

# **ПОДГОТОВКА К ЕГЭ**

## **Задачи В 10**

Автор:

Сидорова А.В.

Учитель математики

МБОУ СОШ № 31

---

г. Мурманск

2012

# ВВЕДЕНИЕ

- *Вероятность события количественно характеризует возможность (шанс) осуществления этого события в ходе случайного эксперимента.*
- **Вероятностью** события  $A$  называется отношение числа благоприятных исходов к общему числу всех элементарных исходов испытания, если все исходы равновозможны (**классическое определение вероятности**).
- Формулой это определяется так:

$$P(A) = \frac{N(A)}{N}$$

# СХЕМА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

---

Определить, в чем состоит случайный эксперимент и какие у него элементарные события. Убедиться, что они равновероятны.

1. Найти общее число элементарных событий ( $N$ )
2. Определить, какие элементарные события благоприятствуют событию  $A$ , и найти их число  $N(A)$ .
3. Найти вероятность события  $A$  по формуле

$$P(A) = \frac{N(A)}{N}$$



**Вася, Петя, Коля и Леша** бросили жребий – кому начинать игру. Найдите вероятность того, что игру будет начинать **Петя**.

Решение

**Случайный эксперимент** – бросание жребия.

**Элементарное событие** – участник, который выиграл жребий.

Число элементарных событий:

$N=4$   
Событие  $A = \{\text{жребий выиграл Петя}\},$

$$N(A)=1$$
$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{1}{4} = 0,25$$

**Ответ:**

**0,25**

Дежурные по классу Алексей, Иван, Татьяна и Ольга бросают жребий - кому стирать с доски. Найдите вероятность того, что стирать с доски достанется одной из девочек.



Алексе

й

Иван

Татьян

а

Ольга

$$P(A) = \frac{2}{4} = 0,5$$

Ответ:

0,5

Какова вероятность того, что случайно выбранное натуральное число от 10 до 19 делится на три?

10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19



$$P(A) = \frac{3}{10} = 0,3$$

Ответ:

0,3

В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел **выпадет ровно один раз**.

Решение



решка -  
Р

орел -  
О

$N =$

4

$N(A) =$

2

Возможные исходы  
события:

1 бросок	2 бросок
О	О
О	Р
Р	О
Р	Р

4  
исхода

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5$$

Ответ: 0,  
5

Монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что выпадет хотя бы один **ОРЕЛ**.



1	2
О	О
О	Р
Р	О
Р	Р

$$P(A) = \frac{3}{4} = 0,75$$

Ответ: 0,75

Перед началом футбольного матча судья бросает монету, чтобы определить, какая из команд начнет игру с мячом. Команда «Физик» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Физик» выиграет жребий **ровно два раза**.



I м.	О	О	О	О	Р	Р	Р	Р
II м.	О	О	Р	Р	О	О	Р	Р
III м.	О	Р	О	Р	О	Р	О	Р

О – орел (первый)

Р – решка  
(второй)

$$P(A) = \frac{3}{8} = 0,375$$

**Ответ:**

В случайном эксперименте монету бросили **три** **раза**. Какова вероятность того, что орел выпал **ровно два раза**.

Решение Множество элементарных

$N =$

: ИСХОДОВ:

1 бросо	2 бросо	3 бросо
О	О	О
О	О	Р
О	Р	О
О	Р	Р
Р	О	О
Р	О	Р
Р	Р	О
Р	Р	Р

$A = \{ \text{орел выпал ровно 2} \}$

$N(A) =$   
3

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{3}{8} = 0,375$$

8  
ИСХОДОВ

Ответ:

0,375

Монету бросают  
вероятность того,  
что она выпадет  
орлом **раз**.

Найдите  
вероятность того,  
что она выпадет **ровно три**

1	2	3	4
O	O	O	O
O	O	O	P
O	O	P	O
O	O	P	P
O	P	O	O
O	P	O	P
O	P	P	O
O	P	P	P
P	O	O	O
P	O	O	P
P	O	P	O
P	O	P	P
P	P	O	O
P	P	O	P
P	P	P	O
P	P	P	P

$$P(A) = \frac{4}{16} = 0,25$$

**Ответ:**

**0,25**



# КАК РЕШИТЬ ПРОЦЕ?

---

- Как видите, в последней задаче пришлось выписывать 16 вариантов. Вы уверены, что сможете выписать их без единой ошибки? Поэтому давайте рассмотрим второй способ решения.



