

## Комбинаторные задачи

Интерактивный задачник к учебному пособию Босовой Л.Л. «Занимательные задачи по информатике»

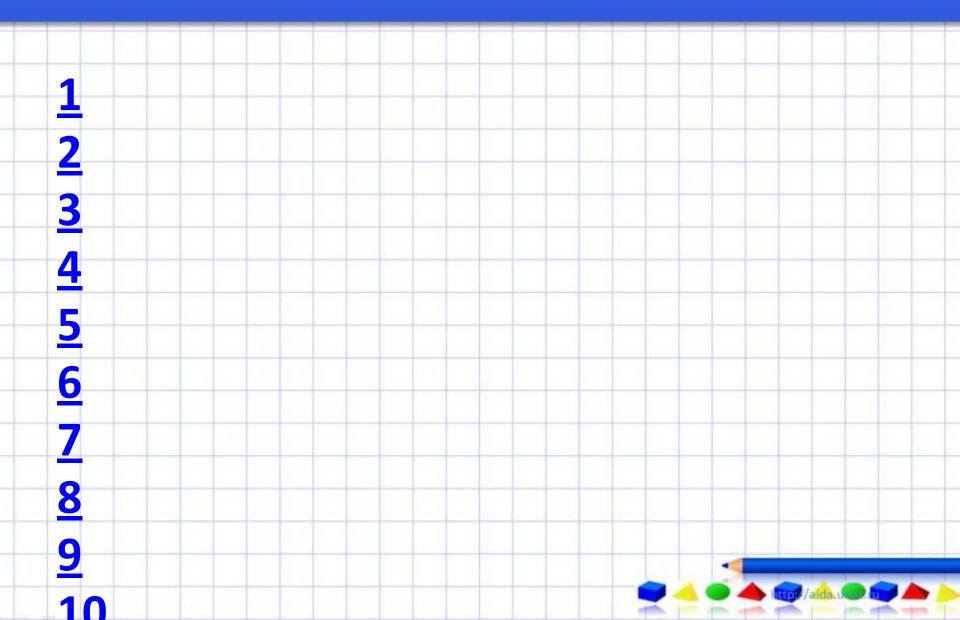
Калач Елена Владимировна, учитель информатики МОУ «СОШ №19» г.о. Электросталь Московской области

Г.о. Электросталь, 2013 год





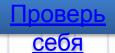
# Задачи

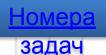


Катя, Маша и Ира играют с мячом. Каждая из них должна по одному разу бросить мяч в сторону каждой подруги. Сколько раз каждая из девочек должна бросать мяч?

Сколько всего раз будет подбрасываться мяч? Определите, сколько раз будет подбрасываться мяч, если в игре примут участие:

- четверо детей;
- пятеро детей.

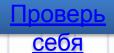






Даны три фасада и две крыши, имеющие одинаковую форму, но раскрашенные в различные цвета: фасады — в желтый, синий и красный цвета, а крыши — в синий и красный цвета.

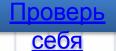
Какие домики можно построить? Сколько всего комбинаций?

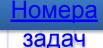






В магазине «Всё для чая» есть пять разных видов чашек и три вида блюдец. Сколько различных видов чайных пар можно из них скомплектовать?







Даны три одинаковых по форме фасада домика:

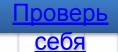
синий, желтый и красный —

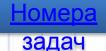
и три крыши:

синяя, желтая и красная.

Какие домики можно построить?

Сколько всего комбинаций?



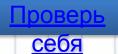


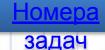


Рисунки на флажках могут иметь вид круга, квадрата, треугольника или звезды, причем их можно раскрасить в зеленый или красный цвет.

Сколько всего может быть разных

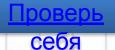
Сколько всего может быть разных флажков?

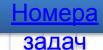






В школьной столовой на обед приготовили в качестве вторых блюд мясо, котлеты и рыбу. На сладкое — мороженое, фрукты и пирог. Можно выбрать одно второе блюдо и одно блюдо на десерт. Сколько существует различных вариантов обеда?

