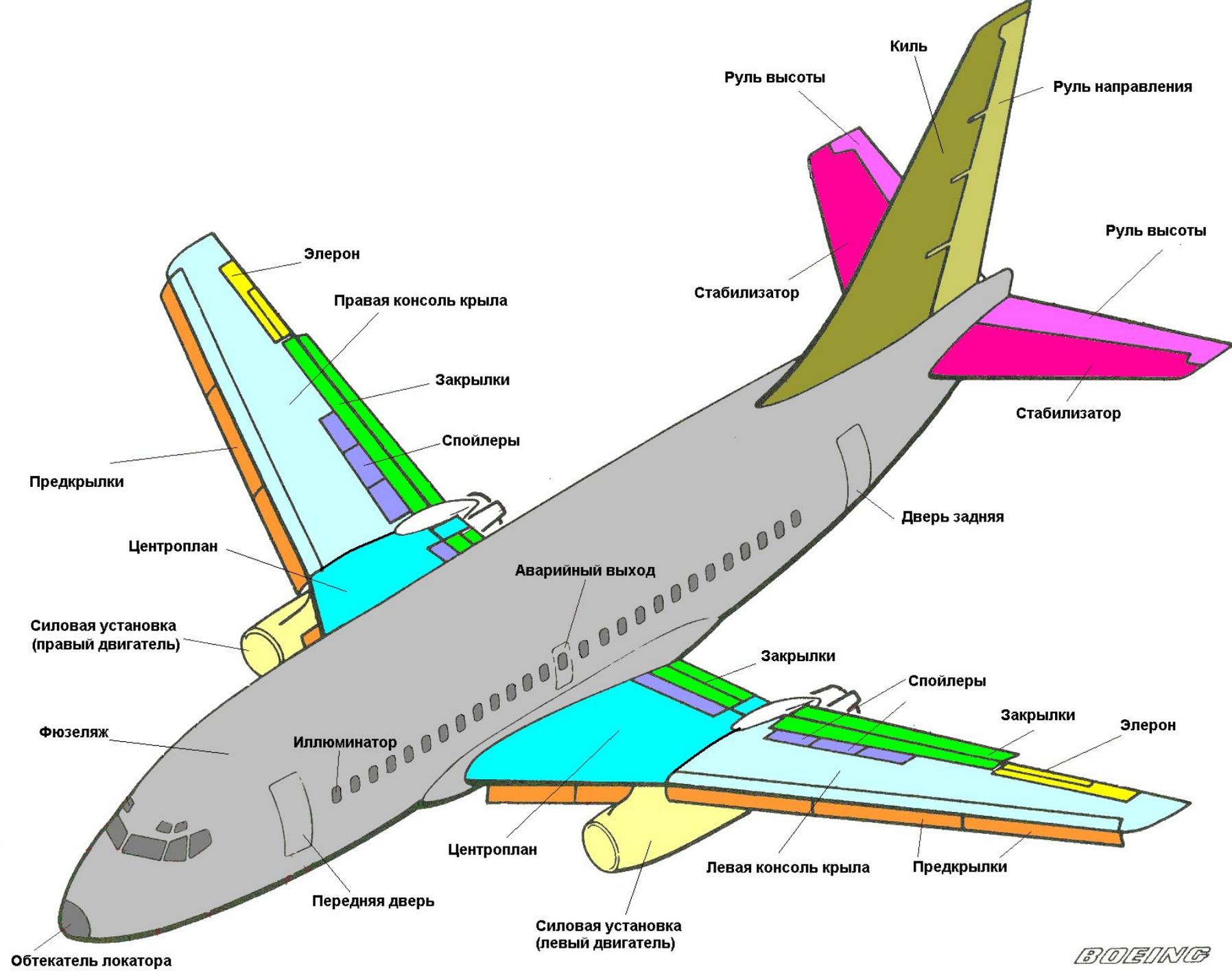
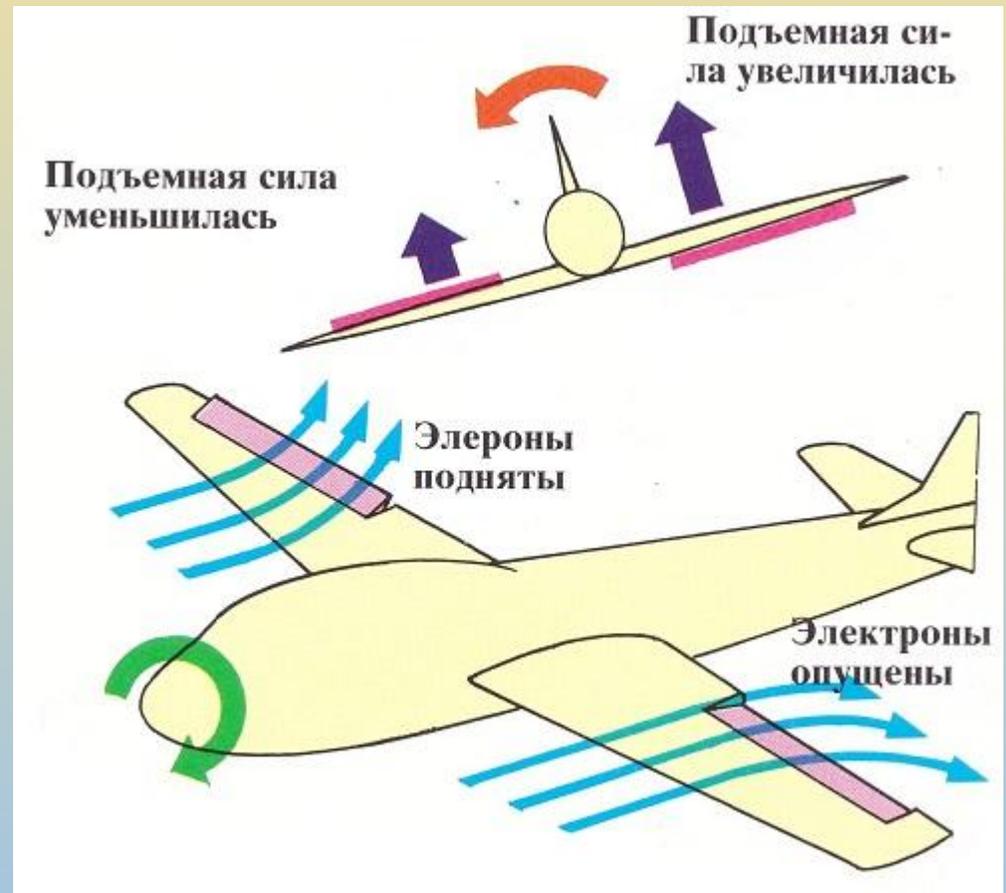