# СПЕЦИАЛЬНАЯ ФОРМУЛА ВЕРОЯТНОСТИ

**Теорема.** Пусть монету бросают  $n$  раз. Тогда вероятность того, что орел выпадет ровно  $k$  раз, можно найти по формуле:

$$p = \frac{C_n^k}{2^n}$$

- Где  $C_n^k$  — число сочетаний из  $n$  элементов по  $k$ , которое считается по формуле:

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

- Таким образом, для решения задачи с монетами нужны два числа: число бросков и число орлов. Чаще всего эти числа даны прямо в тексте задачи. Более того, не имеет значения, что именно считать: решки или орлы. Ответ получится один и тот же.

## 2 СПОСОБ

Монету бросают **четыре** **раза**. Найдите вероятность того, что орел выпадет **ровно три** **раза**.

- ▣ **Решение.** По условию задачи, всего бросков было  $n = 4$ . Требуемое число орлов:  $k = 3$ . Подставляем  $n$  и  $k$  в формулу:

$$p = \frac{C_4^3}{2^4} = \frac{4!}{3! (4 - 3)!} = \dots = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} = 0,25$$

**Ответ:**

**0,25**

Монету бросают **три** раза. Найдите вероятность того, что **решка не выпадет ни разу**.

- **Решение.** Снова выписываем числа  $n$  и  $k$ . Поскольку монету бросают 3 раза,  $n = 3$ . А поскольку решек быть не должно,  $k = 0$ . Осталось подставить числа  $n$  и  $k$  в формулу:

$$p = \frac{C_3^0}{2^3} = \frac{3!}{0! (3-0)!} = \dots = \frac{1}{8} = 0,125$$

- $0! = 1$  по определению. Поэтому  $C_3^0 = 1$ .

**Ответ:**

**0,125**

В случайном эксперименте симметричную монету бросают **4 раза**. Найдите вероятность того, что **орел выпадет больше раз, чем решка**.

- **Решение.** Чтобы орлов было больше, чем решек, они должны выпасть либо 3 раза, либо 4. Найдем вероятность каждого из этих событий.
- Пусть  $p_1$  — вероятность того, что орел выпадет 3 раза. Тогда  $n = 4$ ,  $k = 3$ . Имеем:
$$p_1 = \frac{C_4^3}{2^4} = \frac{4!}{3!(4-3)!} = \dots = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} = 0,25$$
- Пусть  $p_2$  — вероятность того, что орел выпадет все 4 раза. В этом случае  $n = 4$ ,  $k = 4$ . Имеем:
$$p_2 = \frac{C_4^4}{2^4} = \frac{4!(4-4)!}{16} = \dots = \frac{1}{16} = 0,0675$$
- Имеем:  $p = p_1 + p_2 = 0,25 + 0,0675 = 0,3175$

**Ответ: 0,317**

Игральный кубик бросили один раз. Какова вероятность того, что выпало число очков, **больше** **чем 4**. Результат округлите до сотых.

## Решени

**Случайный эксперимент** – бросание кубика.

**Элементарное событие** – число на выпавшей **грану**  
Всего  $N=6$

граней:  
Элементарные  
события:

1, 2, 3, 4, 5, 6

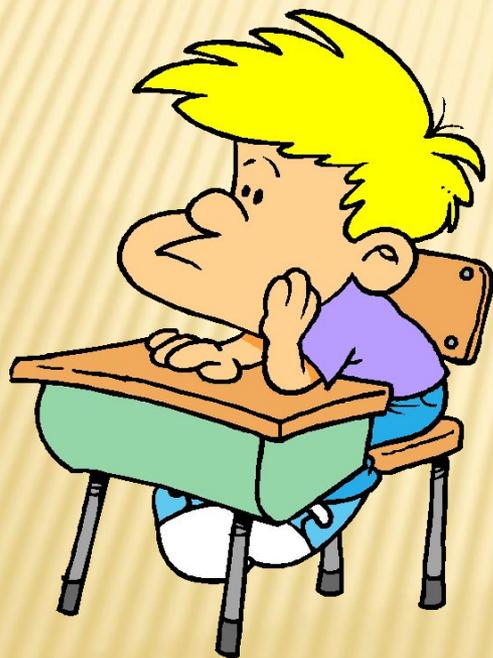
$N(A)=$   
2

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0,333... \approx 0,33$$

**Ответ: 0,3**



В случайном эксперименте игральный кубик бросают один раз. Найдите вероятность того, что выпадет число, **меньшее чем 4**.



