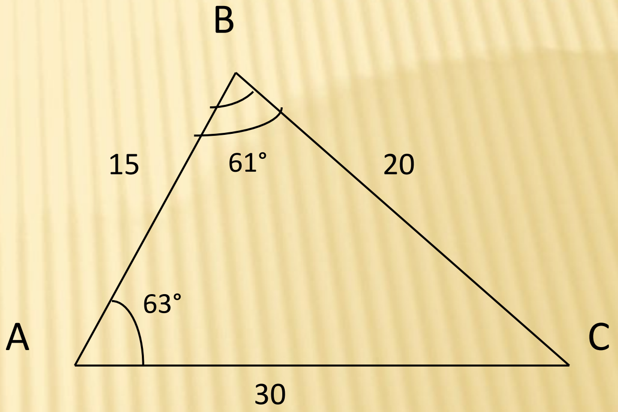
РАССМОТРИМ ЗАДАЧУ

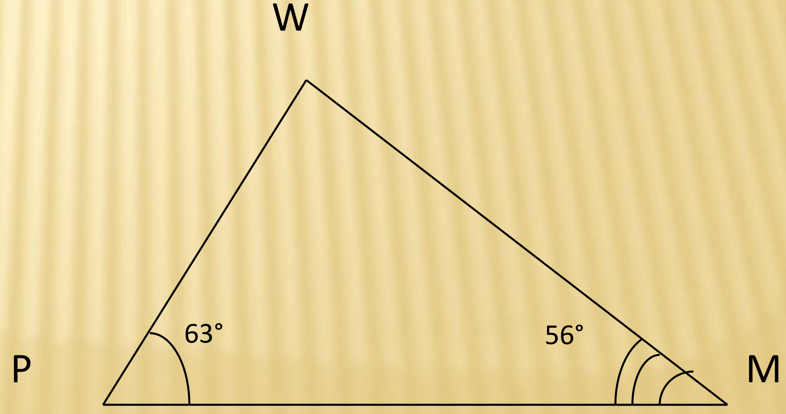
Даны треугольник ABC и треугольник PWM, AB=15см, AC=30см, BC=20см, $\angle A=63°, \angle B=61°$, $\angle P=63°, \angle M=56°$, PW=6см,WM=5см,PM=8см.

Подобны ли треугольник ABC и треугольник PWM?

ДАНО:
ΔABC,
ΔPWM,
AB=15CM,
AC=30CM,
BC=20CM,
∠A=63°,
∠B=61°,
∠P=63°,
∠M=56°,
PW=6CM,
WM=5CM,
PM=8CM.

ДОКАЗАТЬ:
ΔABC ~ ΔPWM.



