Золотое сечение

Авторы: учащиеся 10 класса МБОУ СОШ№6 г. Павлова
Мочалин Р.
Родионов С.
Учитель: Клепикова Е.И

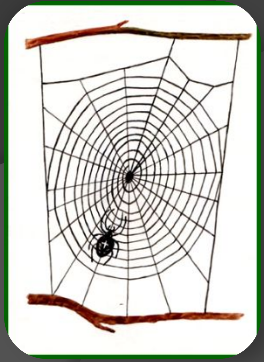
Январь 2012

«…Геометрия владеет двумя сокровищами – теоремой Пифагора и золотым сечением, и если первое из них можно сравнить с мерой золота, то второе – с драгоценным камнем…»

Иоганн Кеплер

Содержание презентации

1. Определение золотого сечения
2. Золотое сечение и гармония в искусстве
3. Примеры сознательного использования
4. Работы Фидия
5. Математические свойства



Определение золотого сечения

Золотое сечение (золотая пропорция, деление в крайнем и среднем отношении) — деление непрерывной величины на две части в таком отношении, при котором меньшая часть так относится к большей, как большая ко всей величине.

Отношение большей части к меньшей в этой пропорции выражается квадратичной иррациональностью

$$\varphi = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \approx 1{,}6180339887\ldots$$

и, наоборот, отношение меньшей части к большей

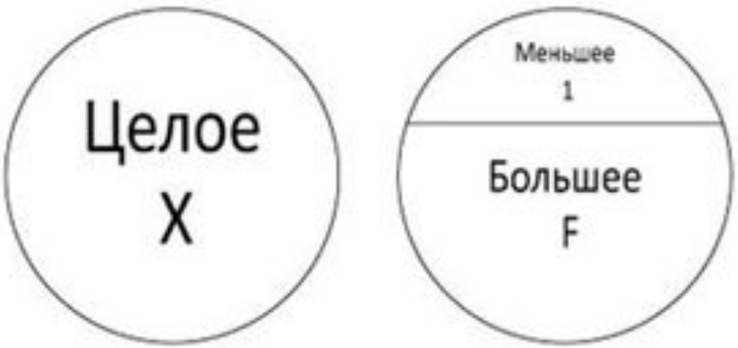
$$\frac{1}{\varphi} = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0{,}6180339887\ldots$$

В дошедшей до нас античной литературе деление отрезка в крайнем и среднем отношении впервые встречается в «Началах» Евклида (ок. 300 лет до н. э.), где оно применяется для построения правильного пятиугольника.

Лука Пачоли, современник и друг Леонардо да Винчи, называл это отношение «божественной пропорцией». Термин «золотое сечение» (goldener Schnitt) был введён в обиход Мартином Омом в 1835 году.

Золотое сечение имеет множество замечательных свойств, но ещё больше свойств вымышленных Многие люди «стремятся найти» золотое сечение во всём что между полутора и двумя.

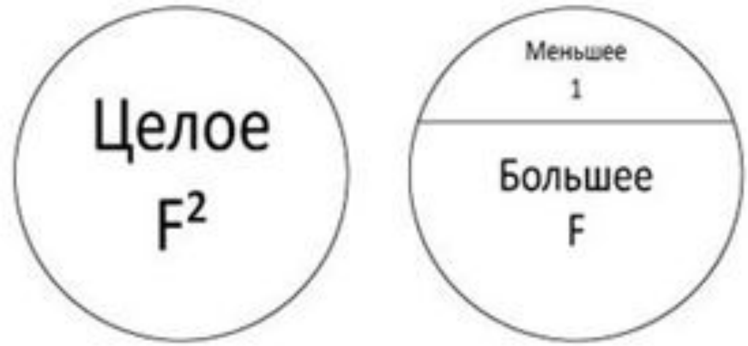
«**Золотое сечение** , это такое деление целого на 2 части, при котором отношение большего к меньшему, равно отношению целого к большему ».



$$\frac{\text{Целое}}{\text{Большее}} = \frac{\text{Большее}}{\text{Меньшее}}$$

$$\text{Целое} = \frac{\text{Большее}^2}{\text{Меньшее}}$$

$$X = F^2$$



Мы получили последовательность - $1; F; F^2$

Её можно продлить $\ldots 1/F^3; 1/F^2; 1/F; 1; F; F^2; F^3 \ldots$

К особенностям этого ряда относится то , что **каждый следующий член ряда равен сумме двух предыдущих** , а так же каждый следующий член ряда равен предыдущему , умноженному на F.

$$F^2=F+1 \;\Rightarrow\; F^2-F-1=0$$

Его дискриминант 5 . А корни равны :

$F1=1.618$

$F2=-0.618$

Золотое сечение и гармония в искусстве

Под «правилом золотого сечения» в архитектуре и искусстве обычно понимаются асимметричные композиции, не обязательно содержащие золотое сечение математически.