1, 2, 3, 4, 5, 6

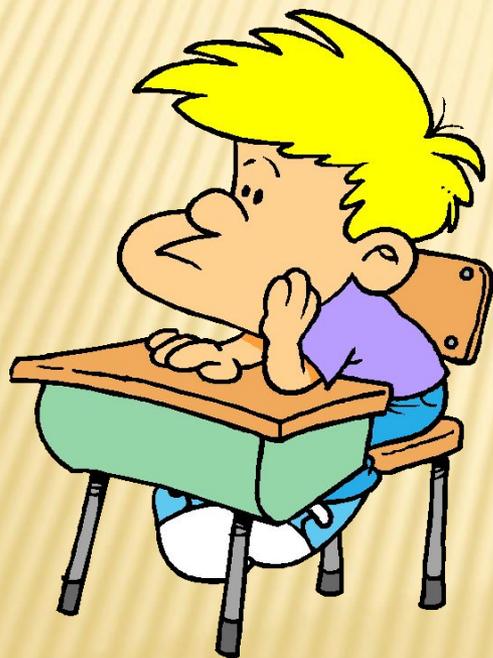


$$P(A) = \frac{3}{6} = 0,5$$

**Ответ:**

**0,5**

В случайном эксперименте игральный кубик бросают **один** раз. Найдите вероятность того, что выпадет **четное число**.



1, **2**, 3, **4**, 5, **6**



$$P(A) = \frac{3}{6} = 0,5$$

**Ответ:**

**0,5**

В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет **8 очков**. Результат округлите до сотых.

## Решени

Множество элементарных

Исход: выпавших сторонах	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

$$N=36$$



$A = \{\text{сумма равна } 8\}$

$$N(A) = 5$$

$$P(A) = \frac{N(A)}{N}$$

$$P(A) = \frac{5}{36} = 0,1388... \approx 0,14$$

Ответ: 0,14

В чемпионате по гимнастике участвуют 20 спортсменок: 8 из России, 7 из США, остальные из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется **из Китая**.

## Решение

1) Определите  $N = 20$

$A = \{ \text{первой будет спортсменка из Китая} \}$

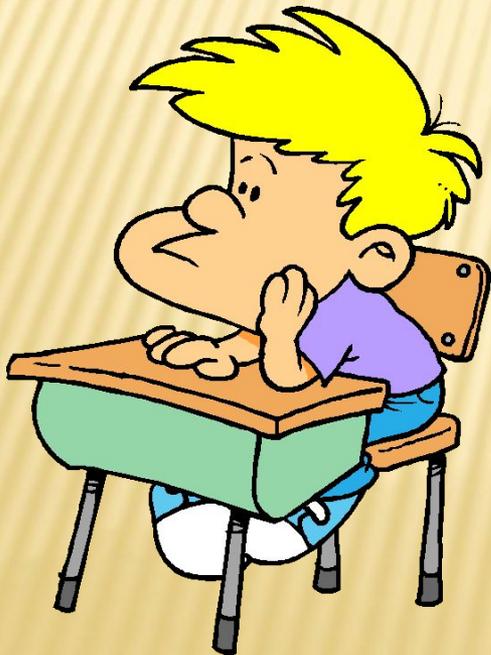
2) Определите  $N(A) = 20 - 8 - 7 =$

$N(A):$

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{5}{20} = 0,25$$

**Ответ:**

**0,25**



На чемпионате по прыжкам в воду выступают 25 спортсменов, среди них 8 прыгунов из России и 9 прыгунов из Парагвая. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что шестым будет выступать прыгун **из Парагвая**.

Решение  $N = 25$

$A = \{\text{шестым будет прыгун из Парагвая}\}$   
 $N(A) = 9$

$$P(A) = \frac{9}{25} = 0,36$$

**Ответ:**

**0,36**



В соревнованиях по толканию ядра участвуют 4 спортсмена из Финляндии, 7 спортсменов из Дании, 9 спортсменов из Швеции и 5 – из Норвегии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Швеции.