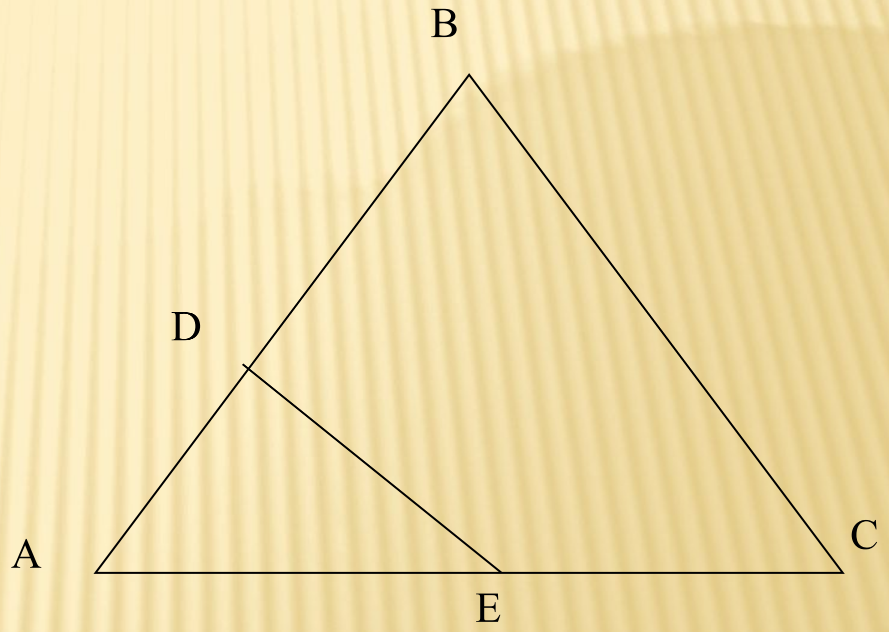


РАССМОТРИМ ЗАДАЧУ

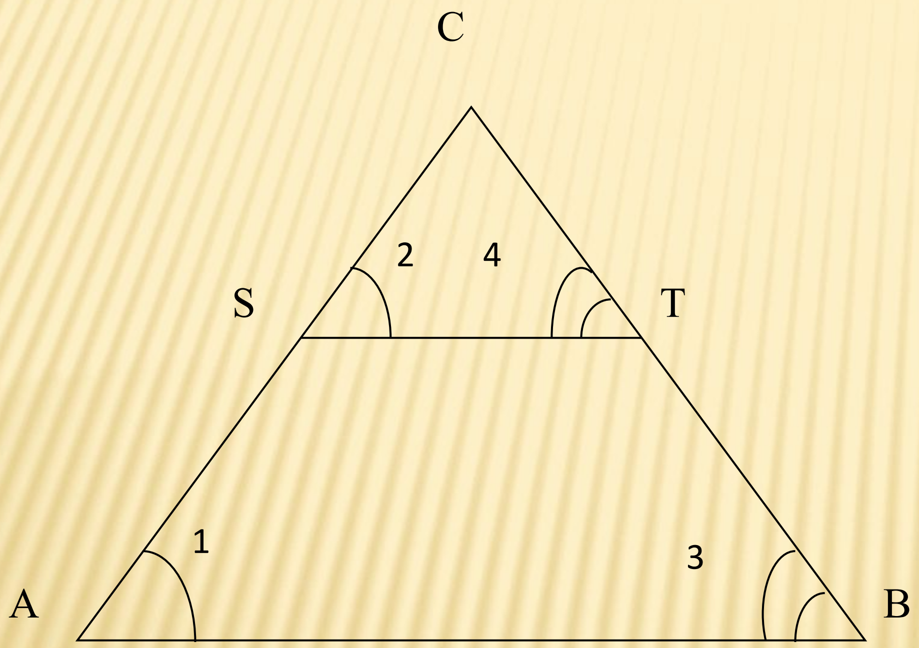
ТОЧКИ **D** И **E** ЛЕЖАТ НА СТОРОНАХ **AB** И **AC** ТРЕУГОЛЬНИКА **ABC**. НАЙДИТЕ S_{ADE}, ЕСЛИ AB=5СМ, AC=6СМ, AD=3СМ, AE=2СМ, S_{ABC}=10СМ^2.

Дано:
ΔABC,
т.$D \in AB$,
т.$E \in AC$,
$AB=5$см,
$AC=6$см,
$AD=3$см,
$AE=2$см,
$S_{ABC}=10$см^2.

Найти:
S_{ADE}-?



ДАН ТРЕУГОЛЬНИК ABC, ЧЕРЕЗ ТОЧКУ S, ЛЕЖАЩУЮ НА СТОРОНЕ AC, ПРОВЕДЕНА ПРЯМАЯ, ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ СТОРОНЕ AB. НАЙТИ СТОРОНЫ CS И ST, ЕСЛИ AC=10,4CM, AB=8CM, CB=9,6CM, TC=6CM.



Дано:

ΔABC,

$\Delta\ STC$,

AC=10,4см,

AB=8см,

CB=9,6см,

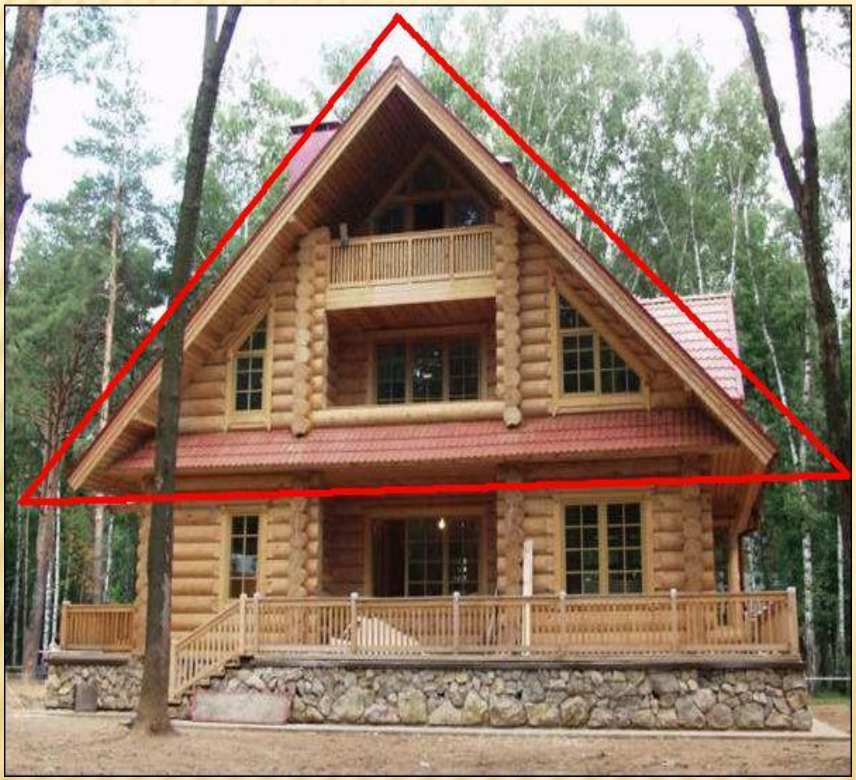
TC=6см.

