

ПОДГОТОВКА К ЕГЭ

Задачи В 10

Автор:

Сидорова А.В.

Учитель математики

МБОУ СОШ № 31

г. Мурманск

2012

ВВЕДЕНИЕ

- *Вероятность события количественно характеризует возможность (шанс) осуществления этого события в ходе случайного эксперимента.*
- **Вероятностью** события A называется отношение числа благоприятных исходов к общему числу всех элементарных исходов испытания, если все исходы равновозможны (**классическое определение вероятности**).
- Формулой это определяется так:

$$P(A) = \frac{N(A)}{N}$$

СХЕМА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Определить, в чем состоит случайный эксперимент и какие у него элементарные события. Убедиться, что они равновероятны.

1. Найти общее число элементарных событий (N)
2. Определить, какие элементарные события благоприятствуют событию A , и найти их число $N(A)$.
3. Найти вероятность события A по формуле

$$P(A) = \frac{N(A)}{N}$$



Вася, Петя, Коля и Леша бросили жребий – кому начинать игру. Найдите вероятность того, что игру будет начинать **Петя**.

Решение

Случайный эксперимент – бросание жребия.

Элементарное событие – участник, который выиграл жребий.

Число элементарных событий:

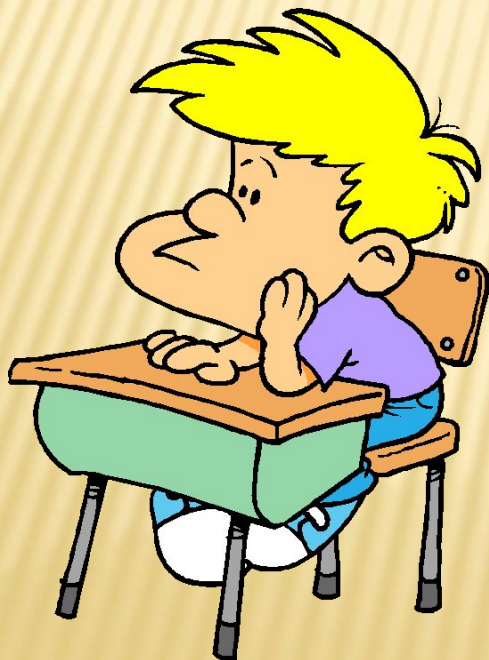
$N=4$
Событие $A = \{\text{жребий выиграл Петя}\},$

$$N(A)=1$$
$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{1}{4} = 0,25$$

Ответ:

0,25

Дежурные по классу Алексей, Иван, Татьяна и Ольга бросают жребий - кому стирать с доски. Найдите вероятность того, что стирать с доски достанется одной из девочек.



Алексе

й

Иван

Татьян

а

Ольга

$$P(A) = \frac{2}{4} = 0,5$$

Ответ:

0,5

Какова вероятность того, что случайно выбранное натуральное число от 10 до 19 делится на три?

10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19



$$P(A) = \frac{3}{10} = 0,3$$

Ответ:

0,3

В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел **выпадет ровно один раз**.

Решение



решка -
Р

орел -
О

$N =$

4

$N(A) =$

2

Возможные исходы
события:

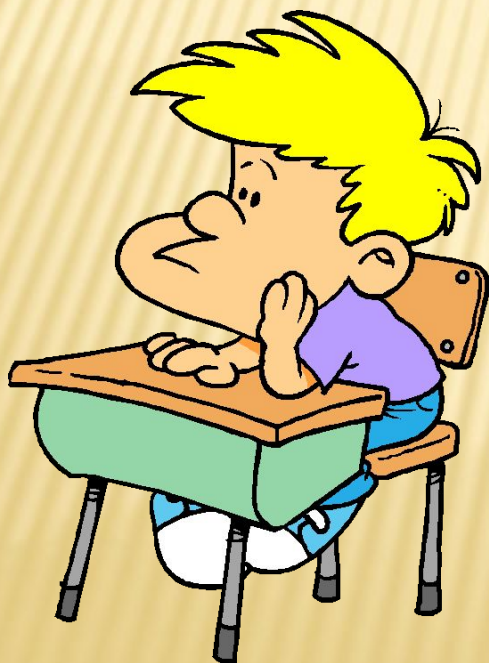
1 бросок	2 бросок
О	О
О	Р
Р	О
Р	Р

4
исхода

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5$$

Ответ: 0,
5

Монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что выпадет хотя бы один **ОРЕЛ**.

