# Обобщающий урок по теме «Элементы комбинаторики и теории вероятностей»

Ладющенкова Ольга Евгеньевна
Учитель математики
МОУ ГСОШ
Г. Калязин

# Цель урока

- ОБОБЩИТЬ ЗНАНИЯ И УМЕНИЯ УЧАЩИХСЯ ПО ПРИМЕНЕНИЮ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ  ЗАДАЧ
- СФОРМИРОВАТЬ УМЕНИЯ РЕШАТЬ ЗАДАЧИ НА НАХОЖДЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ СЛУЧАЙНОГО СОБЫТИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ФОРМУЛ КОМБИНАТОРИКИ.

***Теория вероятностей*** – математическая наука, которая изучает математические модели случайных явлений, с ее помощью вычисляют вероятности наступления определенных событий.

***Комбинаторика*** – это раздел математики, посвященный решению задач на перебор различных вариантов, удовлетворяющих каким-либо правилам или условиям.

# Немного истории

Возникновение теории вероятностей как науки относят к средним векам и первым попыткам математического анализа азартных игр (орлянка, кости, рулетка). Самые ранние работы учёных в области теории вероятностей относятся к XVII веку. Исследуя прогнозирование выигрыша, **Блез Паскаль** и **Пьер Ферма** открыли первые вероятностные закономерности, возникающие при бросании костей.

