



История тригонометрии

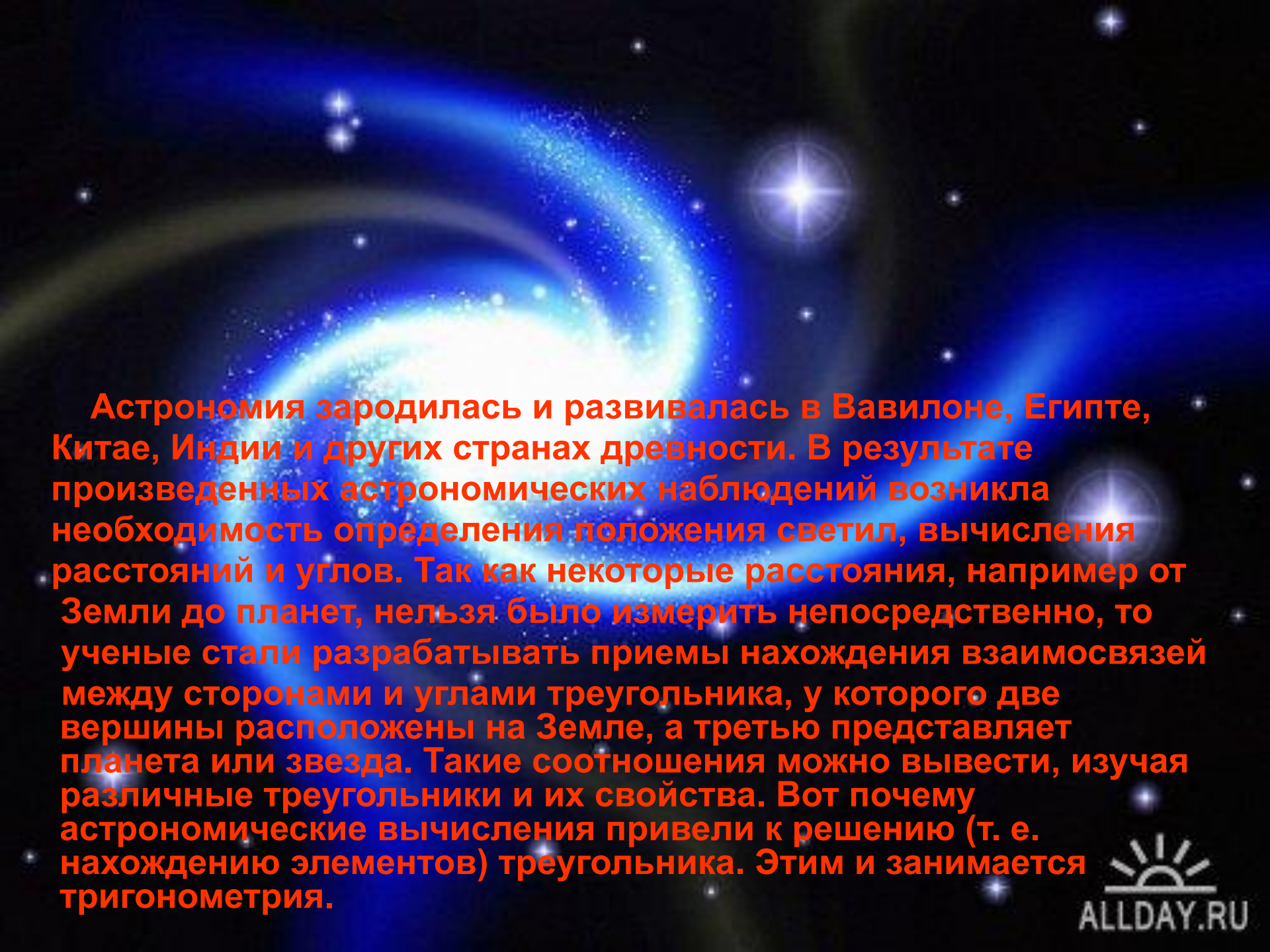
Работу выполнила:
Рябова Кристина
Ученица 10А класса

Руководитель: Рябова
Лилия Геннадьевна


МОУ «Быстроистокская общеобразовательная средняя (полная) школа»

Слово «тригонометрия» (от греческих слов «тригонон» — треугольник и «метрео» — измеряю) означает «измерение треугольников».

Возникновение тригонометрии связано с развитием астрономии — науки о движении небесных тел, о строении и развитии Вселенной — и географии. Астрономия — одна из древнейших наук, в свою очередь возникшая из потребности знать сроки, смены времен года, измерять и считать время, иметь календарь.