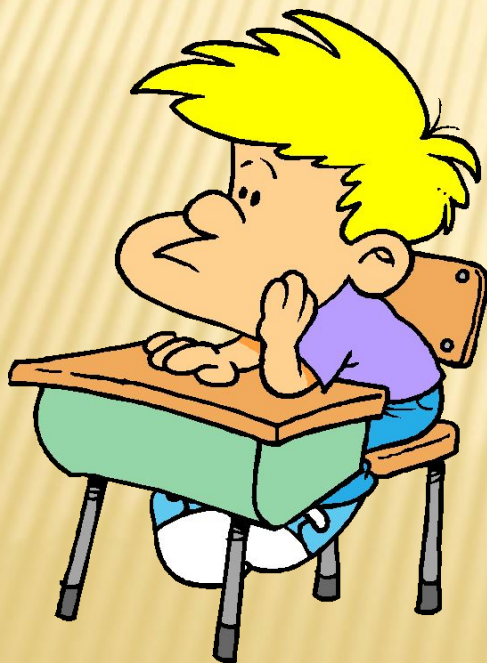


1	2
О	О
О	Р
Р	О
Р	Р

$$P(A) = \frac{3}{4} = 0,75$$

Ответ: 0,75

Перед началом футбольного матча судья бросает монету, чтобы определить, какая из команд начнет игру с мячом. Команда «Физик» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Физик» выиграет жребий **ровно два раза**.



I м.	О	О	О	О	Р	Р	Р	Р
II м.	О	О	Р	Р	О	О	Р	Р
III м.	О	Р	О	Р	О	Р	О	Р

О – орел (первый)
Р – решка
(второй)

$$P(A) = \frac{3}{8} = 0,375$$

Ответ:

В случайном эксперименте монету бросили **три** **раза**. Какова вероятность того, что орел выпал **ровно два раза**.

Решение Множество элементарных

$N =$

: ИСХОДОВ:

1 бросо	2 бросо	3 бросо
О	О	О
О	О	Р
О	Р	О
О	Р	Р
Р	О	О
Р	О	Р
Р	Р	О
Р	Р	Р

$A = \{ \text{орел выпал ровно 2} \}$

$N(A) =$
3

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{3}{8} = 0,375$$

8
ИСХОДОВ

Ответ:

0,375

Монету бросают
вероятность того,
что она выпадет
орлом **раз**.

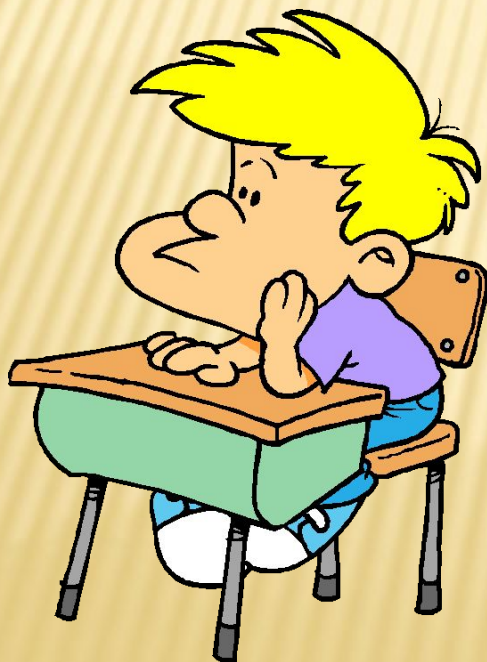
Найдите
вероятность того,
что она выпадет **ровно три**

1	2	3	4
О	О	О	О
О	О	О	Р
О	О	Р	О
О	О	Р	Р
О	Р	О	О
О	Р	О	Р
О	Р	Р	О
О	Р	Р	Р
Р	О	О	О
Р	О	О	Р
Р	О	Р	О
Р	О	Р	Р
Р	Р	О	О
Р	Р	О	Р
Р	Р	Р	О
Р	Р	Р	Р

$$P(A) = \frac{4}{16} = 0,25$$

Ответ:

0,25



КАК РЕШИТЬ ПРОЦЕ?