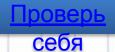


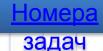




В школьной столовой на обед приготовили в качестве первых блюд суп с мясом и вегетарианский суп,

на второе — мясо, котлеты и рыбу, на сладкое — мороженое, фрукты и пирог. Сколько существует различных вариантов обеда из трех блюд?







Сколькими способами можно рассадить в ряд на стулья трёх учеников?
Выписать все возможные случаи.



Сколькими способами могут четыре (пять) человек стать в ряд?

<u>Проверь</u> себя

<u>Номера</u> задач



Имеется пять елок.

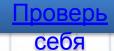
а) Сколькими способами можно покрасить пять елок в серебристый, зеленый и синий цвета, если количество краски не ограничено, а каждую елку красим только в один цвет?

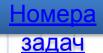
б) Есть пять шариков:

красный, зеленый, желтый, синий и золотой.

Сколькими способами можно украсить ими пять елок,

если на каждую требуется надеть ровно один шарик?



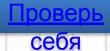




С разных сторон на холм поднимаются три тропинки и сходятся на вершине.

Составьте множество маршрутов, по которым можно подняться на холм и спуститься с него.

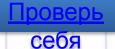
Решите ту же задачу, если вверх и вниз надо идти по разным тропинкам.







Из Акулово в Рыбницу ведут три дороги, а из Рыбницы в Китово — четыре дороги. Сколькими способами можно проехать из Акулово в Китово через Рыбницу?



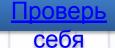


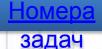


Слог называется открытым, если он начинается с согласной буквы, а заканчивается гласной.

Сколько открытых двухбуквенных слогов можно написать, используя буквы «а», «б», «в», «г», «е», «и», «о»

Выпишите эти слоги.





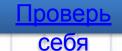


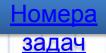
Сколько различных вариантов костюмов из блузки и юбки можно составить, если имеется 4 блузки и 4 юбки?



Когда Петя идет в школу, он иногда встречает одного или нескольких своих приятелей: Васю, Леню, Толю.

Перечислить все возможные случаи, которые при этом могут быть.







Записать все возможные двузначные числа, используя цифры 7 и 4.

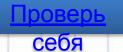
<u>Проверь</u>

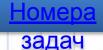
<u>Номера</u>



Миша запланировал купить: карандаш, линейку, блокнот и тетрадь. Сегодня он купил только два разных предмета.

Что мог купить Миша, если считать, что в магазине были все нужные ему учебные принадлежности?







Четыре человека обменялись рукопожатиями.

Сколько было всего рукопожатий?

<u>Проверь</u> себя

<u>Номера</u> задач



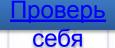
Сколько существует двузначных чисел, в записи которых отсутствует цифра 0?

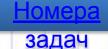
<u>Проверь</u> себя

Номера задач



Записать все возможные трехзначные числа, которые можно составить из цифр 1 и 2.







Выписать все возможные четные трехзначные числа, составленные из цифр 1 и 2.



Записать все возможные двузначные числа, при записи которых используются цифры 2, 8 и 5.



Сколько существует различных двузначных чисел, все цифры которых нечетные?

<u>Проверь</u> себя

<u>Номера</u> задач



Какие трехзначные числа можно записать с помощью цифр 3, 7 и 1 при условии, что в записи числа не должно быть одинаковых цифр?

Сколько таких чисел?



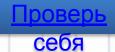
Цифры 0, 3 и 7 написаны на трех карточках. Сколько различных трехзначных чисел можно составить из этих карточек?

<u>Проверь</u> себя

<u>Номера</u> задач



Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 4, 6, если никакую цифру не использовать более одного раза?
Сколько среди этих чисел будет четных?
Сколько нечетных?

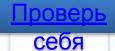


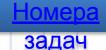




Сколько существует четырехзначных чисел,

у которых сумма цифр равна 4, а произведение цифр равно 0?



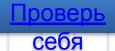


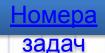


В автомашине пять мест.