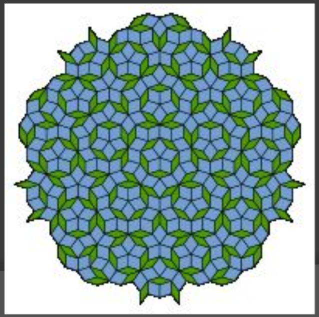
Многие утверждают, что объекты, содержащие в себе «золотое сечение», воспринимаются людьми как наиболее гармоничные. Обычно такие исследования не выдерживают строгой критики. В любом случае ко всем этим утверждениям следует относиться с осторожностью, поскольку во многих случаях это может оказаться результатом подгонки или совпадения. Есть основание считать, что значимость золотого сечения в искусстве преувеличена и основывается на ошибочных расчётах. Некоторые из таких утверждений:

Пропорции пирамиды Хеопса, храмов, барельефов, предметов быта и украшений из гробницы Тутанхамона якобы свидетельствуют, что египетские мастера пользовались соотношениями золотого сечения при их создании.

Согласно Ле Корбюзье, в рельефе из храма фараона Сети I в Абидосе и в рельефе, изображающем фараона Рамзеса, пропорции фигур соответствуют золотому сечению. В фасаде древнегреческого храма Парфенона также присутствуют золотые пропорции. В циркуле из древнеримского города Помпеи (музей в Неаполе) также заложены пропорции золотого деления, и т. д. и т. п.

Результаты исследования золотого сечения в музыке впервые изложены в докладе Эмилия Розенова (1903) и позднее развиты в его статье «Закон золотого сечения в поэзии и музыке» (1925). Розенов показал действие данной пропорции в музыкальных формах эпохи Барокко и классицизма на примере произведений Баха, Моцарта, Бетховена.

При обсуждении оптимальных соотношений сторон прямоугольников (размеры листов бумаги A0 и кратные, размеры фотопластинок (6:9, 9:12) или кадров фотоплёнки (часто 2:3), размеры кино- и телевизионных экранов — например, 3:4 или 9:16) были испытаны самые разные варианты. Оказалось, что большинство людей не воспринимает золотое сечение как оптимальное и считает его пропорции «слишком вытянутыми»



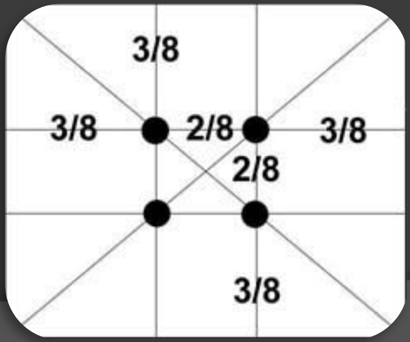
МОЗАИКА ПЕНРОУЗА

Примеры сознательного использования

Начиная с Леонардо да Винчи, многие художники сознательно использовали пропорции «золотого сечения». Российский зодчий Жолтовский также использовал золотое сечение в своих проектах.

Известно, что Сергей Эйзенштейн искусственно построил фильм «Броненосец Потёмкин» по правилам золотого сечения. Он разбил ленту на пять частей. В первых трёх действие развивается на корабле. В двух последних — в Одессе, где разворачивается восстание. Этот переход в город происходит точно в точке золотого сечения. Да и в каждой части есть свой перелом, происходящий по закону золотого сечения. В кадре, сцене, эпизоде происходит некий скачок в развитии темы: сюжета, настроения. Эйзенштейн считал, что, так как такой переход близок к точке золотого сечения, он воспринимается как наиболее закономерный и естественный.