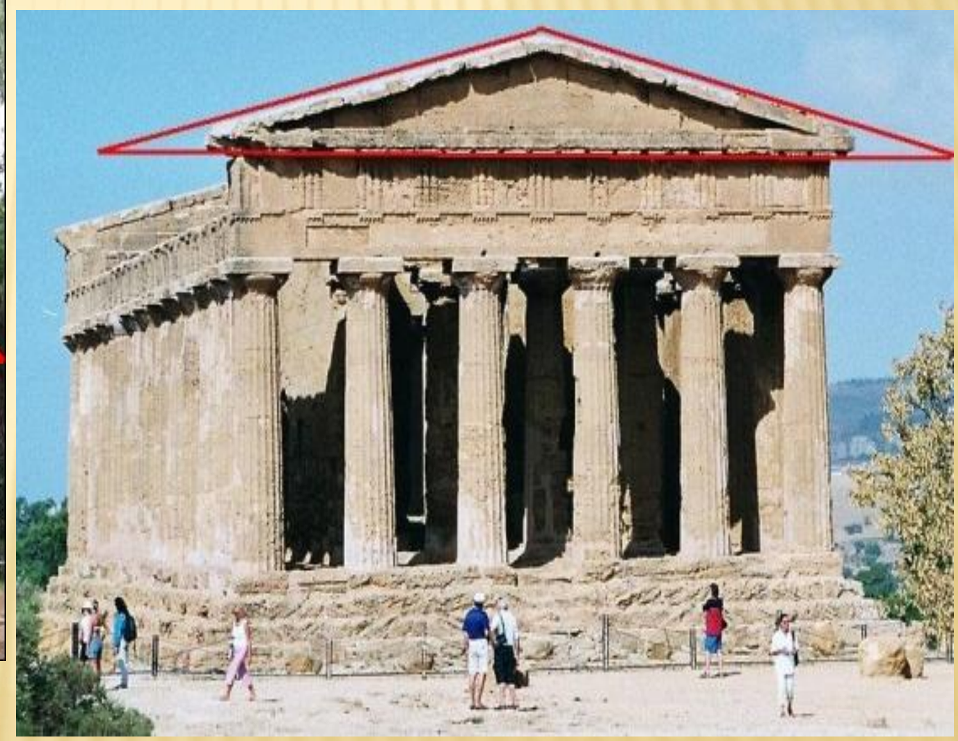
Найти:

CS-?

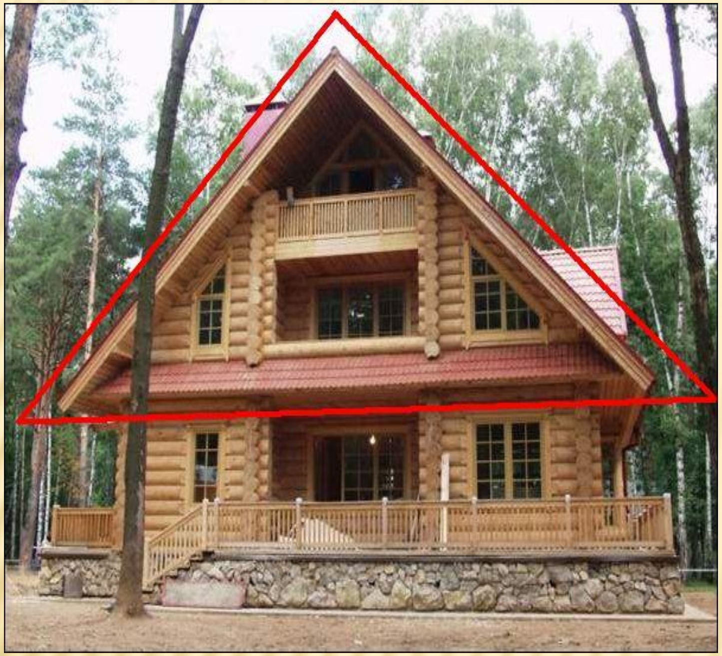
ST-?