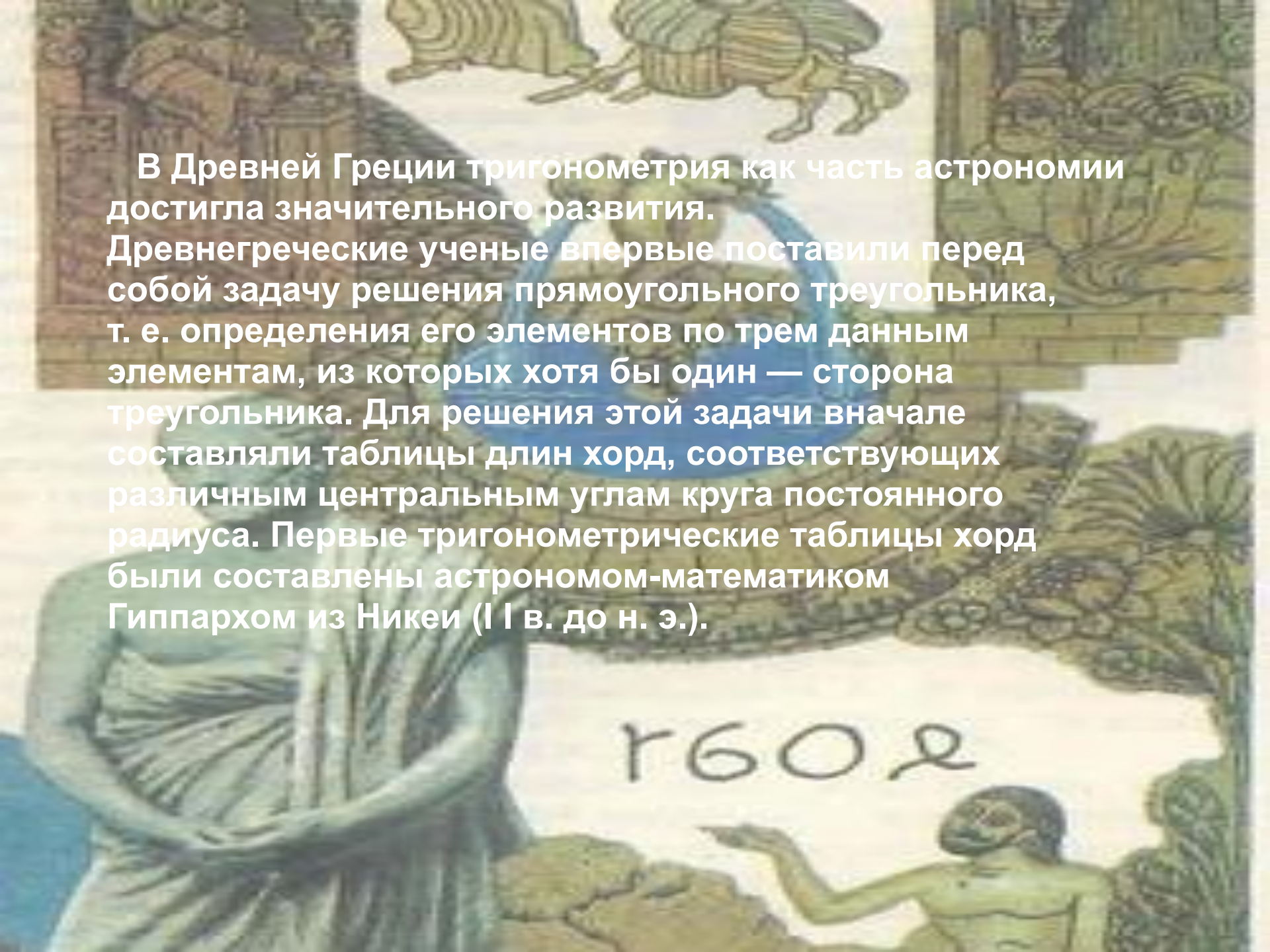


Астрономия зародилась и развивалась в Вавилоне, Египте, Китае, Индии и других странах древности. В результате произведенных астрономических наблюдений возникла необходимость определения положения светил, вычисления расстояний и углов. Так как некоторые расстояния, например от Земли до планет, нельзя было измерить непосредственно, то ученые стали разрабатывать приемы нахождения взаимосвязей между сторонами и углами треугольника, у которого две вершины расположены на Земле, а третью представляет планета или звезда. Такие соотношения можно вывести, изучая различные треугольники и их свойства. Вот почему астрономические вычисления привели к решению (т. е. нахождению элементов) треугольника. Этим и занимается тригонометрия.

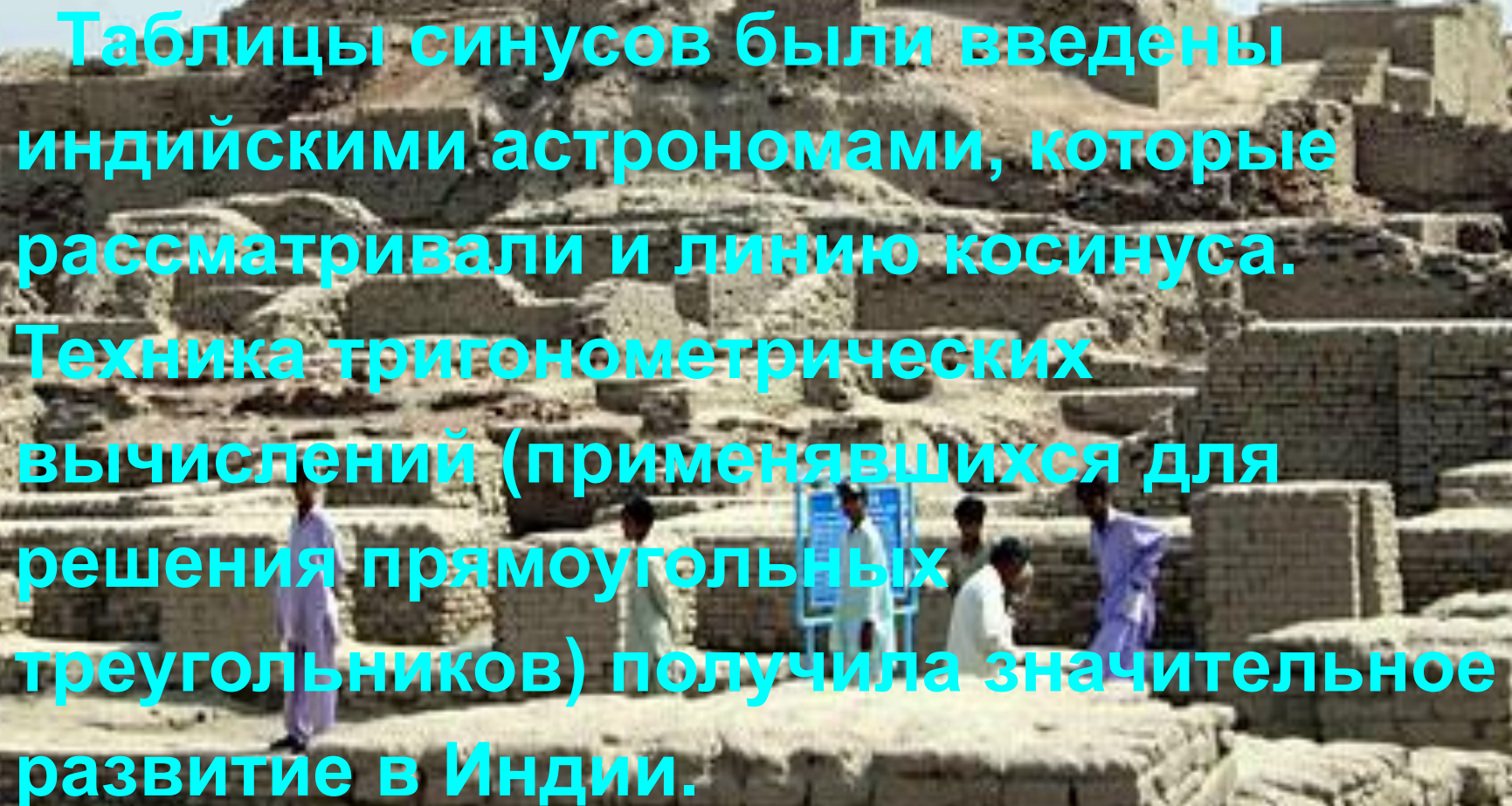
The background is a deep blue color with a pattern of bright, multi-pointed starbursts scattered across it. A faint, light-colored map of the world is visible in the background, showing the continents. The text is overlaid on this background.