Блез Паскаль

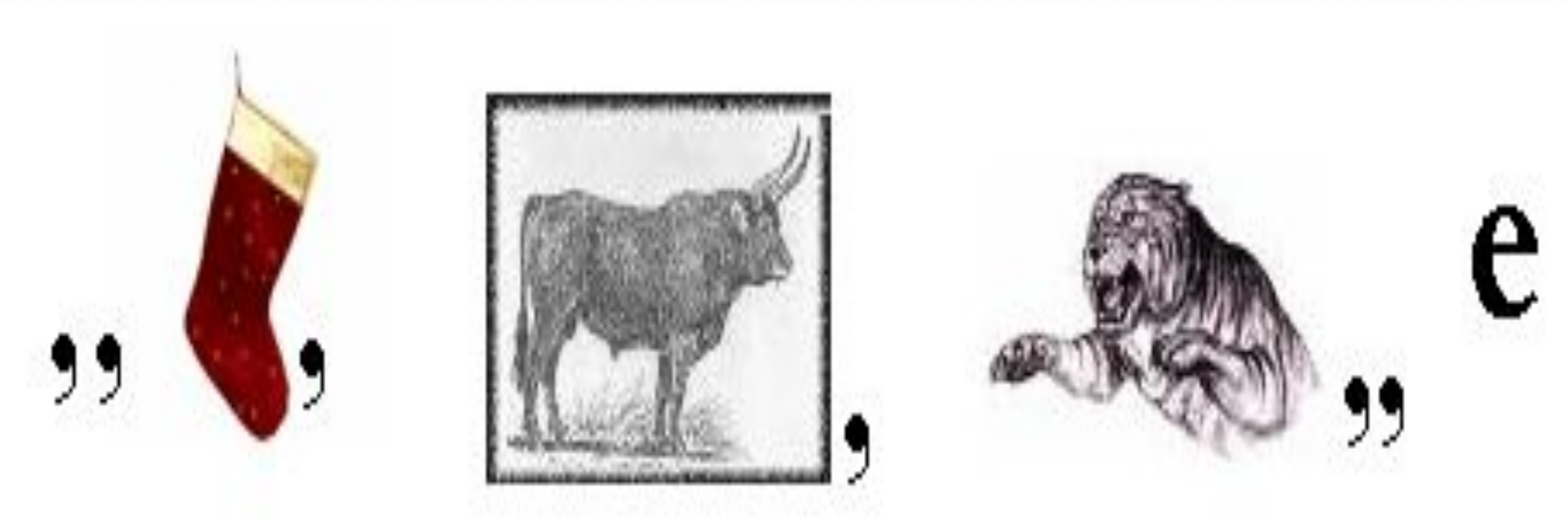

Пьер Ферма

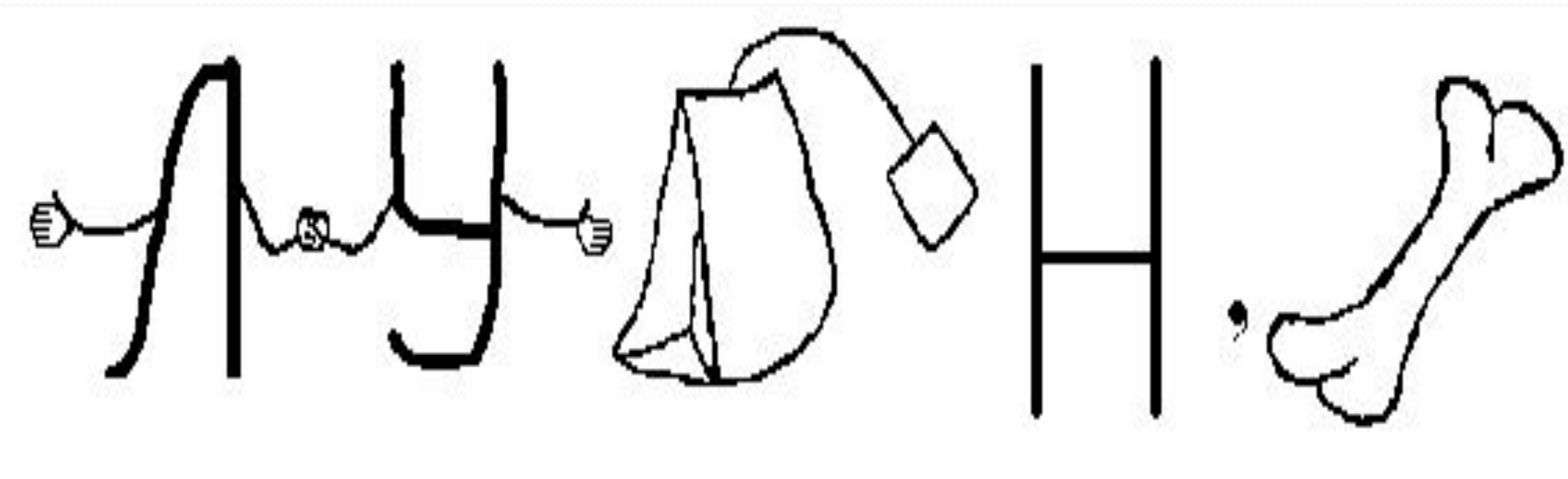
# Немного истории

Современный вид теория вероятностей получила благодаря аксиоматизации, предложенной **Андреем Николаевичем Колмогоровым**. В результате теория вероятностей приобрела строгий математический вид и окончательно стала восприниматься как один из разделов математики.

**А.Н.Колмогоров**

# Веселая разминка





# Что вероятнее?

Невероятное — Достоверное

0 — 1

A. В следующем году первый снег выпадет в воскресенье
B. Свалившийся со стола бутерброд упадет на пол маслом вниз
C. При бросании кубика выпадет 6
D. При бросании кубика выпадет четное число очков
E. При бросании кубика выпадет 7

# Решите задачи.

# Задача 1.

Брошена игральная кость. Какова вероятность событий:
***А*** - выпало 1 очко; ***В*** - выпало 2 очка?

## Решение.

Количество всех возможных результатов *n=6* (все грани).
а) Количество граней, на которых всего 1 очко *m=1:*

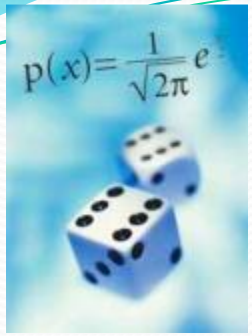
$$P(A) = \frac{1}{6} < 1,$$

б) количество граней, на которых всего 2 очка *m=1:*

$$P(B) = \frac{1}{6} < 1.$$

**Ответ**: $\frac{1}{6}$ и $\frac{1}{6}$

# Задача 2.




Брошены 2 игральные кости. Какова вероятность событий: ***A***- выпадения в сумме не менее 9 очков; ***B***- выпадения 1 очка по крайней мере на одной кости?

## Решение.

| II III | 1 11 | 22 | 33 | 44 | 55 | 66 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 11 | | | | | | |
| 22 | | | | | | |
| 33 | | | | | | |
| 44 | | | | | | |
| 55 | | | | | | |
| 66 | | | | | | |

Для события ***A***:

Для события ***B***:

$m=10$

$m=1$

$P(A)=\frac{10}{36}=\frac{5}{18}<1,$

$P(B)=\frac{11}{36}<1.$

Возможно $n=36$ результатов испытаний

**Ответ**: $\frac{5}{18}$, $\frac{11}{36}$.

# Задача 3.

Двое играют в игру. Они бросают два кубика. Первый получает очко, если выпадет сумма 8. Второй получает очко, если выпадет сумма 9. Справедлива ли эта игра?