- Как видите, в последней задаче пришлось выписывать 16 вариантов. Вы уверены, что сможете выписать их без единой ошибки? Поэтому давайте рассмотрим второй способ решения.



СПЕЦИАЛЬНАЯ ФОРМУЛА ВЕРОЯТНОСТИ

Теорема. Пусть монету бросают n раз. Тогда вероятность того, что орел выпадет ровно k раз, можно найти по формуле:

$$p = \frac{C_n^k}{2^n}$$

- Где C_n^k — число сочетаний из n элементов по k , которое считается по формуле:

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

- Таким образом, для решения задачи с монетами нужны два числа: число бросков и число орлов. Чаще всего эти числа даны прямо в тексте задачи. Более того, не имеет значения, что именно считать: решки или орлы. Ответ получится один и тот же.

2 СПОСОБ

Монету бросают **четыре** **раза**. Найдите вероятность того, что орел выпадет **ровно три** **раза**.

- ▣ **Решение.** По условию задачи, всего бросков было $n = 4$. Требуемое число орлов: $k = 3$. Подставляем n и k в формулу:

$$p = \frac{C_4^3}{2^4} = \frac{4!}{3!(4-3)!} = \dots = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} = 0,25$$

Ответ:

0,25

Монету бросают **три** раза. Найдите вероятность того, что **решка не выпадет ни разу**.

- **Решение.** Снова выписываем числа n и k . Поскольку монету бросают 3 раза, $n = 3$. А поскольку решек быть не должно, $k = 0$. Осталось подставить числа n и k в формулу:

$$p = \frac{C_3^0}{2^3} = \frac{3!}{0! (3-0)!} = \dots = \frac{1}{8} = 0,125$$

- $0! = 1$ по определению. Поэтому $C_3^0 = 1$.

Ответ:

0,125

В случайном эксперименте симметричную монету бросают **4 раза**. Найдите вероятность того, что **орел выпадет больше раз, чем решка**.

- **Решение.** Чтобы орлов было больше, чем решек, они должны выпасть либо 3 раза, либо 4. Найдем вероятность каждого из этих событий.
- Пусть p_1 — вероятность того, что орел выпадет 3 раза. Тогда $n = 4$, $k = 3$. Имеем:
$$p_1 = \frac{C_4^3}{2^4} = \frac{4!}{3!(4-3)!} = \dots = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} = 0,25$$
- Пусть p_2 — вероятность того, что орел выпадет все 4 раза. В этом случае $n = 4$, $k = 4$. Имеем:
$$p_2 = \frac{C_4^4}{2^4} = \frac{4!(4-4)!}{16} = \dots = \frac{1}{16} = 0,0675$$
- Имеем: $p = p_1 + p_2 = 0,25 + 0,0675 = 0,3175$

Ответ: 0,317

Игральный кубик бросили один раз. Какова вероятность того, что выпало число очков, **больше чем 4**. Результат округлите до сотых.

Решени

Случайный эксперимент – бросание кубика.