Зачатки тригонометрии обнаружены в сохранившихся документах Древнего Вавилона, где астрономия достигла значительного развития. Вавилонские ученые составили одну из первых карт звездного неба. Они умели предсказывать солнечные и лунные затмения.

Некоторые сведения тригонометрического характера встречаются и в старинных памятниках других народов древности.

An illustration depicting an ancient Greek scene. In the foreground, a man in a blue robe stands with his back to the viewer, looking towards a seated man. The seated man, who appears to be a student or apprentice, is gesturing with his right hand towards a large, light-colored rectangular tablet or scroll. On the tablet, the Greek letters $\gamma\beta\omicron\delta$ are written in a simple, hand-drawn style. In the background, there are architectural elements like columns and a decorative frieze. Above the frieze, there are two stylized, winged figures, possibly representing deities or spirits. The overall style is that of a historical reconstruction or educational illustration.

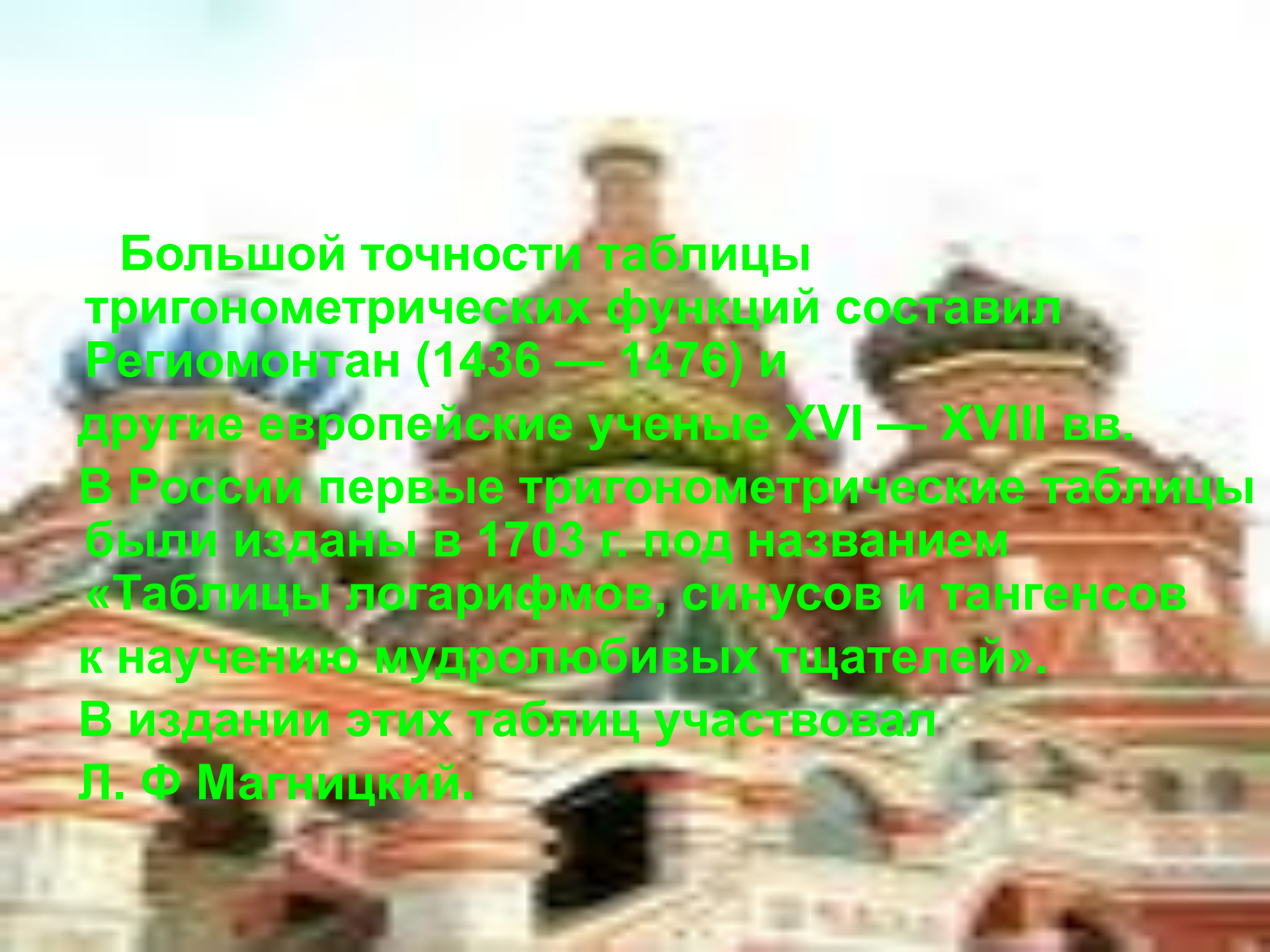
В Древней Греции тригонометрия как часть астрономии достигла значительного развития. Древнегреческие ученые впервые поставили перед собой задачу решения прямоугольного треугольника, т. е. определения его элементов по трем данным элементам, из которых хотя бы один — сторона треугольника. Для решения этой задачи вначале составляли таблицы длин хорд, соответствующих различным центральным углам круга постоянного радиуса. Первые тригонометрические таблицы хорд были составлены астрономом-математиком Гиппархом из Никеи (I в. до н. э.).