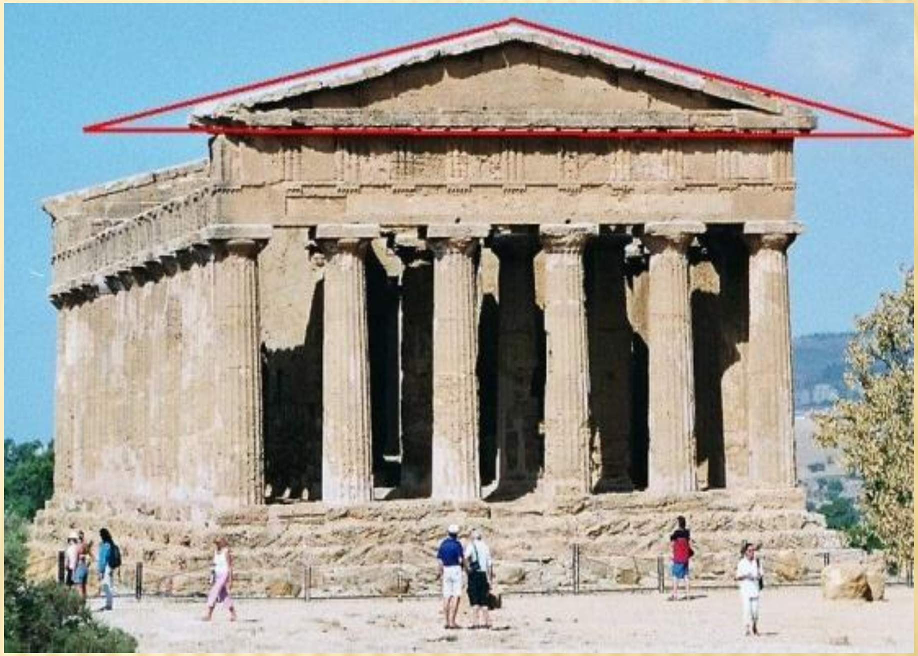
Рассмотрим два изображения, с указанными на них треугольниками.





Уменьшим их размеры.





ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК ПОДОБИЯ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

.

Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то такие треугольники подобны.

Дано:

ΔABC,

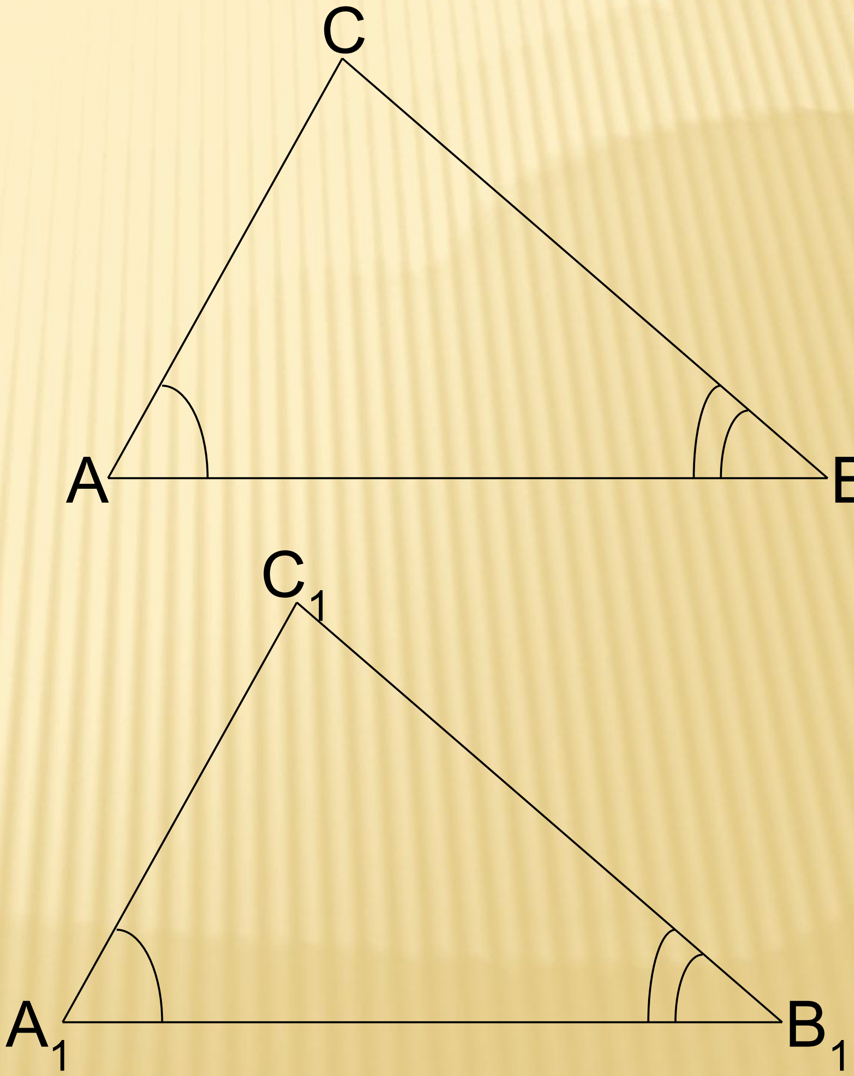
$\Delta A_1B_1C_1$,

$\angle A = \angle A_1$,

$\angle B = \angle B_1$.

Доказать:

$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$.

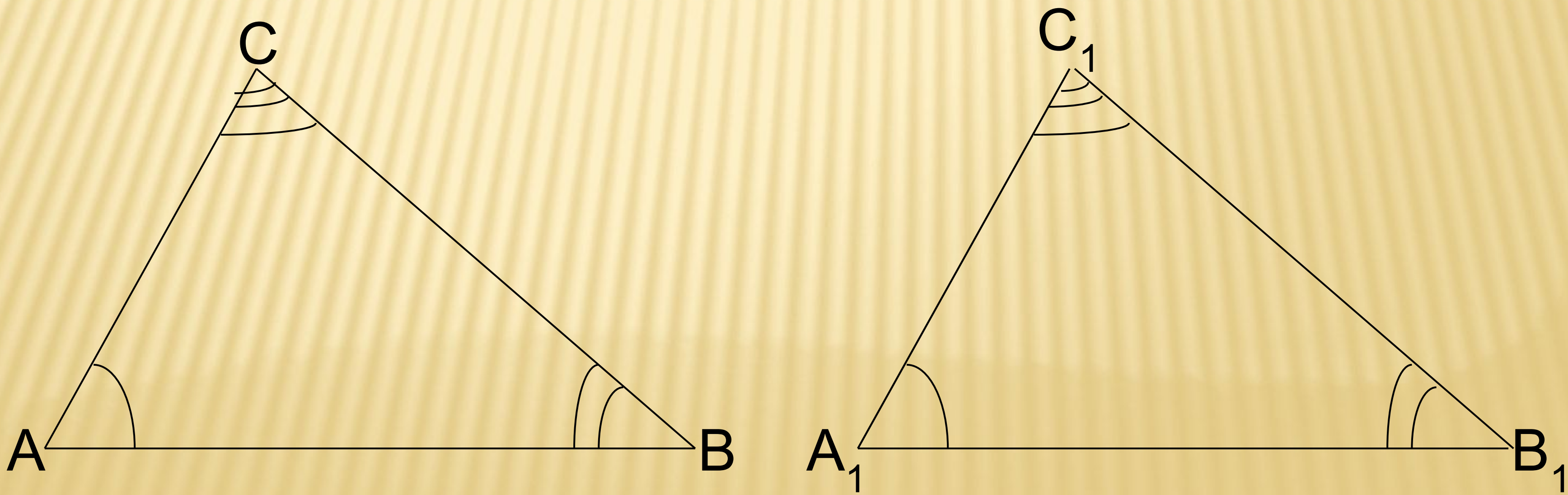


Для доказательства поставим две задачи:

1. Доказать, что углы треугольника ABC равны углам треугольника $A_1B_1C_1$.
2. Доказать, что сходственные стороны пропорциональны.

РЕШИМ ПЕРВУЮ ПОСТАВЛЕННУЮ ЗАДАЧУ.

ДОКАЖЕМ РАВЕНСТВО УГЛОВ ТРЕУГОЛЬНИКОВ.



1. Рассмотрим ΔABC и $\Delta\ A_1B_1C_1$.

2. $\angle A = \angle\ A_1$, $\angle B = \angle\ B_1$ *(по условию)*.

3. Найдем $\angle C$ и $\angle\ C_1$.

4. Докажем, что $\angle C = \angle\ C_1$.

Выразим третий угол из теоремы о сумме углов треугольников $\angle C$ и $\angle C_1$ *(т.к. два угла уже известны из условия, $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$)*

$180° = \angle A + \angle B + \angle C$,

$180° = \angle A_1 + \angle B_1 + \angle C_1$.

$\angle C = 180° - \angle A - \angle B$,

$\angle C_1 = 180° - \angle A_1 - \angle B_1$. => $\angle C = \angle C_1$

углы ΔABC соответственно равны

углам $\Delta\ A_1B_1C_1$.