## Решение.

**Событие А**: «при бросании двух кубиков выпало 8 очков»

| I | II | I | II | I | II | I | II | I | II | I | II |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 2 | 1 | 3 | 1 | 4 | 1 | 5 | 1 | 6 | 1 |
| 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 2 | 4 | 2 | 5 | 2 | 6 | 2 |
| 1 | 3 | 2 | 3 | 3 | 3 | 4 | 3 | 5 | 3 | 6 | 3 |
| 1 | 4 | 2 | 4 | 3 | 4 | 4 | 4 | 5 | 4 | 6 | 4 |
| 1 | 5 | 2 | 5 | 3 | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 6 | 5 |
| 1 | 6 | 2 | 6 | 3 | 6 | 4 | 6 | 5 | 6 | 6 | 6 |

$n = 36$; $m = 5$, $\mathbf{P(A) = 5/36}$

**Событие В**: «при бросании двух кубиков выпало 9 очков» $m = 4$, $\mathbf{P(B) = 4/36}$

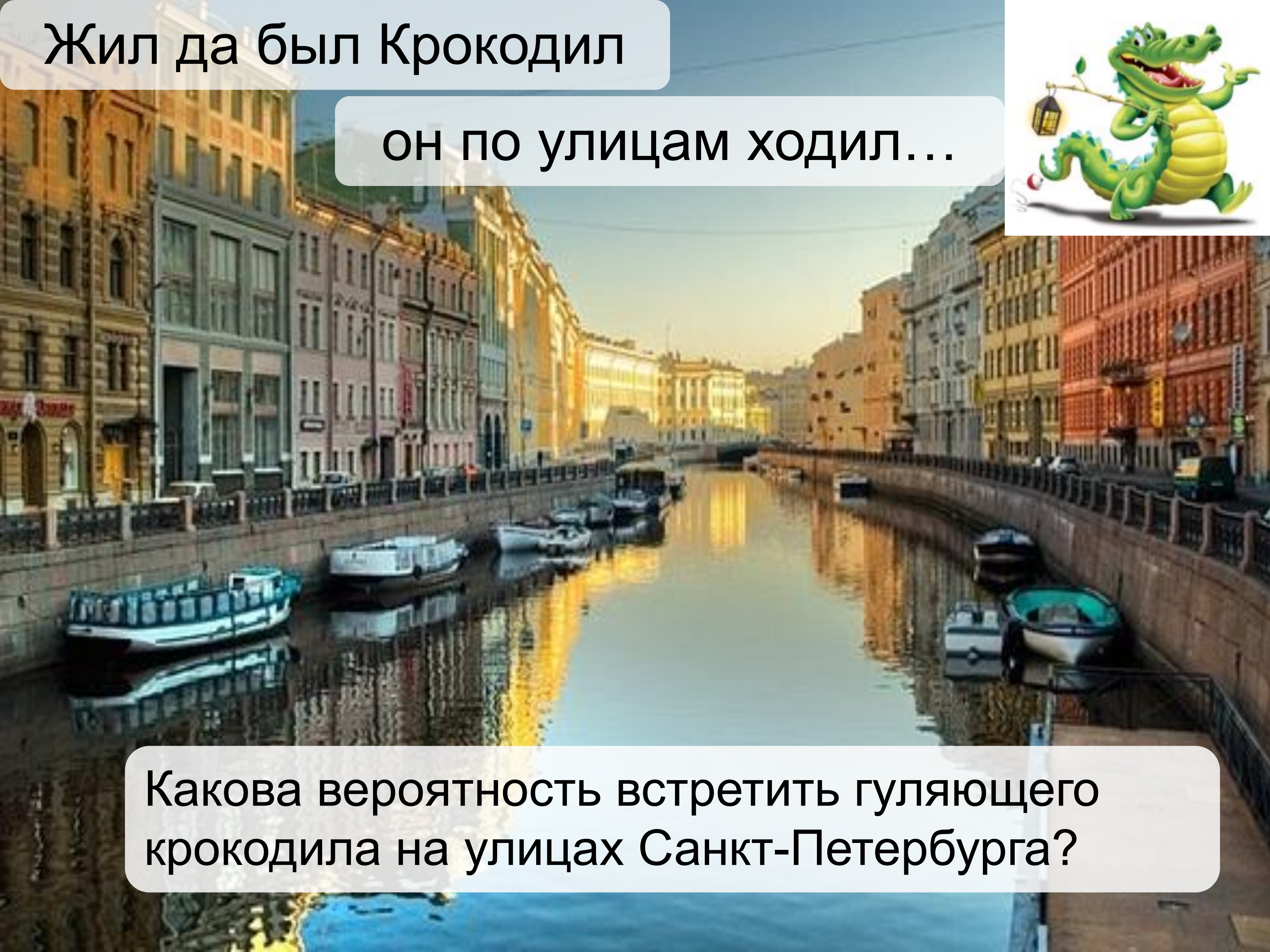
$$\frac{5}{36} > \frac{4}{36}, \text{ то } P(A) > P(B)$$