Элементарное событие – число на выпавшей грани

Всего

$$N=6$$

граней:
Элементарные
события:

1, 2, 3, 4, 5, 6

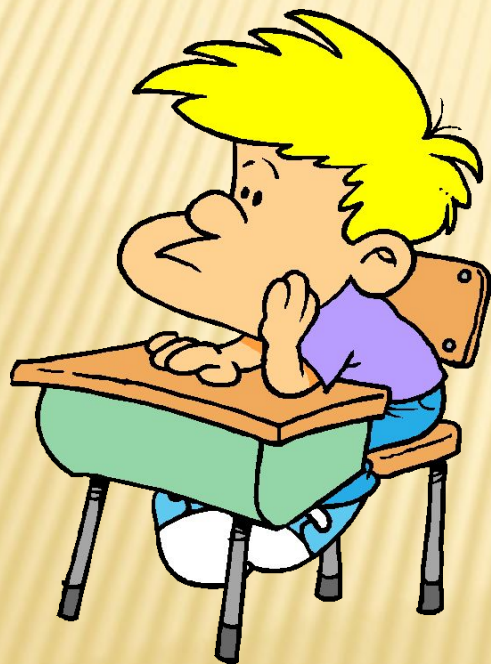
$$N(A)=2$$

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0,333... \approx 0,33$$

Ответ: 0,3



В случайном эксперименте игральный кубик бросают один раз. Найдите вероятность того, что выпадет число, **меньшее чем 4**.



1, 2, 3, 4, 5, 6

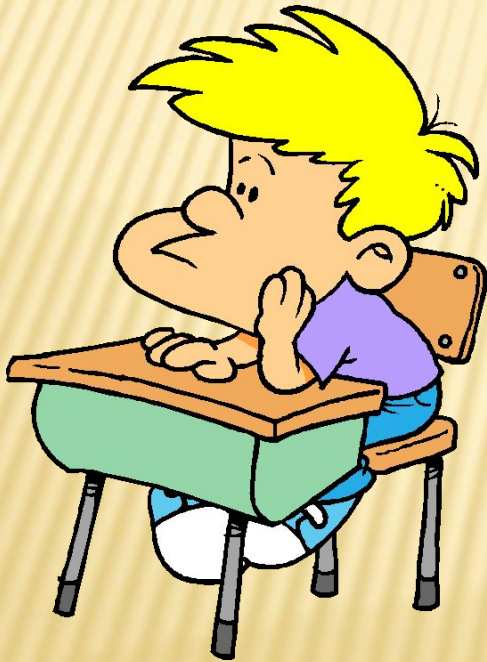


$$P(A) = \frac{3}{6} = 0,5$$

Ответ:

0,5

В случайном эксперименте игральный кубик бросают **один** раз. Найдите вероятность того, что выпадет **четное число**.



1, **2**, 3, **4**, 5, **6**



$$P(A) = \frac{3}{6} = 0,5$$

Ответ:

0,5

В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет **8 очков**. Результат округлите до сотых.

Решени

Множество элементарных

Исход: выпавших сторонах	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

$$N=36$$



$A = \{\text{сумма равна } 8\}$

$$N(A) = 5$$

$$P(A) = \frac{N(A)}{N}$$

$$P(A) = \frac{5}{36} = 0,1388... \approx 0,14$$

Ответ: 0,14

В чемпионате по гимнастике участвуют 20 спортсменок: 8 из России, 7 из США, остальные из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется **из Китая**.

Решени

1) Определите $N = 20$

$A = \{ \text{первой будет спортсменка из Китая} \}$

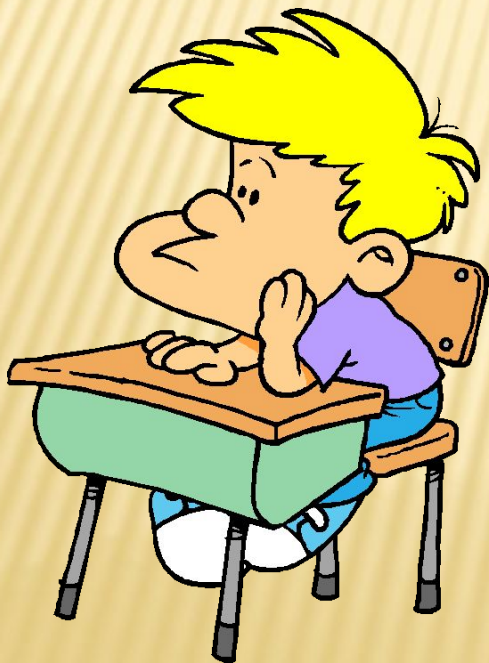
2) Определите $N(A) = 20 - 8 - 7 =$

$N(A):$

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{5}{20} = 0,25$$

Ответ:

0,25



На чемпионате по прыжкам в воду выступают 25 спортсменов, среди них 8 прыгунов из России и 9 прыгунов из Парагвая. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что шестым будет выступать прыгун **из Парагвая**.