Другим примером использования правила «золотого сечения» в киноискусстве служит расположение основных компонентов кадра в особых точках — «зрительных центрах». Часто используются четыре точки, расположенные на расстоянии 3/8 и 5/8 от соответствующих краёв плоскости



ЗОЛОТОЕ СЕЧЕНИЕ И ЗРИТЕЛЬНЫЕ ЦЕНТРЫ

Работы Фидия

Скульптор Фидий часто использовал золотую пропорцию в своих произведениях. Самыми знаменитыми из них были статуя Зевса Олимпийского, которая считалась одним из семи чудес света, и статуя Афины Парфенос.

ЗЕВС ОЛИМПИЙСКИЙ

АФИНА ПАРФЕНОС

Парфенон

Фидий руководил строительством храма Парфенон в Афинах.

Парфенон – это одно из красивейших произведений древнегреческой архитектуры. Он и сейчас, несмотря на то, что со времени его постройки прошло более 2,5 тысячелетий, производит огромное впечатление. Некогда белоснежный мрамор стал от времени золотисто-розовым. Величественное здание, стоящее на холме из известняка, возвышается над Афинами и их окрестностями. Но поражает оно не своими размерами, а гармоническим совершенством пропорций. Здание не вдавливается своей тяжестью в землю, а как бы парит над нею, кажется очень лёгким. Многие искусствоведы стремились раскрыть секрет того могучего эмоционального воздействия, которое это здание оказывает на зрителя. Разгадку они увидели в том, что в соотношениях многих частей храма присутствует золотая пропорция. Так, отношение высоты здания к его длине равно □. Отношения целого ряда частей Парфенона дают число □. Говорят, что «…у греческого храма нет размеров, у него есть пропорции …»

Математические свойства

- — иррφиональное алгебраическое число, положительное решение квадратного уравнения x2 − x − 1 = 0, откуда, в частности, следуют соотношения:

φ2 = φ + 1,

$$\varphi \cdot (\varphi - 1) = 1, \qquad \varphi = \frac{1}{\varphi} + 1.$$

- – φ представляется через тригонометрические функции:

$$\varphi = 2 \cdot \cos \frac{\pi}{5}.$$

- φ редставляется в виде бесконечной цепочки квадратных корней:

$$\varphi = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \ldots}}}}$$

- φ едставляется в виде бесконечной цепной дроби

$$\varphi = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \ldots}}},$$

подходящими дробями которой служат отношения последовательных чисел Фибоначчи

$$\frac{F_{n+1}}{F_n}$$

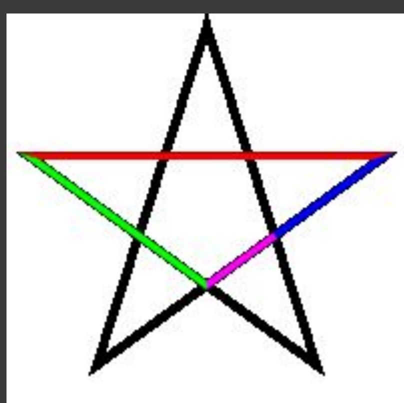
Таким образом,

$$\varphi = \lim_{n\to\infty} \frac{F_{n+1}}{F_n}.$$

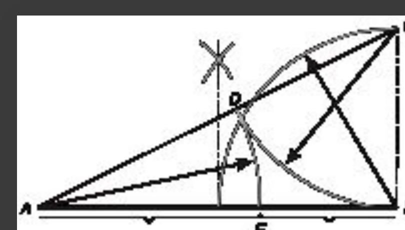
В правильной пятиконечной звезде каждый отрезок делится пересекающим его отрезком в золотом сечении (на приведённом рисунке отношение красного отрезка к зелёному, так же как зелёного к синему, так же как синего к фиолетовому, равны)

Геометрическое построение. Золотое сечение отрезка AB можно построить следующим образом: в точке B восстанавливают перпендикуляр к AB, откладывают на нём отрезок BC, равный половине AB, на отрезке AC откладывают отрезок CD, равный BC, и наконец, на отрезке AB откладывают отрезок AE, равный AD. Тогда

$$\varphi = \frac{|AB|}{|AE|} = \frac{|AE|}{|EB|}.$$



Золотое сечение в пятиконечной звезде



Построение золотого сечения

Пентаграмма

Пентаграмма представляет собой вместилище золотых пропорций! Интересно, что внутри пятиугольника можно продолжить строить пятиугольники и золотые отношения будут сохраняться.