## Ответ:

Так как 8 очков выпадает чаще, чем 9 очков, то данная игра не справедлива.

Жил да был Крокодил

он по улицам ходил…



Какова вероятность встретить гуляющего крокодила на улицах Санкт-Петербурга?

Ваня Васильчиков рассуждал так:

Возможны два исхода события:

Крокодил повстречается

Крокодил не повстречается

Благоприятный исход один: **Крокодил повстречается**.

Значит вероятность встретить крокодила равна 1/2 .

**Вы согласны с Ваней?**

Какова вероятность встретить гуляющего крокодила на улицах Санкт-Петербурга?

**События:**

«Крокодил повстречается»

«Крокодил не повстречается»

**не являются равновозможными.**

Поэтому, вероятность встретить крокодила на улицах Санкт-Петербурга не равна 1/2.

# Ошибка Даламбера

**Жан Лерон Даламбер** - французский учёный-энциклопедист. Широко известен как философ, математик и механик. Член Парижской академии наук, Французской Академии, Петербургской и других академий.

Какова вероятность что подброшенные вверх 2 правильные монеты упадут на одну и ту же сторону?

***<u>Решение предложенное Даламбером :</u>***

**Опыт имеет три возможных исхода:**

1. Обе монеты упали на орла
2. Обе монеты упали на решку
3. Одна из монет орел, а вторая решка

N=3; N(A)=2; P(A)=2/3

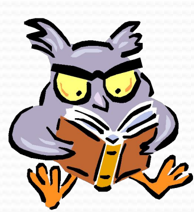
**Вы согласны?**

# Ошибка Даламбера

Ошибка состоит в том, что Даламбер определил два принципиально разных исхода в один, поэтому опыт будет иметь четыре возможных исхода:

1. Обе монеты упали на «орла»;
2. Обе монеты упали на «решку»;
3. Первая монета упала на «орла», а вторая – на «решку».
4. Первая монета упала на «решку», а вторая – на «орла».

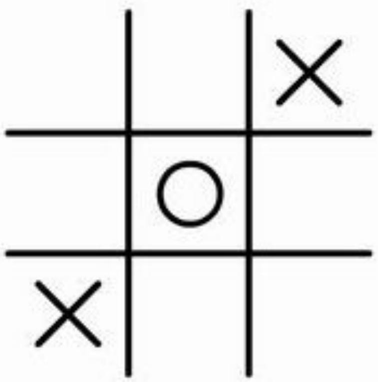
Из них благоприятными для нашего события будут **2 исхода**, поэтому **искомая вероятность** равна **2/4=1/2**



# Задача-игра: «Крестики-нолики»

Самая известная древняя игра.

В квадрате, разделенном на девять клеток, игроки по очереди ставят в свободную клетку свой знак: крестик или нолик, стараясь выстроить три крестика или три нолика подряд. Тот, кто первым сделает это, тот и выигрывает.



Если не делать ошибок, то игра оканчивается в ничью. Выиграть можно только в том случае, если противник ошибется. Самый правильный ход – занять угловую клетку. И если партнер не ответит на это своим знаком в центре, то он проиграл.

# Старинные задачи

С задачами, решение которых сводилось к выбору или расположению объектов в определенном порядке, люди столкнулись в глубокой древности. Имеется множество задач и игр, популярных и сегодня.

## Волк, коза и капуста

Крестьянину нужно перевезти через реку волка, козу и капусту. Лодка так мала, что в ней кроме крестьянина может поместиться только или волк, или коза, или капуста. Но если оставить волка с козой, он ее съест, а если оставить козу с капустой, то будет съедена капуста.
Как быть крестьянину?