Сколькими способами пять человек могут усесться в эту машину,

если занять место водителя могут только двое из них?







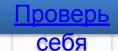
В классе 5 одноместных парт.

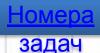
Сколькими способами можно рассадить на них двух (трех) вновь прибывших школьников?



Вспомните басню И. Крылова «Квартет»: Проказница Мартышка, Осел, Козел Да косолапый Мишка Затеяли сыграть Квартет. Ударили в смычки, дерут, а толку нет. «Стой, братцы, стой! — кричит Мартышка. Погодите! Как музыке идти? Ведь вы не так сидите».

Сколькими различными способами могут попытаться сесть эти музыканты? Может ли это улучшить качество их игры?







Мальчиков и девочек рассаживают в ряд на подряд расположенные места, причем мальчики садятся на нечетные места, а девочки — на четные.

Сколькими способами можно это сделать, если:

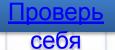
- а) на 6 мест рассаживают 3 мальчиков и 3 девочек;
- б) на 10 мест рассаживают 5 мальчиков и 5 девочек?

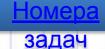
<u>Проверь</u>

Номера задач



На пустую шашечную доску надо поместить две шашки — черную и белую. Сколько различных положений могут они занимать на доске?



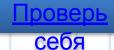




Пусть номер автомобиля составляется из двух букв, за которыми следуют две цифры, например AB-53.

Сколько разных номеров можно составить,

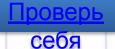
если использовать 5 букв и 6 цифр?

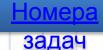






Номер автомобиля состоит из трех букв и четырех цифр. Сколько существует различных автомобильных номеров (три буквы берутся из 29 букв русского алфавита)?







Пусть вам нужно было сходить в библиотеку, сберегательный банк, на почту

и отдать в ремонт ботинки.

Для того чтобы выбрать кратчайший маршрут, необходимо рассмотреть все возможные варианты.

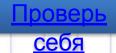
Сколько существует вариантов пути, если библиотека, сберегательная касса, почта и сапожная мастерская расположены далеко друг от друга?

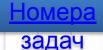


Пусть вам нужно было сходить в библиотеку, сберегательный банк, на почту и отдать в ремонт ботинки. Для того чтобы выбрать кратчайший маршрут, необходимо рассмотреть все возможные варианты.

Сколько существует *разумных* вариантов пути, если библиотека и почта находятся рядом, но значительно удалены от сберегательной кассы и сапожной мастерской,

расположенных далеко друг от друга?



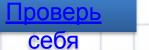


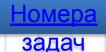


Среди пассажиров, едущих в вагоне, шло оживленное обсуждение четырех журналов.

Оказалось, что каждый выписывает два журнала, причем каждая из возможных комбинаций двух журналов выписывается одним человеком.

Сколько человек было в этой группе?







Имеется пять кубиков, которые отличаются друг от друга только цветом:

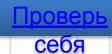
2 красных, 1 белый и 2 черных.

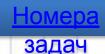
Есть два ящика А и Б,

причем в А помещается 2 кубика, а в Б —

3.

Сколькими различными способами можно разместить эти кубики в ящиках А и Б?







Чтобы принести царю-батюшке молодильные яблоки, должен Иван-царевич найти единственный верный путь

к волшебному саду.

Встретил Иван-царевич на развилке трех дорог старого ворона и вот какие советы от него услышал:

- •иди сейчас по правой тропинке;
- •на следующей развилке не выбирай правую тропинку;
- •на третьей развилке не ходи по левой тропинке. Пролетавший мимо голубь шепнул Ивану-царевичу, что только один совет ворона верный и что обязательно надо пройти по тропинкам разных направлений.

Наштороверь получительнымие и попал в волшебный

задач од.

# OTBETЫ

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39





3 девочки:

каждая бросает мяч двум другим, всего 2 • 3 = 6 бросков;

4 девочки:

$$3 \cdot 4 = 12;$$

5 девочек:

К каждому из 3 фасадов можно подобрать одну из 2 крыш.