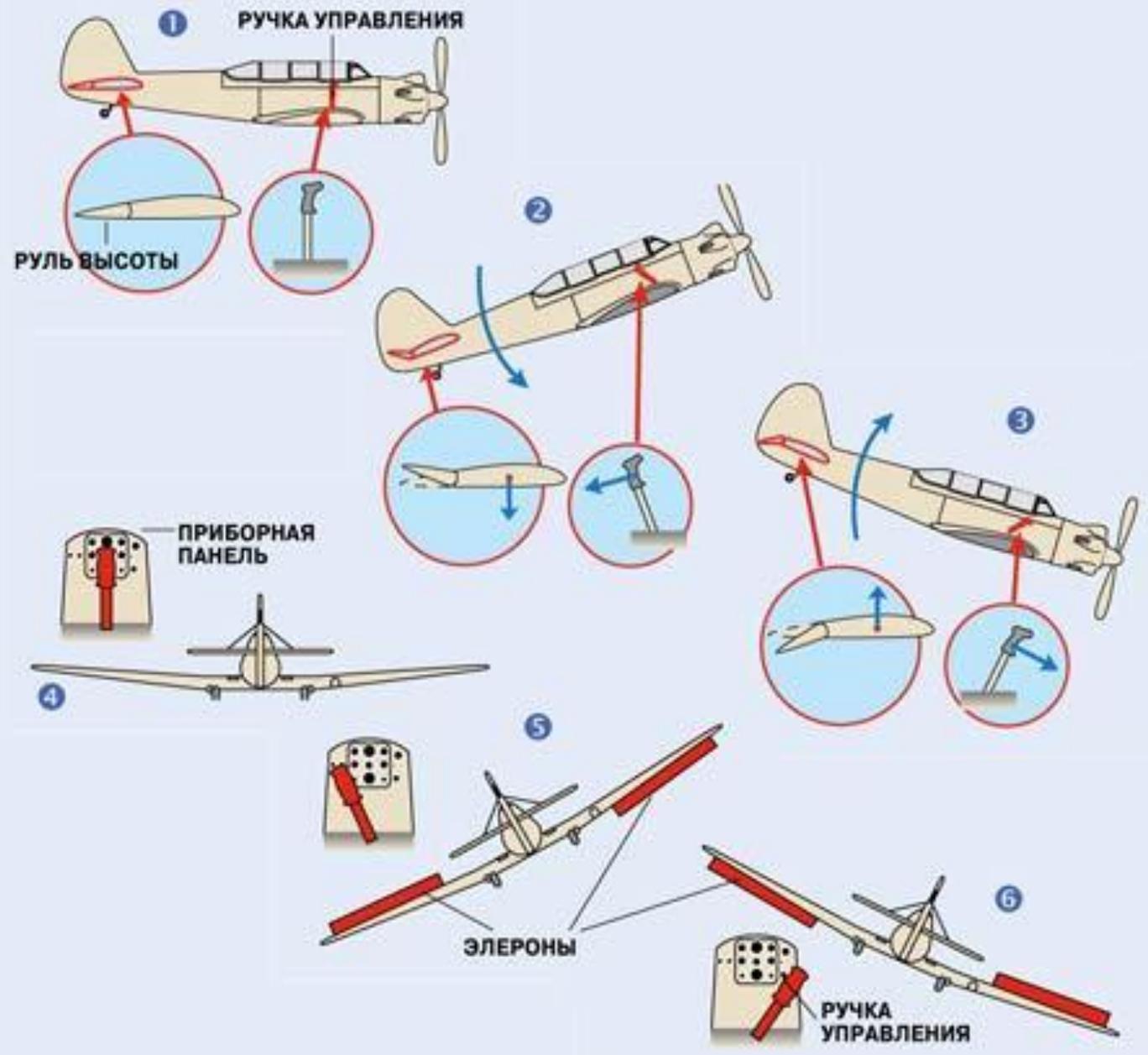
Пример использования проматриц в задачах управления