Решим вторую поставленную задачу.

Докажем, что сходственные стороны пропорциональны.

Воспользуемся определением для двух подобных треугольников.

Два треугольника называются подобными, если их углы соответственно равны и стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого.

BC и B_1C_1 – сходственные (т.к. $\angle A = \angle A_1$)
CA и C_1A_1 – сходственные (т.к. $\angle B = \angle B_1$)
AB и A_1B_1 – сходственные (т.к. $\angle C = \angle C_1$)

Стороны AB, BC, CA пропорциональны сторонам A_1B_1, B_1C_1, C_1A_1, если равны отношения их длин.

СОСТАВИМ ОТНОШЕНИЕ ДЛИН СТОРОН.

$$\frac{BC}{B_1C_1} = \frac{CA}{C_1A_1} = \frac{AB}{A_1B_1}$$

ДОКАЖЕМ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТЬ СТОРОН В ТРЕУГОЛЬНИКАХ.

Вспомним теорему о площади треугольников.

Если угол одного треугольника равен углу другого треугольника, то площади этих треугольников относятся как произведение сторон, заключающих равные углы.

ЗАПИШЕМ ОТНОШЕНИЕ ПЛОЩАДЕЙ ТРЕУГОЛЬНИКОВ, ЕСЛИ $\angle A = \angle A_1$, $\angle C = \angle C_1$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{AB * AC}{A_1B_1 * A_1C_1} \qquad \frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{CA * CB}{C_1A_1 * C_1B_1}$$

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1}$$

Правые и левые части равенств равны.

(т.к $\angle A = \angle A_1$, $\angle C = \angle C_1$)

АНАЛОГИЧНО И ДЛЯ ОТНОШЕНИЕ ПЛОЩАДЕЙ ТРЕУГОЛЬНИКОВ, ЕСЛИ

$\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$.

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{AB * AC}{A_1B_1 * A_1C_1} \qquad \frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{CA * CB}{C_1A_1 * C_1B_1}$$

Правые и левые части равенств равны.

$$\frac{BC}{B_1C_1} = \frac{CA}{C_1A_1}$$

(т.к. $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$)

ЗАПИШЕМ ПОЛУЧЕННЫЕ РАВЕНСТВА.

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1}$$

$\angle A = \angle A_1$, $\angle C = \angle C_1$

$$\frac{BC}{B_1C_1} = \frac{CA}{C_1A_1}$$

$\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{CA}{C_1A_1}$$

Сходственные стороны пропорциональны.

МЫ РЕШИЛИ ДВЕ ПОСТАВЛЕННЫЕ ЗАДАЧИ.

1.ДОКАЗАЛИ ЧТО УГЛЫ ΔABC РАВНЫ УГЛАМ $\Delta A_1B_1C_1$.
2.ДОКАЗАЛИ ЧТО СХОДСТВЕННЫЕ СТОРОНЫ ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫ.

$$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$$

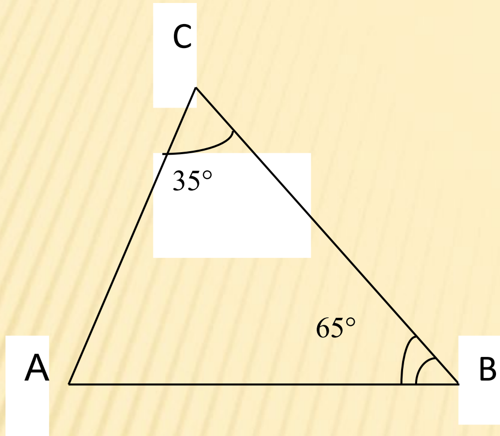
(по определению подобия треугольников)