Всего 6 комбинаций:

(Фж, Кс), (Фж, Кк), (Фс, Кс), (Фс, Кк), (Фк, Кс), (Фк, Кк).

Чтобы не ошибаться и получить все необходимые комбинации, можно для решения задачи построить

следующую таблицу:

Фасад	Крыша	Крыша		
	Кс	Кк		
Фж	ФжКс	ФжКс		
Фс	ФсКс	ФсКс		
Фк	ФкКс	ФкКс		

запач

### **N**º3-5

**N**23 15 видов чайных пар. Nº4 9 комбинаций. N<sub>2</sub>5 8 разных флажков.

9 вариантов.

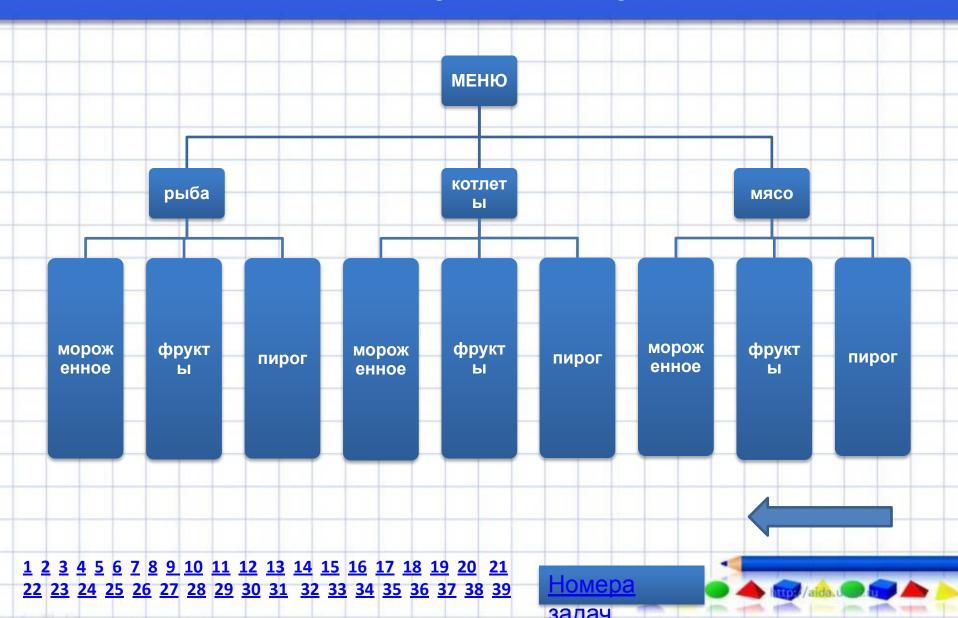
Чтобы не пропустить,

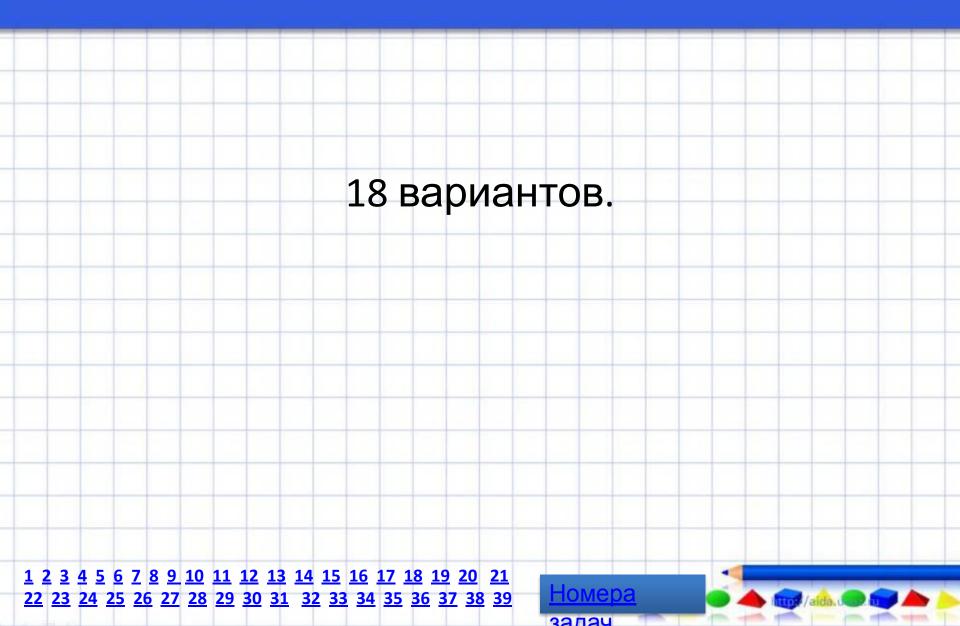
ни один из возможных вариантов обеда,

а также убедиться,

что других вариантов не существует, целесообразно решение изобразить графически с помощью следующей схемы.

# №6 (схема)





Решение задачи удобнее всего представить в виде специальной схемы — дерева. За так называемый корень дерева возьмем произвольную точку плоскости О. На первый стул можно посадить любого из трех учеников — А, В или С.

На схеме это соответствует трем ветвям, исходящим из точки О.
Посадив на первый стул ученика А,
на второй стул можно посадить ученика В или С.
Если же на первый стул сядет ученик В,
то на второй можно посадить А или С.
А если на первый стул сядет С,
то на второй можно будет посадить А или В.
Это соответствует на схеме двум ветвям, исходящим из каждой ветви первого уровня.

### No8

Это соответствует одной ветви дерева, которая «вырастает» на каждой из предыдущих ветвей.

Подсчитаем число всех ветвей последнего уровня.

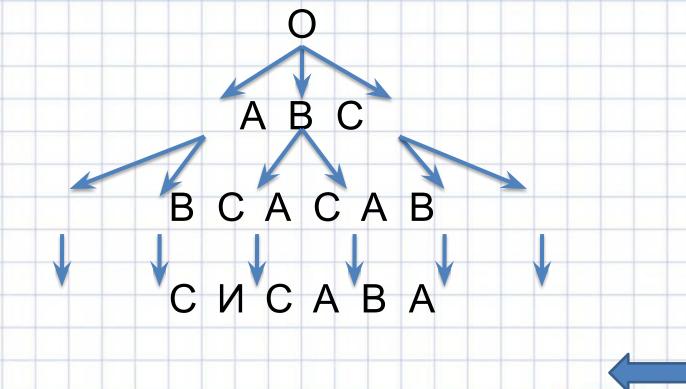
Их будет 3 • 2 • 1 = 6.

Каждая из ветвей последнего уровня— это последний этап в рассаживании учеников на стулья.