электромеханическими системами

















Рассматривается электромеханическая система с электродвигателем постоянного тока с независимым возбуждением.

$$(1) \quad \begin{aligned} \dot{\omega} &= -\frac{d_1 + d_2}{J_1 + J_2} \omega + \frac{1}{J_1 + J_2} (M_m - M_c) \\ \dot{M}_m &= -\frac{R_{\text{я}}}{L_{\text{я}}} M_m - \frac{k_m k_l}{L_{\text{я}}} \omega + \frac{k_m k_y}{L_{\text{я}}} u_y \end{aligned} \quad M_m = k_m I$$

$\omega = \dot{q}$ - угловая скорость (частота вращения) ротора электродвигателя,

M_m - электромеханический момент,

k_m, k_l, k - постоянные величины, определяемые конструктивными параметрами

машины,

d_1, d_2 - моменты инерции ротора и присоединенных масс, приведенные к валу

ротора,

M_c - коэффициенты вязкого трения в осях машины,

u_y - электрическое сопротивление и индуктивность якорной цепи

электродвигателя,

- момент независимой внешней силы (нагрузка),

Положи $M_c = \alpha M_c + \mu$ - управляющий входной сигнал,

I - ток якорной цепи двигателя

$$d_1 = 0, \quad d_2 = 0$$

Введем в рассмотрение расширенный вектор состояния объекта

$$(2) \quad X = [I \quad \omega \quad M_c]^T$$

Тогда математическая модель объекта

$$(3) \quad \frac{d}{dt} X = AX + BU, \quad Y = CX$$

$$(4) \quad A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & 0 \\ a_3 & 0 & a_4 \\ 0 & 0 & \alpha \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & b_2 \end{bmatrix}, \quad U = \begin{bmatrix} u_y \\ \mu \end{bmatrix}$$