A large, ancient stone structure with a prominent dome, likely a Jain temple, is the central focus. The structure is built from weathered stone blocks and has a tiered, stepped appearance. In the foreground, several people are walking around the base of the structure, providing a sense of scale. The background shows a clear blue sky and more ruins of the site.

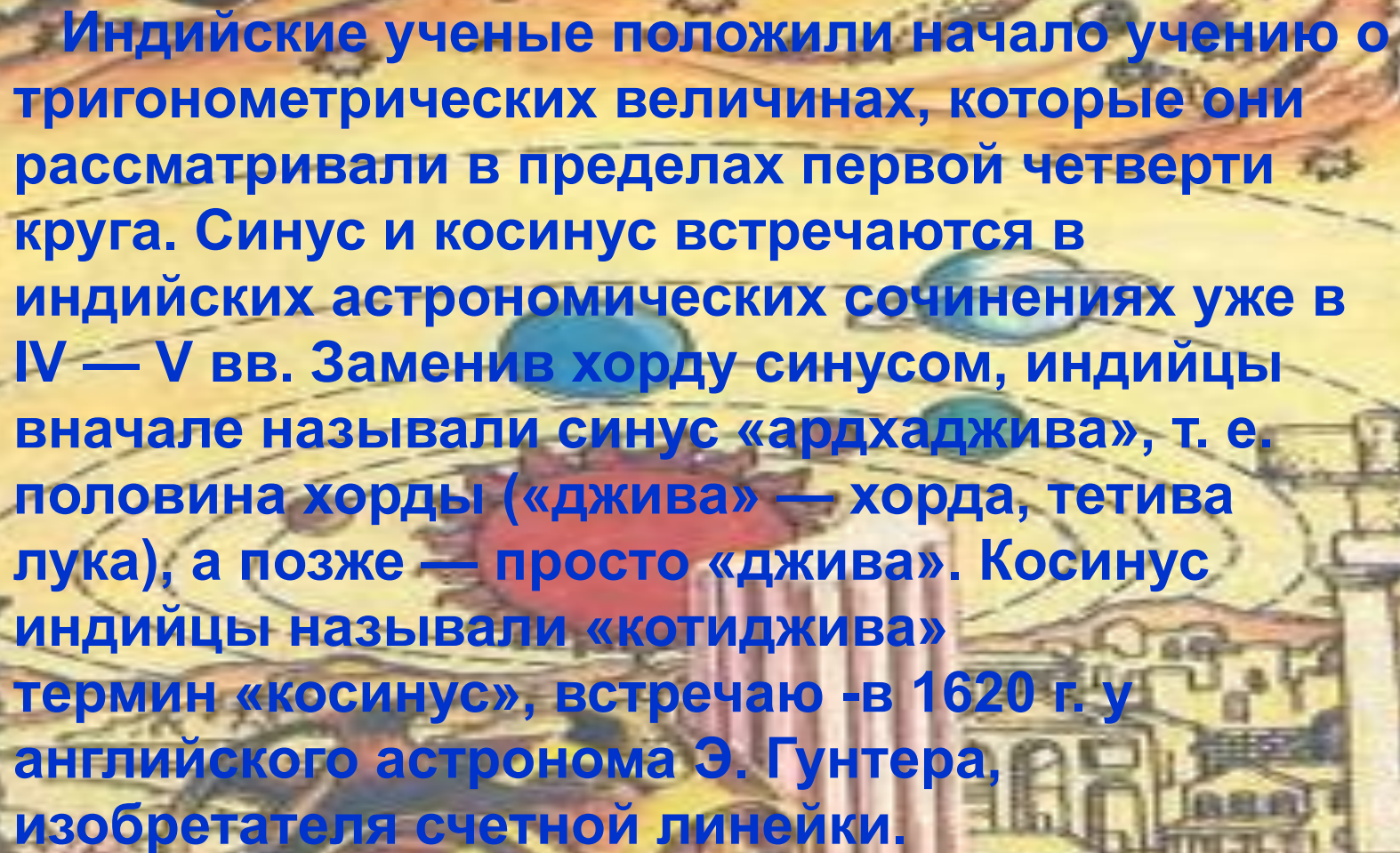
Таблицы синусов были введены индийскими астрономами, которые рассматривали и линию косинуса. Техника тригонометрических вычислений (применявшихся для решения прямоугольных треугольников) получила значительное развитие в Индии.

Дальнейшего развития тригонометрические таблицы достигли в трудах ученых стран ислама, которые ввели понятие линии тангенса. Абу-л-Вафа (X в.) пользовался также величиной, обратной косинусу (секансом) и синусу (косекансом), и составил таблицу синусов через каждые 10'. Самые точные таблицы в начале XV века были составлены ал-Каши.