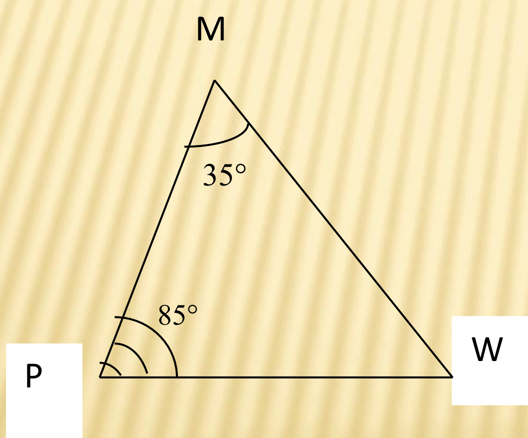
I. Все углы ΔABC равны углам ΔPWM.
II. Сходственные стороны пропорциональны.
Доказательство.
I. Докажем что углы ΔABC равны углам ΔPWM.
1.Рассм. ΔABC
2. 180°=∠A+∠B+∠C (по т. о сумме углов треугольника)
3. ∠C=180°-∠B-∠C
4. ∠C=56°
5. Рассм. ΔPWM
6. 180°=∠P+∠W+∠M (по т. о сумме углов треугольника)
7. ∠W=180°-∠P-∠M
8. ∠W=61°
9. ∠A=∠P=63° (по условию)
10. ∠B=∠W=61°
11. ∠C=∠M=56°
12. углы ΔABC равны углам ΔPWM (п.п.п.9,10,11)
II. Докажем пропорциональность сходственных сторон.
13. AB и PW-сходств. стороны (т.к. все углы ΔABC равны углам ΔPWM (п12), AB лежит против ∠C, PW лежит против ∠M, ∠C=∠M (п.11)).

ПРИМЕНЕНИЕ.

Задача 1.

Докажите подобие треугольника ABC и треугольника PWM. $\angle B=65°$, $\angle C=35°$, $\angle P=80°$, $\angle M=35°$.





Дано:
ΔABC,
Δ PWM,
$\angle B=65°$,
$\angle C=35°$,
$\angle P=88°$,
$\angle M=35°$.

Доказать:
ΔABC~Δ PWM.

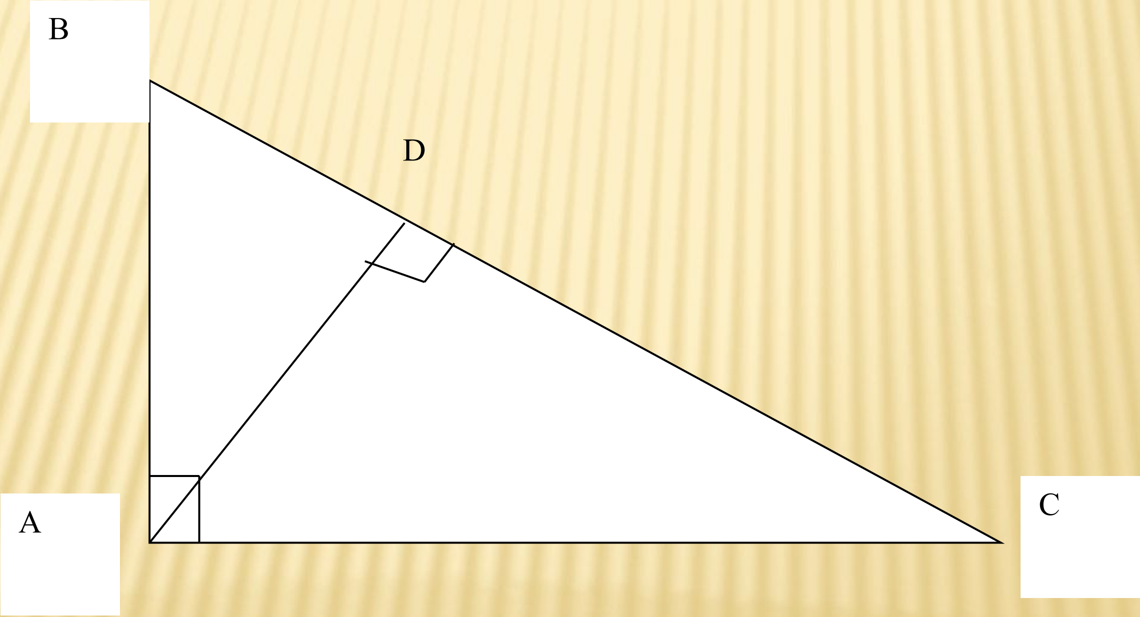
ДОКАЗАТЕЛЬСТВО:

1.Рассм. ΔABC

2. $180° = \angle A + \angle B + \angle C$ (по т. о сумме углов треугольника)
3. $\angle A = 180° - \angle B - \angle C$
4. $\angle A = 85°$
5. $\angle C = \angle M = 35°$ (по условию)
6. $\angle A = \angle P = 85°$
7. $\Delta ABC \sim \Delta\ PWM$ (т.к. два угла ΔABC $\angle C$ и $\angle A$ равны двум углам $\Delta\ PWM$ $\angle M$ и $\angle P$, т.е. $\angle C = \angle M$, $\angle A = \angle P$, то треугольники ΔABC и $\Delta\ PWM$ подобны).

Задача2.

Докажите подобие треугольников, ΔABC и ΔDAC, ΔABC и ΔDBA, ΔABD и ΔADC.