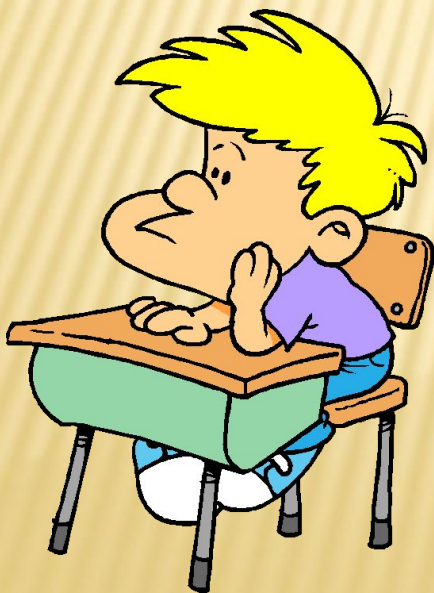
Решение $N = 25$

$A = \{\text{шестым будет прыгун из Парагвая}\}$
 $N(A) = 9$

$$P(A) = \frac{9}{25} = 0,36$$

Ответ:

0,36



В соревнованиях по толканию ядра участвуют 4 спортсмена из Финляндии, 7 спортсменов из Дании, 9 спортсменов из Швеции и 5 – из Норвегии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Швеции.

Решение

Всего спортсменов: $N = 4 + 7 + 9 + 5 = 25$

$$N=25$$

$A = \{\text{последний из Швеции}\}$ $N(A)=9$

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{9}{25} = 0,36$$

Ответ:



ЗАМЕЧАНИЕ

- Последние три задачи, по сути, абсолютно одинаковы, но с первого взгляда их вопросы кажутся разными. Зачем? Чтобы запутать школьника? Нет, у составителей другая задача: на экзамене должно быть много разных вариантов одинаковой степени трудности. Итак, не надо пугаться "каверзного вопроса", надо рассматривать ситуацию, которая описывается в задаче, со всех сторон.

В сборнике билетов по биологии всего **55** билетов, в **11** из них встречается вопрос по ботанике. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по ботанике.

Решение

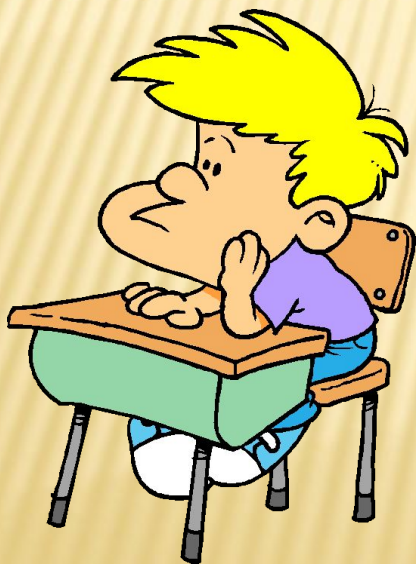
$$N = 55$$

$A = \{\text{достанется вопрос по ботанике}\}$
 $N(A) = 11$

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{11}{55} = \frac{1}{5} = 0,2$$

Ответ:

0,2



В сборнике билетов по математике всего **25** билетов, в **10** из них встречается вопрос по неравенствам. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику **не достанется** вопроса по неравенствам.

Решение

$N =$

$A = \{ \text{не достанется вопрос по неравенствам} \}$

$$N(A) = 25 - 10 = 15$$

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5} = 0,6$$



Ответ:

0,6

В среднем из 1000 аккумуляторов, поступивших в продажу, 6 неисправны. Найдите вероятность того, что купленный аккумулятор окажется **исправным**.