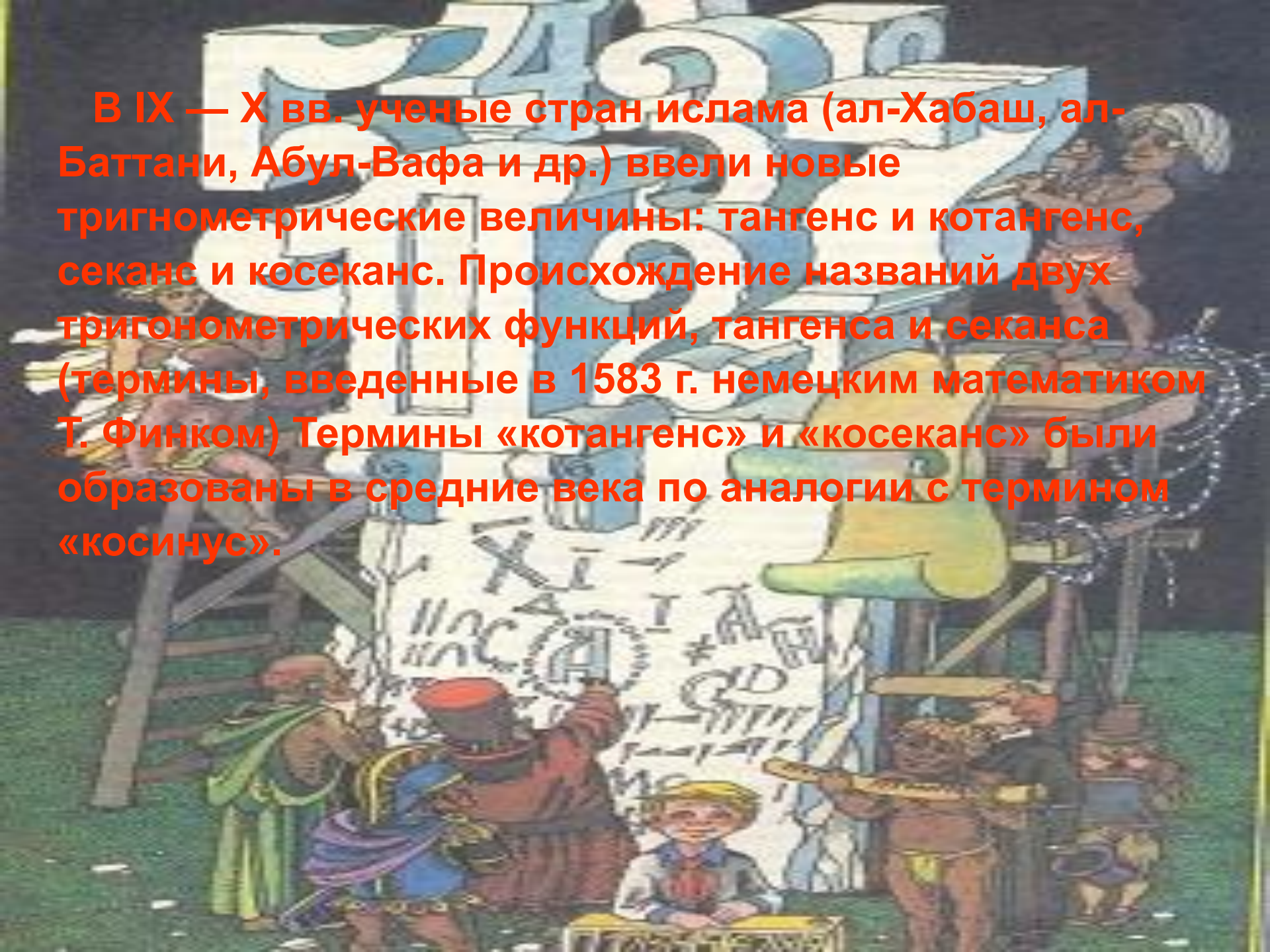



Большой точности таблицы тригонометрических функций составил Региомонтан (1436 — 1476) и другие европейские ученые XVI — XVIII вв. В России первые тригонометрические таблицы были изданы в 1703 г. под названием «Таблицы логарифмов, синусов и тангенсов к научению мудролюбивых тщателей». В издании этих таблиц участвовал Л. Ф. Магницкий.



Индийские ученые положили начало учению о тригонометрических величинах, которые они рассматривали в пределах первой четверти круга. Синус и косинус встречаются в индийских астрономических сочинениях уже в IV — V вв. Заменяв хорду синусом, индийцы вначале называли синус «ардхаджива», т. е. половина хорды («джива» — хорда, тетива лука), а позже — просто «джива». Косинус индийцы называли «котиджива» термин «косинус», встречаю - в 1620 г. у английского астронома Э. Гунтера, изобретателя счетной линейки.

В IX — X вв. ученые стран ислама (ал-Хабаш, ал-Баттани, Абул-Вафа и др.) ввели новые тригонометрические величины: тангенс и котангенс, секанс и косеканс. Происхождение названий двух тригонометрических функций, тангенса и секанса (термины, введенные в 1583 г. немецким математиком Т. Финком) Термины «котангенс» и «косеканс» были образованы в средние века по аналогии с термином «косинус».



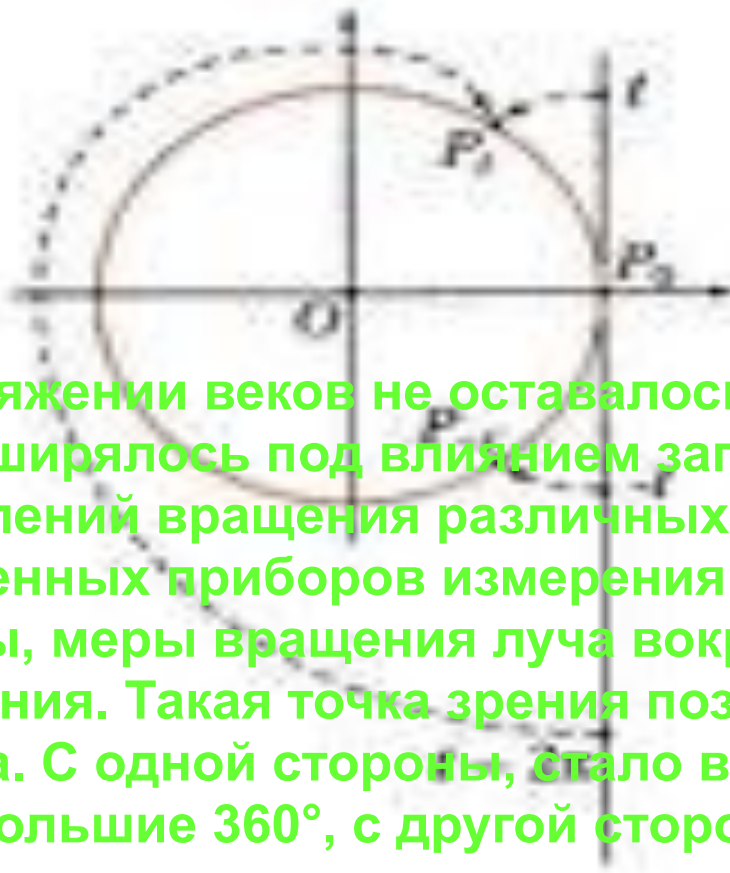


Выдающийся ученый Насир ад-Дин ат-Туси (1201 — 1274), уроженец иранского города Тус, первый открыл путь к отделению тригонометрии от астрономии и выделению ее в самостоятельную дисциплину.