I. Докажем что $\Delta ABC \sim \Delta DAC$.

1. Рассм. ΔABC и ΔDAC
2. $\angle A = \angle D = 90°$ (по условию)
3. $\angle C$-общий
4. $\Delta ABC \sim \Delta DAC$ (т.к. два угла ΔABC $\angle A$ и $\angle C$ равны двум углам ΔDAC $\angle D$ и $\angle C$, т.е. $\angle A = \angle D$ и $\angle C$-общий, то треугольники ΔABC и ΔDAC подобны).

II. Докажем что $\Delta ABC \sim \Delta DBA$.

1. Рассм. ΔABC и ΔDBA
2. $\angle A = \angle D = 90°$ (по условию)
3. $\angle B$-общий
4. $\Delta ABC \sim \Delta DBA$ (т.к. два угла ΔABC $\angle A$ и $\angle B$ равны двум углам ΔDBA $\angle D$ и $\angle B$, т.е. $\angle A = \angle D$ и $\angle B$-общий, то треугольники ΔABC и ΔDBA подобны).

III. Докажем что $\Delta BAD \sim \Delta CAD$.

1.Рассм. ΔABC

2. $\angle A=90°$, т.к.прямая AD делит $\angle A$ пополам, то $\angle BAD=\angle CAD=45°$.

3. Рассм. Δ CAD

4. $180°=\angle C+\angle A+\angle D$ (по т. о сумме углов треугольника)

5. $180°=\angle C+45°+90°$

6. $\angle C=180°-45°-90°$

7. $\angle C=45°$.

8. Рассм. ΔABC

9. $180°=\angle A+\angle B+\angle C$ (по т. о сумме углов треугольника)

10. $180°=\angle B+45°+90°$

11. $\angle B=180°-45°-90°$

12. $\angle D=45°$.

13. Рассм. ΔBAD и ΔCAD

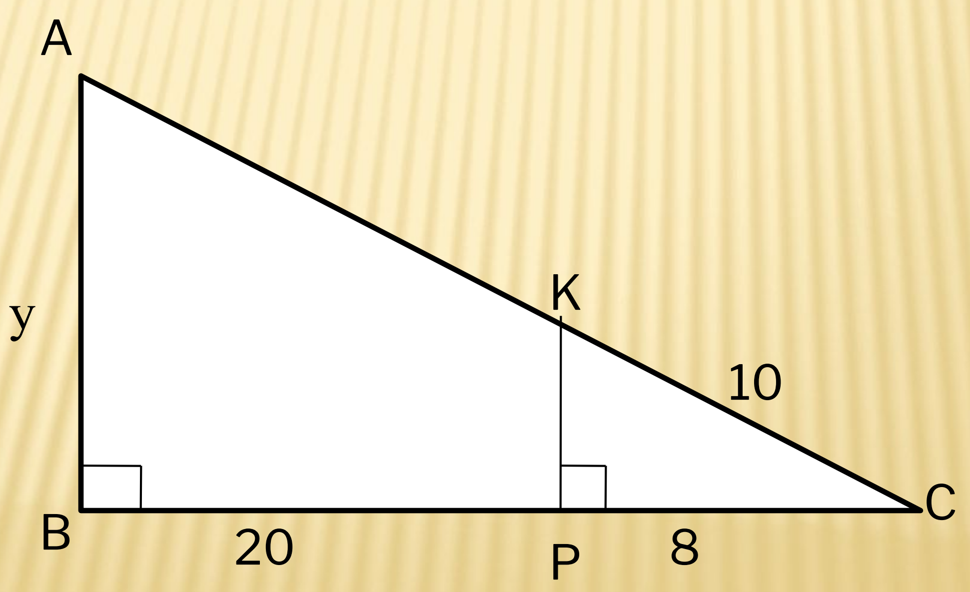
14. $\angle C=\angle D=45°$ (п.п.7,12)

15. $\angle A$-общий(по условию)

15. $\Delta BAD \sim \Delta CAD$ (т.к. два угла ΔBAD $\angle A$ и $\angle C$ равны двум углам ΔCAD $\angle D$ и $\angle A$, т.е. $\angle C=\angle D$ и $\angle A$-общий, то треугольники ΔBAD и ΔCAD подобны).

РЕШИТЬ САМОСТОЯТЕЛЬНО.

Докажите подобие треугольников Δ ABC и ΔKPC, найдите y.



ВЫВОД.

Мы повторили определение подобных треугольников, отношение их сторон, теорему о сумме углов треугольника, теорему о площади треугольников. Узнали как доказать подобие треугольников по двум углам.