

Решение тригонометрических уравнений



Формула нахождения корней уравнения вида

$$\sin x = a?$$

$$x = (-1)^n \arcsin a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Формула нахождения корней уравнения вида

$$\cos x = a?$$

$$x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Формула нахождения корней уравнения вида

$$\operatorname{tg} x = a?$$

$$x = \operatorname{arctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Решите уравнения:

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$$

$$x = -\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Тригонометрические уравнения

Уравнение содержит
только
синусы или косинусы
(синусы и косинусы)

Однородные уравнения
1 степени

Однородные
уравнения
2 степени

Уравнение содержит
тангенсы и котангенсы

*Уравнение содержит только
синусы или косинусы
(синусы и косинусы)*

$$a \sin^2 x + b \sin x + c = 0 \quad \sin x = t$$

$$a \cos^2 x + b \cos x + c = 0 \quad \cos x = t$$

$$at^2 + bt + c = 0$$

*Уравнение содержит только
синусы или косинусы
(синусы и косинусы)*

$$a(1 - \sin^2 x) + b \cos x + c = 0 \quad \cos x = t$$

$$a(\cos^2 x) + b \sin x + c = 0 \quad \sin x = t$$

$$at^2 + bt + c = 0$$

Однородные уравнения

$$a_0 \sin^n x + a_1 \sin^{n-1} x \cos x + \dots + a_n \cos^n x = 0$$

Сумма показателей степеней при $\sin x$ и $\cos x$ у всех слагаемых такого уравнения равна n .

Разделим на $\cos^n x$. Получим:

$$a_0 \operatorname{tg}^n x + a_1 \operatorname{tg}^{n-1} x + \dots + a_n = 0$$

первой степени

$$a \operatorname{tg} x + b \cos x = 0 \quad | : \cos x$$

$$\operatorname{tg} x = -\frac{b}{a}$$

$$x = \operatorname{arctg}\left(-\frac{a}{b}\right) + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

второй степени

$$a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0 \quad | : \cos^2 x$$

$$a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c (\sin^2 x + \cos^2 x) = 0$$

Уравнение содержит
тангенсы и котангенсы

$$atg^2 x + btgx + c = 0 \quad tgx = t$$

$$at^2 + bt + c = 0$$

$$atgx + bctgx + c = 0 \quad ctgx = \frac{1}{tgx}$$

$$atgx + \frac{b}{tgx} + c = 0 \quad tgx = t$$

$$at + \frac{b}{t} + c = 0$$

**Методы решения
тригонометрических уравнений**
Указать метод решения уравнения:

$$\sin^2 x - 5 \sin x + 4 = 0$$

$$\sin x = t, \quad t \in [1; -1]$$

$$t^2 - 5t + 4 = 0;$$

$$D = 9;$$

$t_1 = 4$, *коронный корень*

$$t_2 = 1$$

$$\sin x = 1$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$$

**Методы решения
тригонометрических уравнений
Указать метод решения уравнения:**

$$\sin^2 x - 7 \sin x \cos x + 10 \cos^2 x = 0$$

Однородное уравнение второй степени, делим на $\cos^2 x$.

$$tg^2 x - 7tgx + 10 = 0;$$

$$tgx = t;$$

$$t^2 - 7t + 10 = 0;$$

$$D = 9;$$

$$t_1 = 5; \quad t_2 = 2;$$

$$tgx = 5$$

$$tgx = 2$$

$$x = \operatorname{arctg} 5 + \pi n, n \in Z \quad x = \operatorname{arctg} 2 + \pi k, k \in Z$$

*Методы решения
тригонометрических уравнений*
Указать метод решения уравнения:

$$\sin x + \cos x = 0$$

Однородное уравнение первой степени, делим на $\cos x$.

$$\operatorname{tg} x + 1 = 0;$$

$$\operatorname{tg} x = -1;$$

$$x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

**Методы решения
тригонометрических уравнений
Указать метод решения уравнения:**

$$8 \cos^2 x + \sin x + 1 = 0$$

Уравнение содержащие синус и косинус, заменяем $\cos^2 x$ на $1 - \sin^2 x$

$$8 - 8 \sin^2 x + \sin x + 1 = 0;$$

$$8 \sin^2 x - \sin x - 9 = 0;$$

$$\sin x = t, \quad t \in [-1; 1]$$

$$D = 289;$$

$t_1 = \frac{9}{8}$ — посторонний корень ;

$$t_2 = -1$$

$$\sin x = -1$$

$$x = -\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$$