$$C = [1 \quad 0 \quad 0]$$

или

$$C = [0 \quad 1 \quad 0]$$

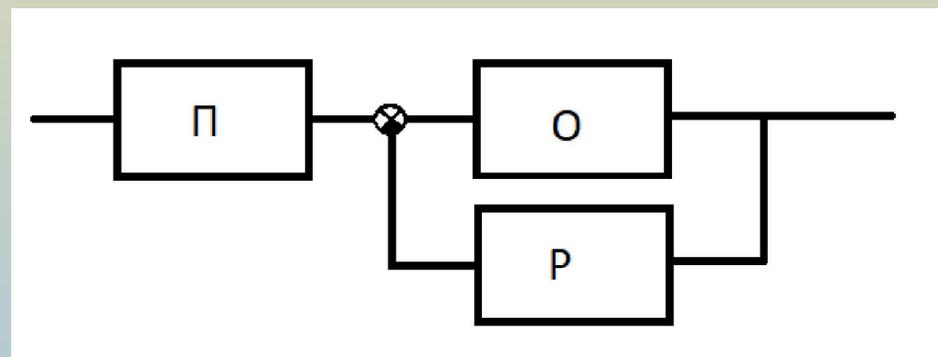
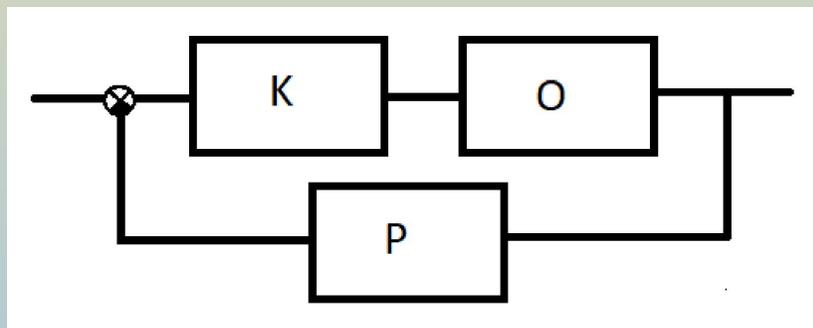
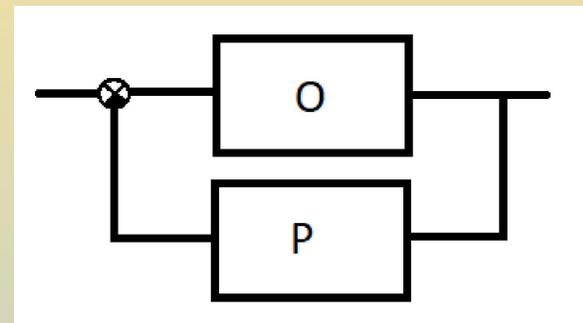
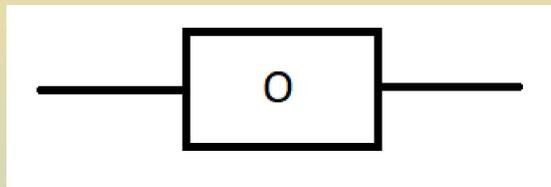
или

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

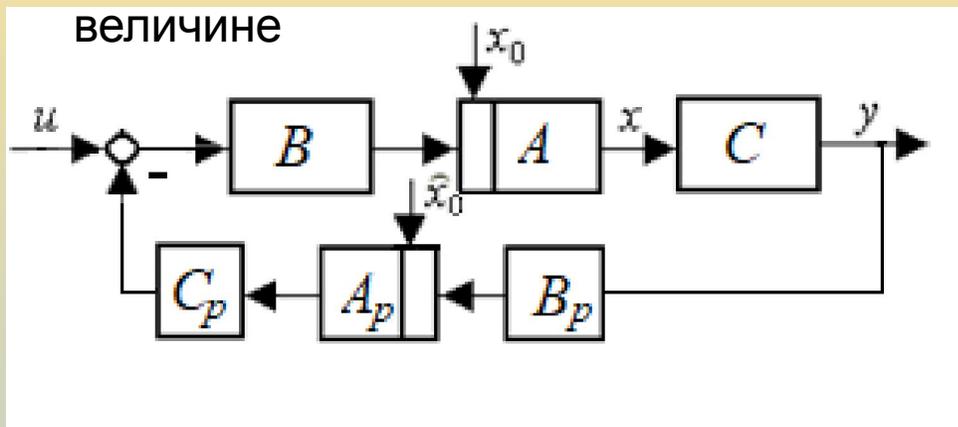
$$(5) \quad a_1 = -\frac{R_{\text{я}}}{L_{\text{я}}}, \quad a_2 = -\frac{k_i}{L_{\text{я}}}, \quad a_3 = \frac{k_m}{J_1 + J_2}, \quad a_4 = -\frac{1}{J_1 + J_2}$$