Значит, всего способов будет столько, сколько этих ветвей.

# №8 (схема)

Теперь без затруднения можно выписать все способы, идя по ветвям от точки О вниз: ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA.



### No9

В этой задаче не требуется выписывать все возможные варианты, поэтому дерево можно и не строить.

Будем рассуждать так.

На первое место может встать любой из 4(5) человек.

Значит, из начальной точки должно выходить 4 (5) ветвей дерева. Так как на второе место может стать любой из 3 (4) оставшихся человек, то на каждой из 4 (5) ветвей «вырастет» по 3 (4) новых.

Всего будет 4• 3 = 12 (5 • 4 = 20) новых ветвей,

то есть два первых места можно занять 12 (20) способами.

На третье место может стать любой из 2 (3) оставшихся человек, значит, на каждой из 12 (20) ветвей вырастет еще по 2 (3) ветви.

Всего их будет  $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24(5 \cdot 4 \cdot 3 = 60)$ .

Продолжив эти рассуждения, получим, ч

то существует 4 • 3 • 2 • 1 = 24 (5 • 4 • 3 • 2 • 1 = 120) способа(ов) построения в ряд 4(5) человек.

а) Каждую из пяти елок можно покрасить в один из трех цветов, поэтому всего различных способов существует  $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5 = 243$ . б) На первую елку можно надеть любой из пяти шариков, на вторую елку — любой из оставшихся четырех, и так далее; всего получаем 5•4•3•2•1 = 120 способов.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39





### Nº11-12

#### Nº11

Всего 9 маршрутов:

1-1, 1-2, 1-3, 2-1, 2-2, 2-3, 3-1, 3-2, 3-3.