### Решение

Всего спортсменов:  $N = 4 + 7 + 9 + 5 = 25$

$$N=25$$

$A = \{\text{последний из Швеции}\}$   $N(A)=9$

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{9}{25} = 0,36$$

**Ответ:**



# ЗАМЕЧАНИЕ

---

- Последние три задачи, по сути, абсолютно одинаковы, но с первого взгляда их вопросы кажутся разными. Зачем? Чтобы запутать школьника? Нет, у составителей другая задача: на экзамене должно быть много разных вариантов одинаковой степени трудности. Итак, не надо пугаться "каверзного вопроса", надо рассматривать ситуацию, которая описывается в задаче, со всех сторон.

В сборнике билетов по биологии всего **55** билетов, в **11** из них встречается вопрос по ботанике. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по ботанике.

Решение

$$N = 55$$

$A = \{\text{достанется вопрос по ботанике}\}$   
 $N(A) = 11$

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{11}{55} = \frac{1}{5} = 0,2$$

Ответ:

0,2



В сборнике билетов по математике всего **25** билетов, в **10** из них встречается вопрос по неравенствам. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику **не достанется** вопроса по неравенствам.

Решение

$N =$

$A = \{ \text{не достанется вопрос по неравенствам} \}$

$$N(A) = 25 - 10 = 15$$

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5} = 0,6$$



**Ответ:**

**0,6**

В среднем из 1000 аккумуляторов, поступивших в продажу, 6 неисправны. Найдите вероятность того, что купленный аккумулятор окажется **исправным**.

Решение  $N =$

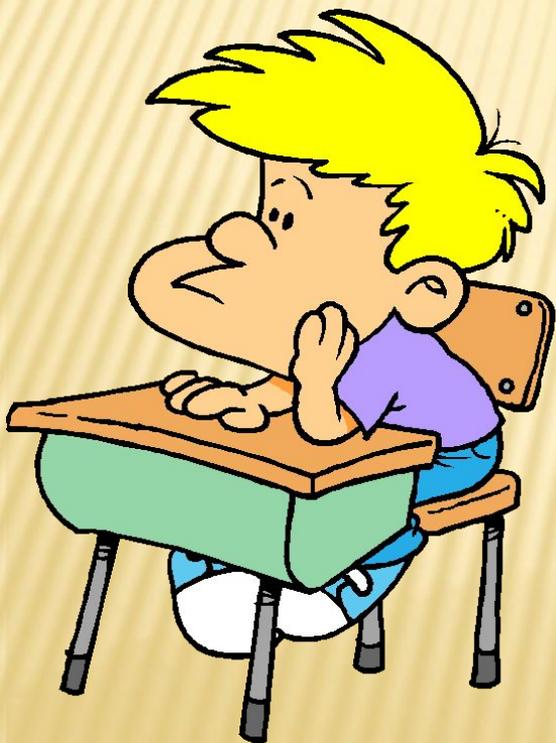
1000

$A := \{\text{аккумулятор исправен}\}$

$$N(A) = 1000 - 6 =$$

994

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{994}{1000} = 0,994$$



**Ответ:**

**0,994**

Фабрика выпускает сумки. В среднем **на 100 качественных сумок** приходится **восемь сумок со скрытыми дефектами**. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется **качественной**.  
Результат округлите до сотых.

Решение

Всего сумок:  $N = 100 + 8 = 108$

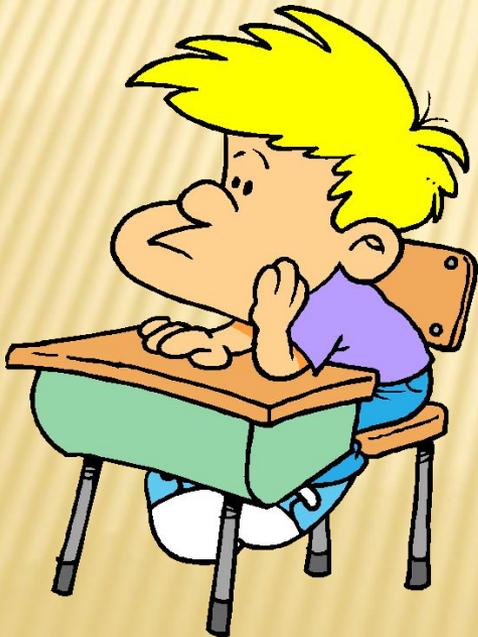
$N = 100$

$A = \{ \text{качественная сумка} \}$   $N(A) = 100$

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{100}{108} = 0,925... \approx 0,93$$

Ответ:

0,93



# **ЗАМЕЧАНИЕ**

---

- Сравните эту и предыдущую задачи. Как важно внимательно относиться к каждому слову в условии!