$$b_1 = \frac{k_y}{L_{\text{я}}}, \quad b_2 = 1.$$

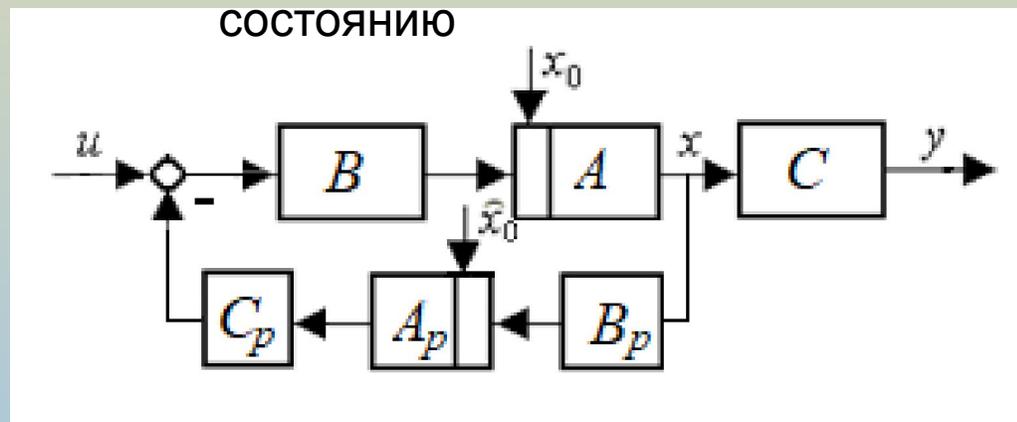
Обобщенные структуры систем автоматического управления