**Решение:** Для решения требуется путем взаимной перестановки элементов расположить их в соответствии с условием задачи в определенном порядке. В случае с крестьянином переправу следует начать с перевозки козы. Затем крестьянин возвращается и берет волка, которого перевозит на другой берег и оставляет там, а козу возвращает назад на предыдущий берег. Оттуда забирает капусту и перевозит ее к волку. А затем возвращается и забирает козу.

# Кубик Рубика

Необыкновенно популярной головоломкой стал **кубик Рубика**, изобретенный в 1975 году преподавателем архитектуры из Будапешта Эрне Рубиком для развития пространственного воображения у студентов.

Кубик Рубика служит не только развлечением, но и прекрасным наглядным пособием по комбинаторике.

***Лучшее время, показанное на чемпионате мира 1982 г. по скоростной сборке кубика Рубика, составило всего 22,95 секунды.***

# Комбинаторика и шахматы

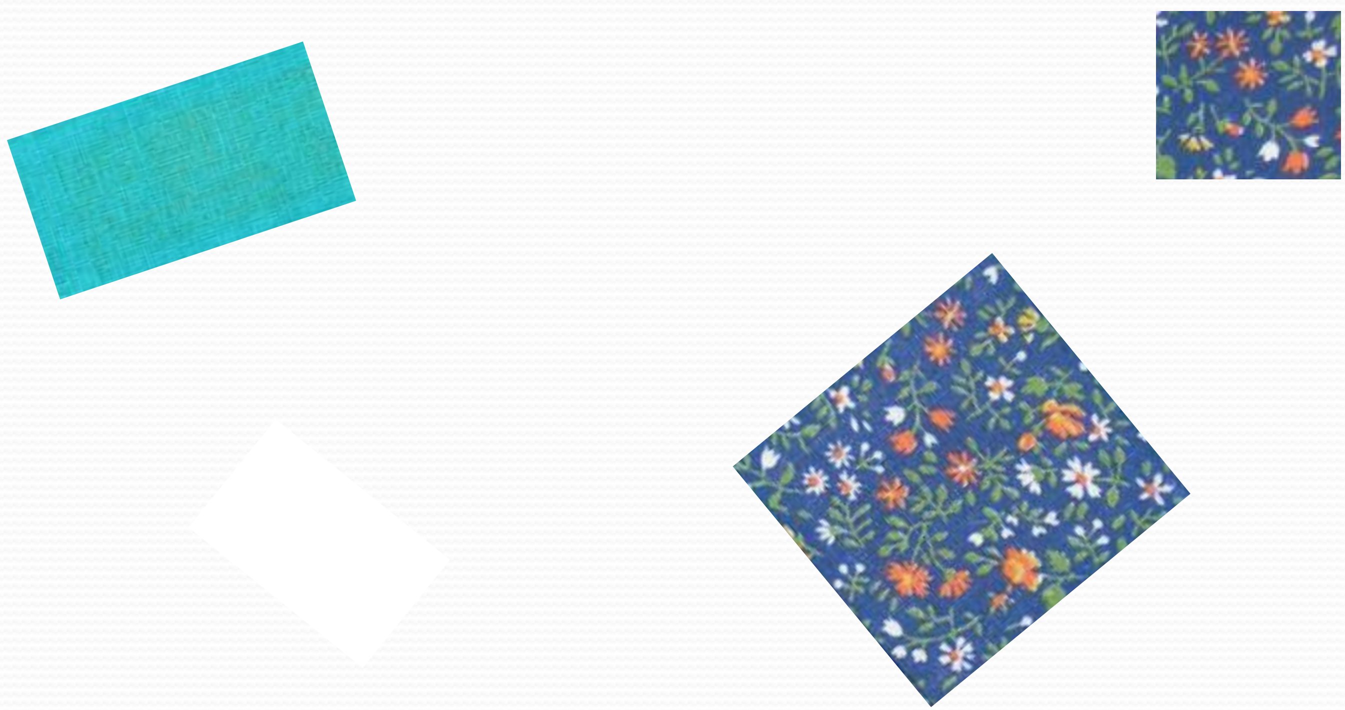
***Шахматы*** не только популярная игра, но и источник множества интересных математических задач. Не случайно шахматные термины можно встретить в литературе по комбинаторике. Рассмотрим примеры задач на шахматной доске.

**Задача:** Обойти конем все поля доски, посетив каждое из них по одному разу.

Этой задачей занимались многие математики XVIII и XIX вв., в том числе и ***Л. Эйлер***. Хотя задача была известна и до Эйлера, лишь он впервые обратил внимание на ее математическую сущность. Доказано, что таких маршрутов **не более 30 млн**.