Решение $N =$

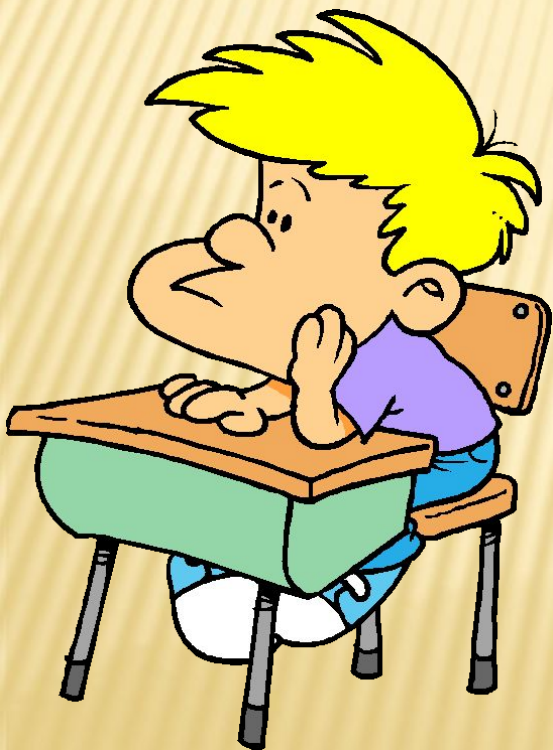
1000

$A := \{\text{аккумулятор исправен}\}$

$$N(A) = 1000 - 6 =$$

994

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{994}{1000} = 0,994$$



Ответ:

0,994

Фабрика выпускает сумки. В среднем **на 100 качественных сумок** приходится **восемь сумок со скрытыми дефектами**. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется **качественной**.
Результат округлите до сотых.

Решение

Всего сумок: $N = 100 + 8 = 108$

$N = 100$

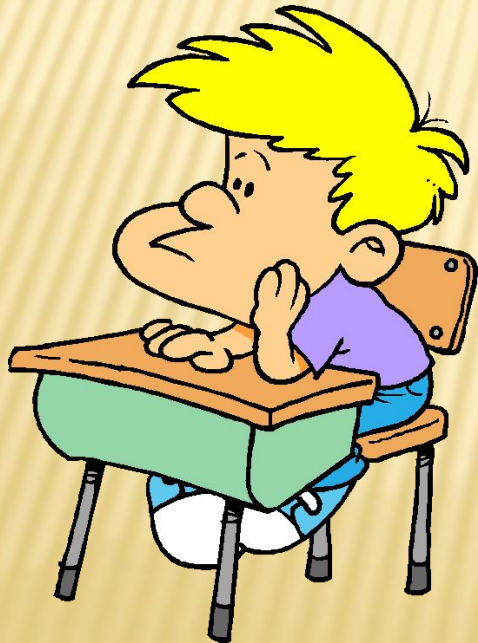
$A = \{ \text{качественная сумка} \}$

$N(A) = 100$

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{100}{108} = 0,925... \approx 0,93$$

Ответ:

0,93



ЗАМЕЧАНИЕ

- Сравните эту и предыдущую задачи. Как важно внимательно относиться к каждому слову в условии!



Конкурс исполнителей проводится в 5 дней. Всего заявлено 80 выступлений - по одному от каждой страны. В первый день 8 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

Решение Всего $N = 80$ выступлений $N=8$

В первый день 8 выступлений, в оставшиеся $5 - 1 = 4$ дня по $(80 - 8) : 4 = 18$ выступлений $N(A)=18$

В третий день состоится 18 выступлений - это благоприятствующие для россиянина

события,

$$P(A) = \frac{18}{80} = \frac{9}{40} = 0,225$$

Ответ:

0,225

Научная конференция проводится в 5 дней. Всего запланировано 75 докладов — первые три дня по 17 докладов, остальные распределены поровну между четвертым и пятым днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

Решение Всего $N = 75$ докладов $N=7$

В первые три дня по 17 докладов: $17 \cdot 3 = 51$,
в оставшиеся $5 - 3 = 2$ дня по $(75 - 51) : 2 = 12$
докладов. $N(A)=12$

В последний день - 12 докладов - это благоприятствующие для профессора М.