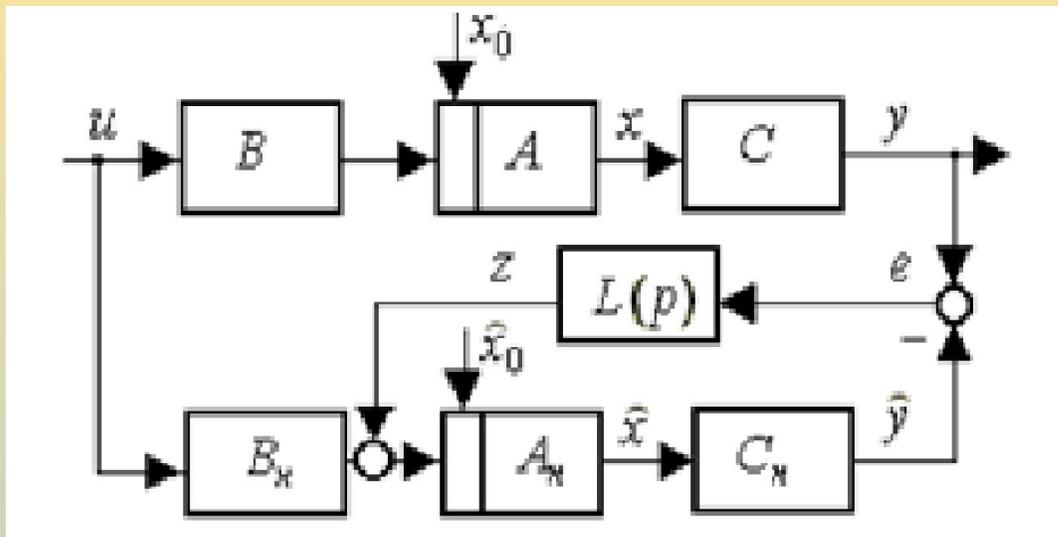


Управление по выходной величине

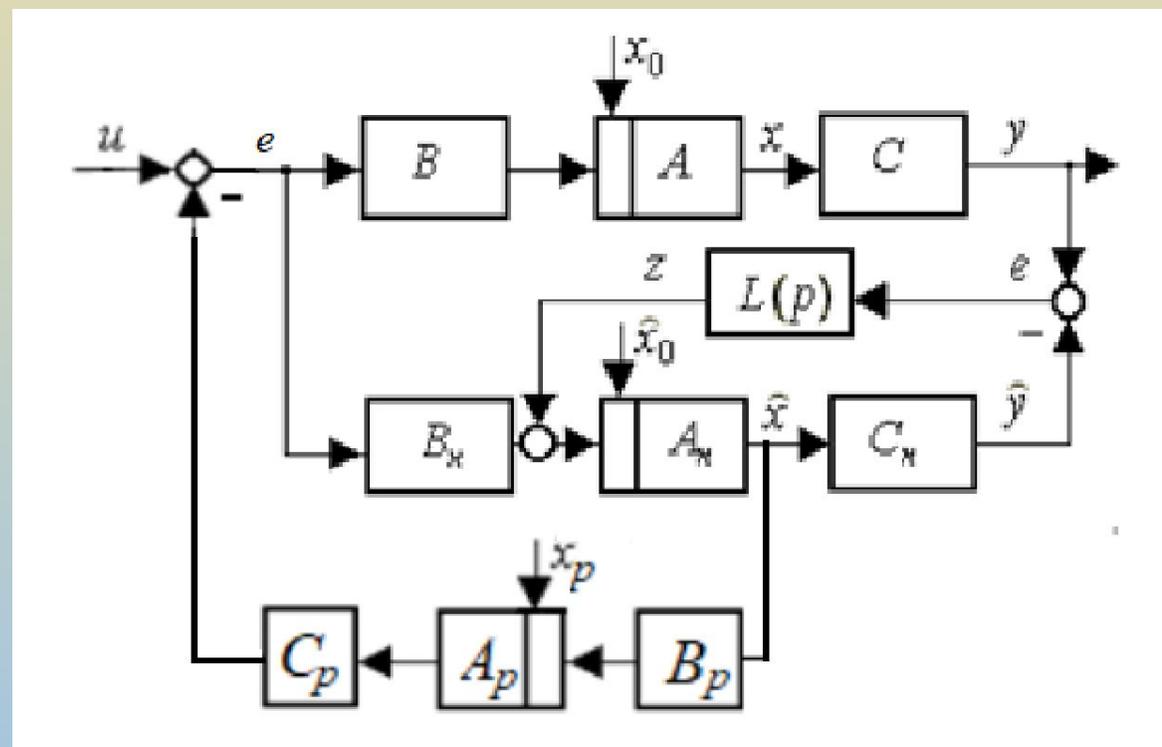


Управление по состоянию

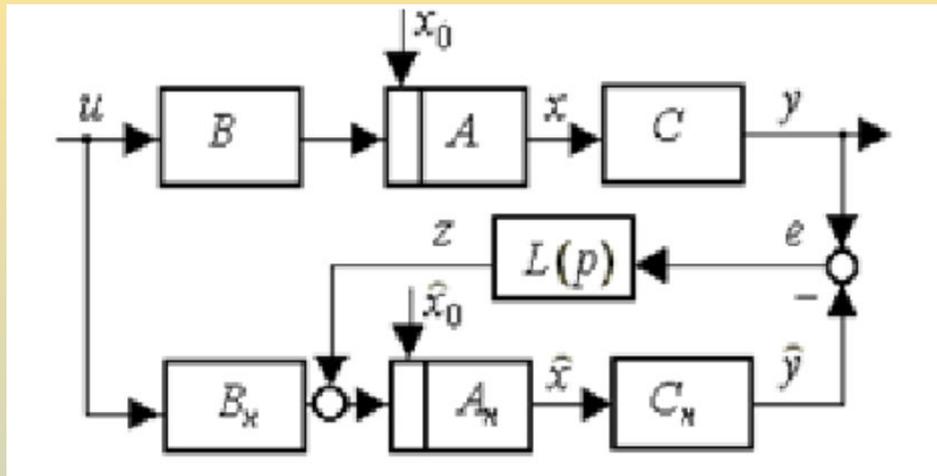




Структура наблюдателя
состояния



Структура системы управления с наблюдателем
состояния



Структура наблюдателя состояния э/м системы

$$(9) \quad \Omega^{-1} = \begin{bmatrix} E_x^0 & E_x^0 & 0 & 0 & E_x^u \\ E_{\hat{x}}^0 & E_{\hat{x}}^0 & 0 & 0 & E_{\hat{x}}^u \\ E_y^0 & E_y^0 & I_m & 0 & E_y^u \\ E_{\hat{y}}^0 & E_{\hat{y}}^0 & 0 & I_m & E_{\hat{y}}^u \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_s \end{bmatrix}$$

(6)

$$\begin{aligned} (pI_n - A)X - BU &= X_0 \\ Y - CX &= 0 \\ (pI - A_x)\hat{X} - B_x U + L(\bar{Y} - Y) &= \hat{X}_0 \\ \bar{Y} - C_x \hat{X} &= 0 \end{aligned}$$

(7)

$$\Omega [X_0^T \quad \hat{X}_0^T \quad Y^T \quad \bar{Y}^T \quad U^T]^T = [X_0^T \quad \hat{X}_0^T \quad 0 \quad 0 \quad U^T]^T$$

(8)

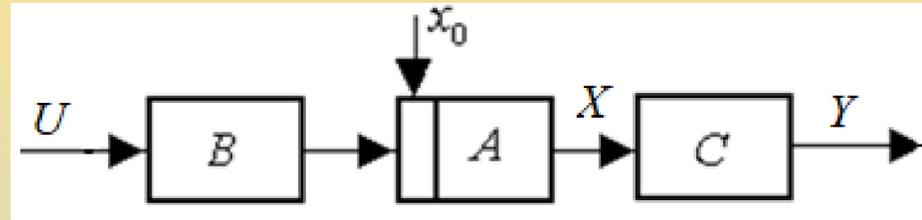
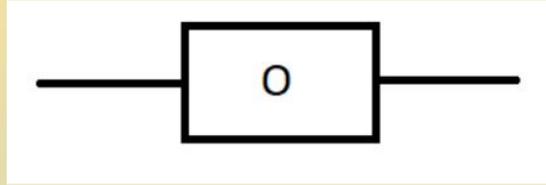