Задачи о маршрутах составлены и для других фигур.

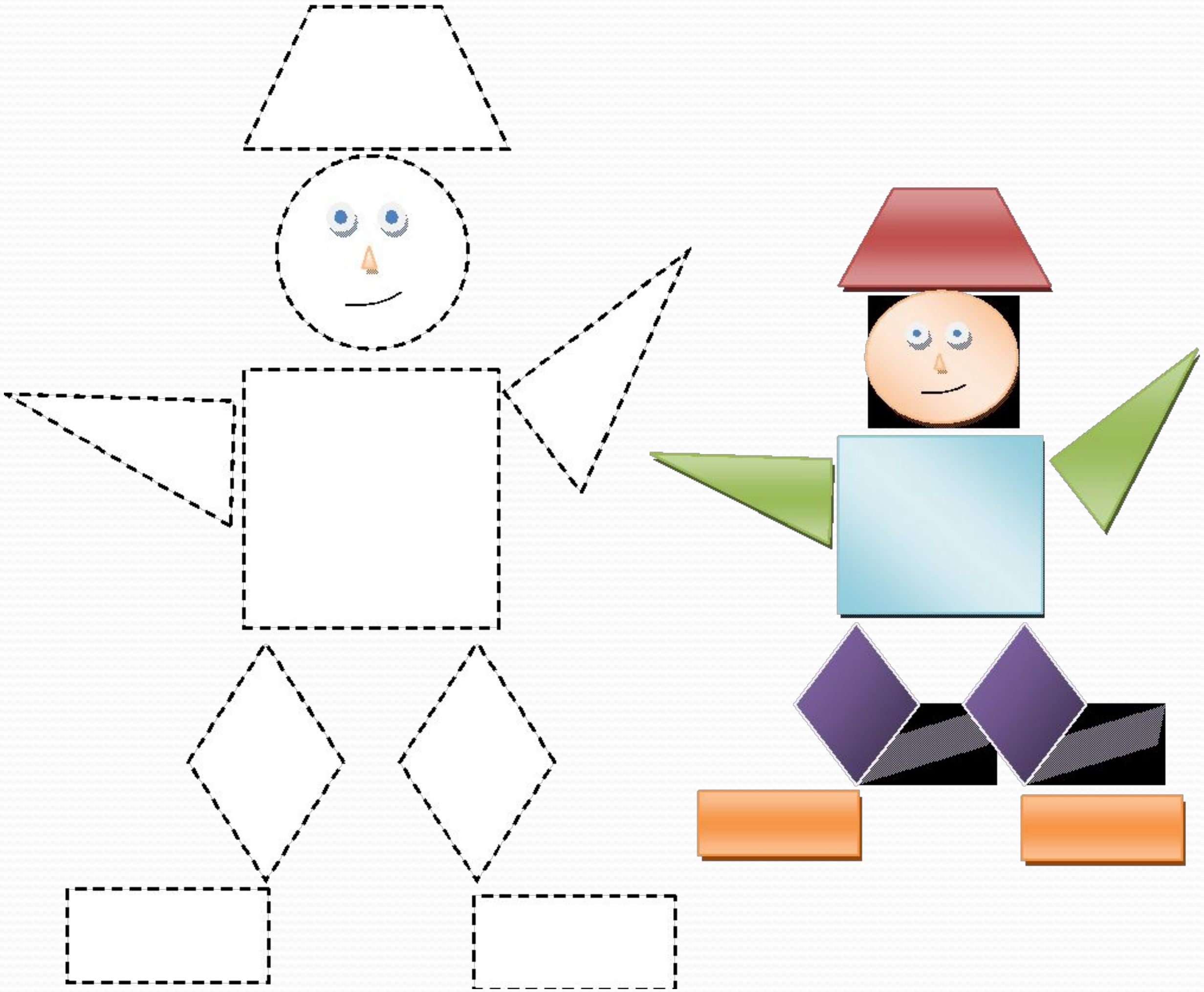
# Комбинаторика в лоскутной технике



# Использование комбинаторики

- В ***криптографии*** - шифровка и дешифровка текстов.
- В ***биологии*** - подсчет количества клеточных структур ДНК и РНК.
- В ***физике*** и ***химии*** для описания свойств кристаллов.

# К домашнему заданию:



**Удачи в решении задач по комбинаторике и теории вероятности!**