Конкурс исполнителей проводится в 5 дней. Всего заявлено 80 выступлений - по одному от каждой страны. В первый день 8 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

Решение Всего  $N = 80$  выступлений  $N=8$

В первый день 8 выступлений, в оставшиеся  $5 - 1 = 4$  дня по  $(80 - 8) : 4 = 18$  выступлений  $N(A)=18$

В третий день состоится 18 выступлений - это благоприятствующие для россиянина

события,

$$P(A) = \frac{18}{80} = \frac{9}{40} = 0,225$$

Ответ:

0,225

Научная конференция проводится в 5 дней. Всего запланировано 75 докладов — первые три дня по 17 докладов, остальные распределены поровну между четвертым и пятым днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

Решение Всего  $N = 75$  докладов  $N=7$

В первые три дня по 17 докладов:  $17 \cdot 3 = 51$ ,  
в оставшиеся  $5 - 3 = 2$  дня по  $(75 - 51) : 2 = 12$   
докладов.  $N(A)=12$

В последний день - 12 докладов - это благоприятствующие для профессора М.

события,

$$P(A) = \frac{12}{75} = \frac{4}{25} = 0,16$$

Ответ:

0,16

Перед началом первого тура чемпионата по бадминтону участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 бадминтонистов, среди которых 10 участников из России, в том числе Руслан Орлов. Найдите вероятность того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с каким-либо бадминтонистом **из России**?

Решение

:



## Решение

- Событие  $A$  - "Руслан Орлов будет играть с бадминтонистом из России".
- Соревнования по бадминтону, обычно, проводятся с выбыванием, и только в первом туре участвуют все 26 бадминтонистов.
- Но число всех возможных исходов не равно 26,  $N = 26 - 1 = 25$ , потому что Руслан Орлов не может играть с самим собой.
- По той же причине  $N(A) = 10 - 1 = 9$ , ведь Руслан Орлов входит в число 10 участников из России.

$$P(A) = \frac{9}{25} = 0,36$$

Ответ:

0,36

# ЗАДАЧА В10 ПРО МОНЕТЫ ИЗ ДИАГНОСТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

---

7 ДЕКАБРЯ 2011

- *В кармане у Пети было 2 монеты по 5 рублей и 4 монеты по 10 рублей. Петя, не глядя, переложил какие-то 3 монеты в другой карман. Найдите вероятность того, что пятирублевые монеты лежат теперь в разных карманах.*

# ЧТО ДЕЛАТЬ? !

---

- Кодируем монеты числами: 1, 2 (это пятирублёвые), 3, 4, 5, 6 (это десятирублёвые). Условие задачи можно теперь сформулировать так:
- *Есть шесть фишек с номерами от 1 до 6. Сколькими способами можно разложить их по двум карманам поровну, так чтобы фишки с номерами 1 и 2 не оказались вместе?*

# РЕШЕНИЕ

- Давайте запишем, что у нас в первом кармане. Найдём число возможных комбинаций из набора 1 2 3 4 5 6. Набор из трёх фишек будет трёхзначным числом.

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad C_6^3 = \frac{6!}{3!(6-3)!} = 20$$

- Исключим из этого числа набор цифр, в которых есть сочетание 1 и 2: 123, 124, 125, 126, а также 345, 346, 356, 456, т.к. это означает, что фишки 1 и 2 обе оказались в не в первом, а во втором кармане.

$$P(A) = \frac{12}{20} = 0,6$$

- Тогда искомая вероятность

**Ответ:**

# В ПРЕЗЕНТАЦИИ ИСПОЛЬЗОВАНЫ МАТЕРИАЛЫ ИЗ ИНТЕРНЕТ – РЕСУРСОВ:

1. **Липлянская Т.Г. Подготовка к ЕГЭ. В 10.**  
Решение задач по теории вероятности.
2. <http://ege-study.ru/materialy-ege/teoriya-veroyatnostej-na-ege-po-matematike/>
3. <http://www.berdov.com/ege/teorver/coins/>
4. <http://mathege.ru/or/ege/ShowProblems?offset=6&posMask=512&showProto=true>
5. <http://ege-online-test.ru/theory.php?art=B10-1>
6. [http://mytutor.spb.ru/math\\_material/b10](http://mytutor.spb.ru/math_material/b10)