$$\Omega = \begin{bmatrix} pI_n - A & 0 & 0 & 0 & -B \\ 0 & pI_n - A_x & -L(p) & L(p) & -B_x \\ -C & 0 & I_m & 0 & 0 \\ 0 & -C_x & 0 & I_m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_s \end{bmatrix}$$

В качестве цели задачи синтеза, вводим понятие ошибки наблюдения

$$\Delta X = \hat{X} - X$$

$$(10) \quad \begin{aligned} \hat{X} &= E_x^u(p)U + E_x^0(p)\hat{X}_0 + E_x^0(p)X_0 \\ X &= E_x^u(p)U + E_x^0(p)X_0 \end{aligned}$$

$$(11) \quad \begin{aligned} \Delta X &= (E_x^u(p) - E_x^u(p))U + (E_x^0(p) - E_x^0(p))X_0 + E_x^0(p)\hat{X}_0 = \\ &= E_{\Delta x}^u(p)U + E_{\Delta x}^0(p)X_0 + E_x^0(p)\hat{X}_0 \end{aligned}$$



Проматрица
моделирования

$$\Omega(p) = \begin{bmatrix} pI_n - A_{n,n} & 0_{n,m} & -B_{n,s} \\ -C_{m,n} & I_m & 0_{m,s} \\ 0_{s,n} & 0_{s,m} & I_s \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$(pI - A) = \begin{bmatrix} p - a_1 & -a_2 & 0 \\ -a_3 & p & -a_4 \\ 0 & 0 & p - \alpha \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\frac{d}{dt} X = AX + BU, \quad Y = CX$$