В XV в. труд Региомонгана «Пять книг о треугольниках всех видов» в свою очередь имел большое значение для дальнейшего развития тригонометрии.

Леонардо Эйлер разработал науку о тригонометрических функциях, установил несколько неизвестных до него формул и ввел единообразные знаки. Впервые в его трудах встречаются записи $\sin x$, $\operatorname{tg} x$.



Понятие угла на протяжении веков не оставалось без изменений, оно обобщалось и расширялось под влиянием запросов практики и науки. Наблюдения явлений вращения различных тел, изготовление определенных приборов измерения и т. п. привели к идее угла как величины, меры вращения луча вокруг точки от начального его положения. Такая точка зрения позволила обобщить понятие угла. С одной стороны, стало возможным рассматривать углы, большие 360° , с другой стороны, в зависимости от направления вращения стали различать положительные и отрицательные углы.



The background features a light blue grid with various mathematical expressions in a lighter blue font, including $(45-36)=34-7+23$, $+45=x-y(t+b)$, $23+34(45-36)$, $(f+b)123+34(15-3)$, $x-y(t+b)$, $b=a+c$, and $96+6c+9c+96+6c$. A large, semi-transparent blue circle is centered on the grid. Overlaid on the circle is a coordinate system with a vertical y-axis and a horizontal x-axis, both ending in arrows. The text is written in a bold, yellow font.


Если радиус тригонометрической (числовой) окружности равен 1, то имеем так называемую единичную окружность. Однако к записи формул при единичном радиусе стали переходить лишь со времен Эйлера.

Градусная система измерения углов, в которой за единицу принят угол, равный $1/360$ части угла, соответствующего полному обороту одной стороны угла около его вершины, восходит к III — II тысячелетиям до н. э., к периоду возникновения шестидесятеричной системы счисления в вавилонской математике.



Шестидесятеричное градусное измерение, как и шестидесятеричные дроби, проникло далеко за пределы ассиро-вавилонского царства и получило широкое распространение в странах Азии, Северной Африки и Западной Европы. Они применялись, в частности, в астрономии и связанной с ней тригонометрии.



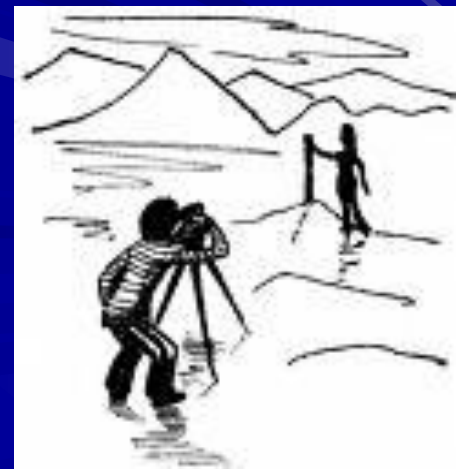


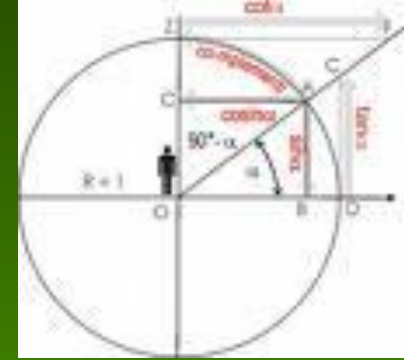
Индийцы заимствовали через греков вавилонское градусное измерение дуг. Градусным измерением пользовались и ученые стран Ближнего и Среднего Востока, внёсшие большой вклад в развитие тригонометрии.

Выдающийся немецкий математик и астроном XV в. Региомонтан отступил от шестидесятеричного деления радиуса и за единицу измерения линии синуса принял одну десятиmillionную часть радиуса, что позволило выражать синусы целыми числами, а не шестидесятеричными дробями. Аналогично поступали и многие последовавшие за ним европейские математики.