Если требуется вверх и вниз идти

по разным тропинкам,

то из приведенного перечня исключаем маршруты 1-1, 2-2, 3-3.

#### Nº12



### **N**<sub>2</sub>13

4 (количество гласных) • 3 (количество согласных) = 12.

Все слоги легко выписать, если заполнить следующую таблицу:

	a	е	И	0
б	ба	бе	би	бо
В	ва	ве	ВИ	ВО
г	га	ге	ГИ	ГО



### Nº14-16

#### **№**14

4 • 4 = 16.

#### **№15**

Возможны 7 случаев: В, Л, Т, ВЛ, ВТ, ЛТ, ВЛТ.

#### **№16**

77, 74, 44, 47.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39





# **№17**

	карандаш	линейка	блокнот	тетрадь
карандаш		КЛ	КБ	KT
линейка			ЛБ	ЛТ
блокнот				БТ
тетрадь				

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39





### Nº18-20

Nº18

6 рукопожатий.

Nº19

 $9 \cdot 9 = 81.$ 

**№20** 

Всего 2 • 2 • 2 = 8 чисел:

111, 112, 121, 122, 211, 212, 221, 222.

### Nº 21-23

#### Nº21

Всего 2 • 2 • 1 = 4 числа: 112, 122, 212, 222.

#### **N**º22

22, 28, 25, 82, 88, 85, 52, 58, 55.

#### **№23**

Такие числа состоят из цифр 1, 3, 5, 7 и 9. Всего их 5 • 5 = 25.





#### Nº 24-26

#### Nº24

Всего 3 • 2 • 1 = 6 чисел:

137, 173, 317, 371, 713, 731.

#### **N**º25

Всего четыре разных числа:

307, 370, 703, 730.

#### **№26**

Всего 4 • 3 • 2 = 24 числа, среди них 6 (четвертая часть) нечетных и 18 четных.

### Nº27-28

#### Nº 27

Существует 19 четырехзначных чисел, удовлетворяющих этим условиям: 4000, 3001, 3010, 3100, 2011, 2101, 2110, 2002, 2020, 2200, 1003, 1030, 1300, 1012, 1102,1120,1021, 1201,1210.

#### **№28**

 $2 \bullet 4 \bullet 3 \bullet 2 \bullet 1 = 48.$ 

### Nº29-31

#### **№**29

$$5 \bullet 4 = 20 (5 \bullet 4 \bullet 3 = 60).$$

#### **N**º30

$$4 \bullet 3 \bullet 2 \bullet 1 = 24.$$

#### **№**31

$$6)5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 3600.$$



### Nº32-33

#### Nº32

Первую шашку можно поставить на любую из 64 клеток, а для второй всегда остаются 63 свободные клетки.

Всего 64 • 63 = 4032 варианта.

#### **N**º33

- 5 5 = 25 число различный буквенных сочетаний;
- 6 6 = 36 число цифровых сочетаний. Всего 25 36 = 900 разных номеров.

### Nº34-36

**№**34

Существует

29 • 29 • 29 • 10 • 10 • 10 • 10 = 243 890 OOO HOMEPOB.

**№**35

Всего 4 • 3 • 2 • 1 = 24 маршрута.

**№**36

12 маршрутов.

### Nº37-38

**№37** 

6 пассажиров.

**№38** 

Обозначим красные кубики буквой К, белые— Б, черные— Ч.

В ящике А могут быть только следующие 5 комбинаций: КК, КБ, КЧ, ЧБ и ЧЧ.

Обозначим правую, среднюю и левую тропинки соответственно П, С, Л.

Возможные маршруты представим в виде графа.

При этом подсказки ворона отметим более жирными ребрами.

Так как только один совет ворона верен, то на графе ему будет соответствовать маршрут, имеющий одно «жирное» ребро (показан красным цветом).

# №39 (схема)