события, $P(A) = \frac{12}{75} = \frac{4}{25} = 0,16$

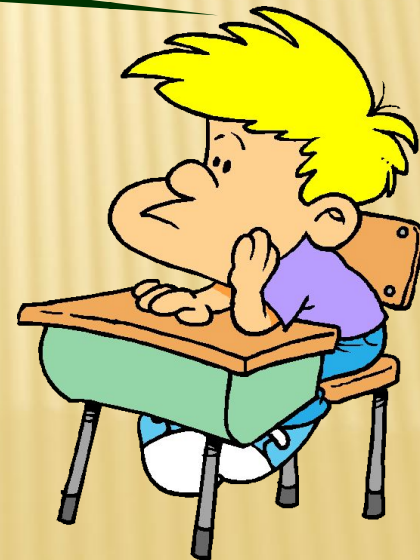
Ответ:

0,16

Перед началом первого тура чемпионата по бадминтону участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 бадминтонистов, среди которых 10 участников из России, в том числе Руслан Орлов. Найдите вероятность того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с каким-либо бадминтонистом **из России**?

Решение

:



Решение

- Событие A - "Руслан Орлов будет играть с бадминтонистом из России".
- Соревнования по бадминтону, обычно, проводятся с выбыванием, и только в первом туре участвуют все 26 бадминтонистов.
- Но число всех возможных исходов не равно 26, $N = 26 - 1 = 25$, потому что Руслан Орлов не может играть с самим собой.
- По той же причине $N(A) = 10 - 1 = 9$, ведь Руслан Орлов входит в число 10 участников из России.

$$P(A) = \frac{9}{25} = 0,36$$

Ответ:

0,36

ЗАДАЧА В10 ПРО МОНЕТЫ ИЗ ДИАГНОСТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

7 ДЕКАБРЯ 2011

- *В кармане у Пети было 2 монеты по 5 рублей и 4 монеты по 10 рублей. Петя, не глядя, переложил какие-то 3 монеты в другой карман. Найдите вероятность того, что пятирублевые монеты лежат теперь в разных карманах.*

ЧТО ДЕЛАТЬ? !

- Кодируем монеты числами: 1, 2 (это пятирублёвые), 3, 4, 5, 6 (это десятирублёвые). Условие задачи можно теперь сформулировать так:
- *Есть шесть фишек с номерами от 1 до 6. Сколькими способами можно разложить их по двум карманам поровну, так чтобы фишки с номерами 1 и 2 не оказались вместе?*

РЕШЕНИЕ

- Давайте запишем, что у нас в первом кармане. Найдём число возможных комбинаций из набора 1 2 3 4 5 6. Набор из трёх фишек будет трёхзначным

числом.

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad C_6^3 = \frac{6!}{3!(6-3)!} = 20$$

- Исключим из этого числа набор цифр, в которых есть сочетание 1 и 2: 123, 124, 125, 126, а также 345, 346, 356, 456, т.к. это означает, что фишки 1 и 2 обе оказались в не в первом, а во втором кармане.

$$P(A) = \frac{12}{20} = 0,6$$

- Тогда искомая вероятность

Ответ:

В ПРЕЗЕНТАЦИИ ИСПОЛЬЗОВАНЫ МАТЕРИАЛЫ ИЗ ИНТЕРНЕТ – РЕСУРСОВ:

1. **Липлянская Т.Г. Подготовка к ЕГЭ. В 10.**
Решение задач по теории вероятности.
2. <http://ege-study.ru/materialy-ege/teoriya-veroyatnostej-na-ege-po-matematike/>
3. <http://www.berdov.com/ege/teorver/coins/>
4. <http://mathege.ru/or/ege/ShowProblems?offset=6&posMask=512&showProto=true>
5. <http://ege-online-test.ru/theory.php?art=B10-1>
6. http://mytutor.spb.ru/math_material/b10