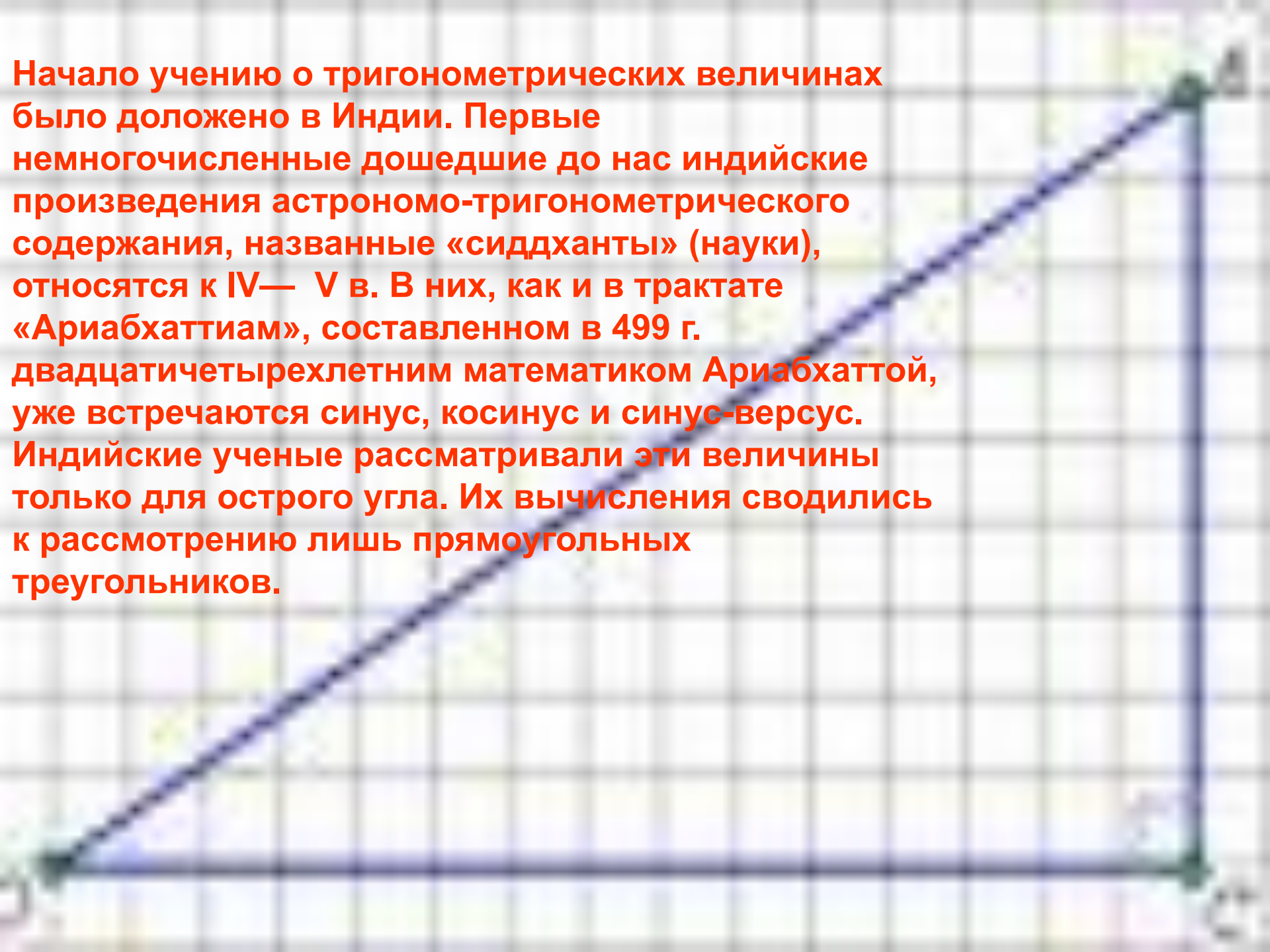
Во время буржуазной революции конца XVIII в. во Франции была введена наряду с метрической системой мер и центезимальная (сотенная) система измерения углов, в которой прямой угол делился на 100 градусов, градус — на 100 минут, минута — на 100 секунд. Эта система применяется и поныне в некоторых геодезических измерениях, но всеобщего употребления пока не получила.