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & 0 \\ a_3 & 0 & a_4 \\ 0 & 0 & \alpha \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & b_2 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \ 0 \ 0]$$

$$X = \begin{bmatrix} I \\ \omega \\ M_c \end{bmatrix}, \quad U = \begin{bmatrix} u_y \\ \mu \end{bmatrix}$$

$$\Omega(p) = \begin{bmatrix} pI_n - A & 0_{n,m} & -B \\ -C & I_m & -D \\ 0_{s,n} & 0_{s,m} & I_s \end{bmatrix} \quad \Omega = \begin{bmatrix} p - a_1 & -a_2 & 0 & 0 & -b_1 & 0 \\ -a_3 & p & -a_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p - \alpha & 0 & 0 & -b_2 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x(p) \\ y(p) \\ u(p) \end{bmatrix} = \Omega^{-1}(p) \begin{bmatrix} x_0 \\ 0 \\ u(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_x^{x_0}(p) & 0 & F_x^u(p) \\ F_y^{x_0}(p) & I_m & F_y^u(p) \\ 0 & 0 & I_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ 0 \\ u(p) \end{bmatrix}$$

$$\Omega^{-1}(p) = \begin{bmatrix} (pI_n - A)^{-1} & 0 & (pI_n - A)^{-1} B \\ C(pI_n - A)^{-1} & I_m & C(pI_n - A)^{-1} B + D \\ 0 & 0 & I_s \end{bmatrix}$$

Matlab

пример

```
>> syms p  
I=eye(3)
```

```
I =  
    1    0    0  
    0    1    0  
    0    0    1
```

```
B =  
    2    0  
    0    0  
    0    3
```

```
>> C=[1 0 0]
```

```
C =  
    1    0    0
```

```
>> A=[-1 2 0;-3 0 -4;0 0 -5]
```

```
A =  
   -1    2    0  
   -3    0   -4  
    0    0   -5
```

```
>> F=p*I-A
```

```
F =
```

```
[ p + 1, -2,  0]  
[   3, p,  4]  
[   0, 0, p + 5]
```

```
>> H=inv(F)
```

```
H =
```

```
[ p/(p^2 + p + 6),    2/(p^2 + p + 6),    -8/(p^3 + 6*p^2 + 11*p + 30)]  
[ -3/(p^2 + p + 6),  (p + 1)/(p^2 + p + 6),  -(4*(p + 1))/(p^3 + 6*p^2 + 11*p + 30)]  
[          0,          0,          1/(p + 5)]
```

```
>> Fox=H
```

```
Fox =
```

```
[ p/(p^2 + p + 6),    2/(p^2 + p + 6),    -8/(p^3 + 6*p^2 + 11*p + 30)]  
[ -3/(p^2 + p + 6),  (p + 1)/(p^2 + p + 6),  -(4*(p + 1))/(p^3 + 6*p^2 + 11*p + 30)]  
[          0,          0,          1/(p + 5)]
```

>> Fux=H*B

Fux =

$$\begin{bmatrix} (2*p)/(p^2 + p + 6), & -24/(p^3 + 6*p^2 + 11*p + 30) \\ -6/(p^2 + p + 6), & -(12*(p + 1))/(p^3 + 6*p^2 + 11*p + 30) \\ 0, & 3/(p + 5) \end{bmatrix}$$

>> Foy=C*H

Foy =

$$\begin{bmatrix} p/(p^2 + p + 6), & 2/(p^2 + p + 6), & -8/(p^3 + 6*p^2 + 11*p + 30) \end{bmatrix}$$

>> Fuy=C*H*B

Fuy =

$$\begin{bmatrix} (2*p)/(p^2 + p + 6), & -24/(p^3 + 6*p^2 + 11*p + 30) \end{bmatrix}$$

Вопросы для самостоятельной проработки

1. Изучение соответствующих разделов учебного пособия [3];
2. Применительно к индивидуальному объекту управления (ОУ):
 - найти все передаточные функции (от каждого входа – к каждому выходу)
 - оценить устойчивость (степень устойчивости) каждого канала управления;
 - осуществить компьютерное моделирование и найти все переходные характеристики;