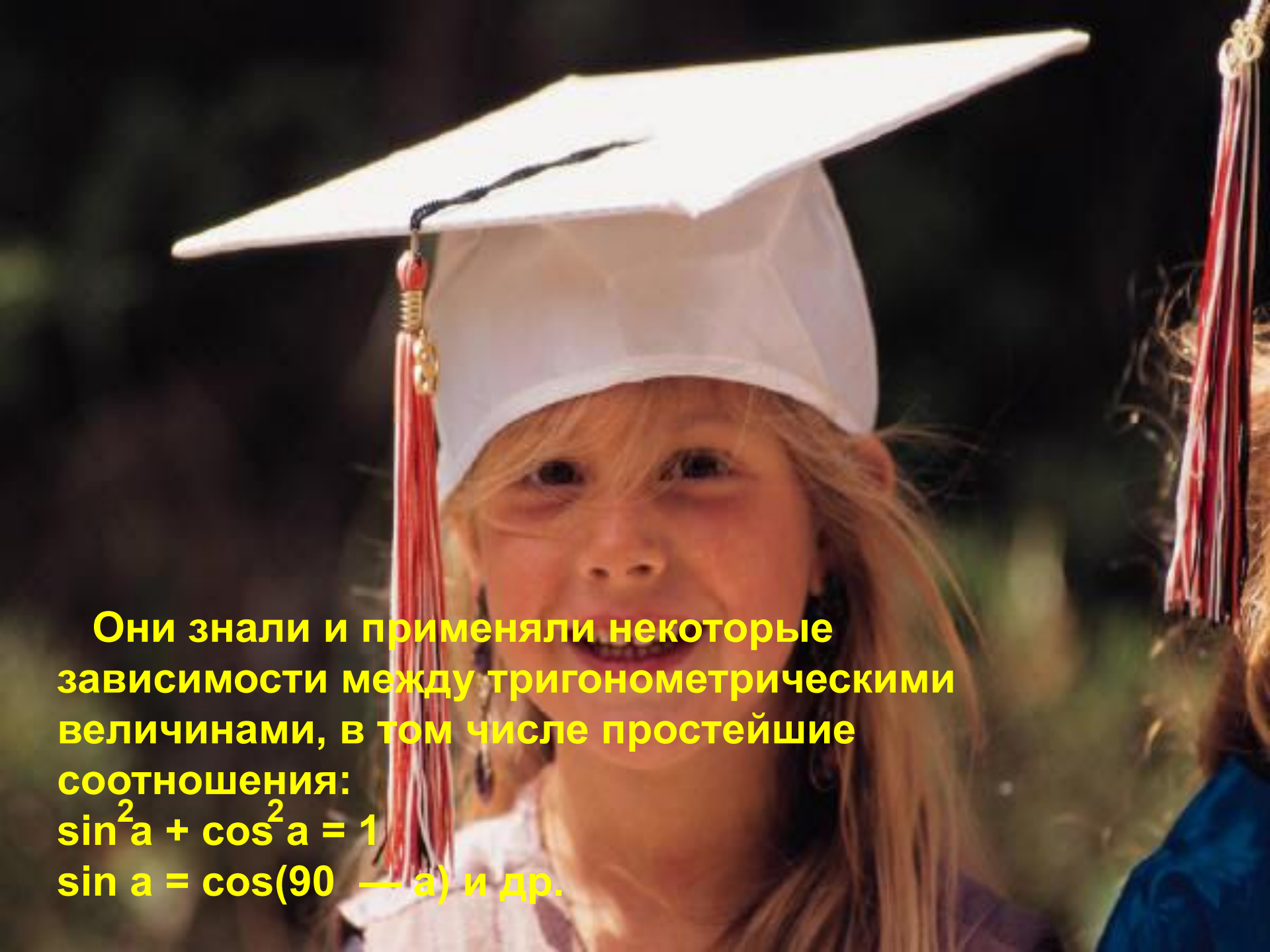




В связи с возникновением и развитием теории пределов и математического анализа с целью придать многим формулам возможно более простой вид в тригонометрии ввели радианное измерение дуг и углов. Термин «радиан» происходит от латинского *radius* — радиус.

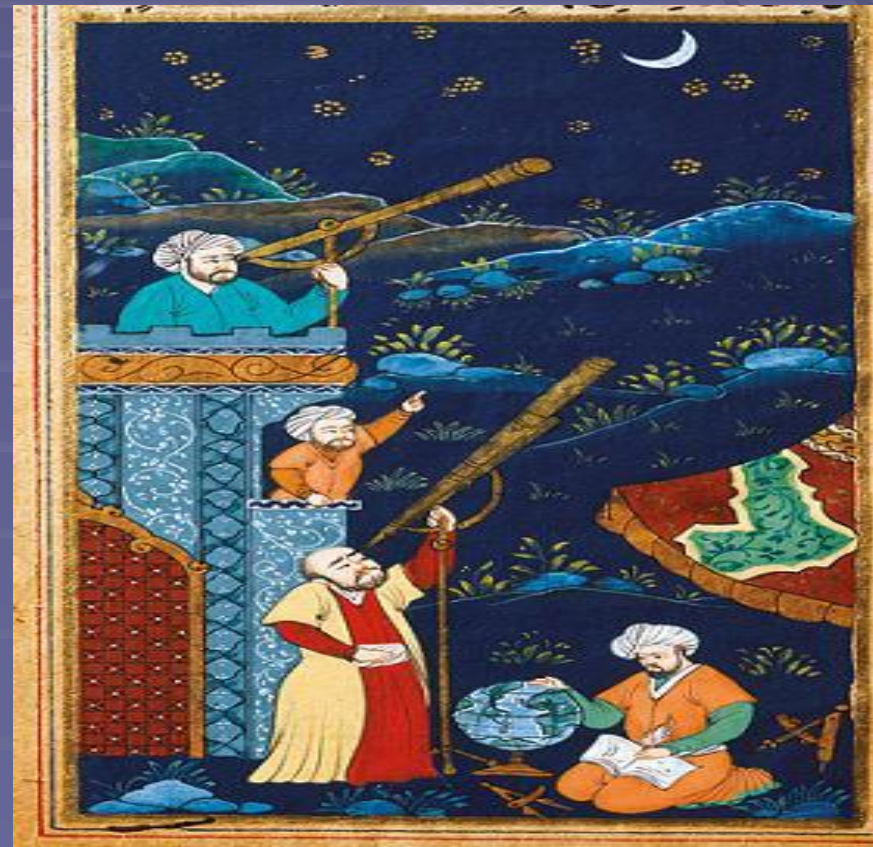
Начало учению о тригонометрических величинах было доложено в Индии. Первые немногочисленные дошедшие до нас индийские произведения астрономо-тригонометрического содержания, названные «сиддханты» (науки), относятся к IV— V в. В них, как и в трактате «Ариабхаттиам», составленном в 499 г. двадцатичетырехлетним математиком Ариабхаттой, уже встречаются синус, косинус и синус-версус. Индийские ученые рассматривали эти величины только для острого угла. Их вычисления сводились к рассмотрению лишь прямоугольных треугольников.



A young girl with blonde hair is wearing a white graduation cap with a red tassel. She is smiling and looking slightly to the right. The background is dark and out of focus.

Они знали и применяли некоторые зависимости между тригонометрическими величинами, в том числе простейшие соотношения:
 $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$
 $\sin a = \cos(90^\circ - a)$ и др.


Начало культурных связей Индии с народами Ближнего и Среднего Востока (ныне Средней Азии, Ирана, Сирии, Ирака и Египта) восходит примерно к V в. н. э. Уделяя большое внимание вычислительной математике, астрономии географии — наукам связанным с нуждами торговли, составлением календаря и путешествиями, ученые стран ислама усердно развивали тригонометрию. Последняя нашла применение и в гномонике — учении о солнечных часах, одном из первых приборов с помощью которого люди измеряли время.






Понятия «тангенс» и «котангенс», как и первые таблицы этих новых тригонометрических величин, родились не из рассмотрения тригонометрической окружности, а из учения о солнечных часах. Ал-Хабаш ввел и понятие «косеканс» также в связи с солнечными часами.

Термин «котангенс», «косеканс», образованные по аналогии с термином «косинус», встречаются впервые в 1620 г. у английского ученого Эдмунда Гунтера.



Развитие учения о тригонометрических функциях и широкое применение их в практике подготовили почву для отделения тригонометрии от астрономии и формирование её как самостоятельной ветви математики.



Первым графиком тригонометрической функции появившимся в печати, была синусоида, помещенная в одном из произведений французского математика Жюль Персона де Роберваля. Вычерчивание и применение графиков функций вообще и тригонометрических в частности вошло, разумеется, в широкое употребление лишь после появления «Геометрии» Декарта и создания аналитической геометрии.

Применение символов в тригонометрии началось во второй половине XVII в. Переход от громоздкого словесного изложения тригонометрии к алгебраическим формам записи был длительным. Эйлер усовершенствовал как символику так и содержание тригонометрии.

