

A hand in a dark suit jacket holds a glowing blue globe of the Earth. Overlaid on the globe is a stylized atomic model with three elliptical orbits and a central nucleus. The background is a blurred image of a person in a suit.

Решение логических задач

Подготовил учитель информатики
ГБОУ СОШ №2108 «Альфа»
Санина Марина Сергеевна



Повторение «Основные законы ЛОГИКИ»

- Закон непротиворечия: $A \& \neg A = 0$
- Закон исключенного третьего: $A \vee \neg A = 1$
- Закон двойного отрицания: $\neg \neg A = A$
- Законы де Моргана: $\neg(A \vee B) = \neg A \& \neg B$
 $\neg(A \& B) = \neg A \vee \neg B$
- Правило коммутативности:
 $A \& B = B \& A$ $A \vee B = A \vee B$

- **Правило ассоциативности:**

$$(A \& B) \& C = A \& (B \& C)$$

$$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$$

- **Правило дистрибутивности:**

$$(A \& B) \vee (A \& C) = A \& (B \vee C)$$

$$(A \vee B) \& (A \vee C) = A \vee (B \& C)$$





Задание 1

- Докажите справедливость 1-го закона де Моргана $\neg(A \vee B)$
 $= \neg A \ \& \ \neg B$, используя таблицы истинности.
- Докажите справедливость второго закона де Моргана $\neg(A \ \& \ B)$
 $= \neg A \ \vee \ \neg B$, используя таблицы истинности.



Задание 2

- Упростите логические выражения с учетом правильной последовательности выполнения логических операций:
 1. $(A \vee \neg A) \& B$
 2. $A \& (A \vee B) \& (C \vee \neg B)$
 3. $A \& \neg B \vee B \& C \vee \neg A \& \neg B$
 4. $A \vee \neg A \& B$



Задание 3

- Упростить логическое выражение:

$$F = \overline{(A \vee B)} \rightarrow \overline{\overline{(B \vee C)}}$$



Задание 4

- Проверить правильность упрощения построением таблиц истинности для исходного и упрощенного логического выражения. Если данные в последних столбцах таблиц истинности совпадают, значит мы правильно упростили логическое выражение (по заданию 3)



Задание 5

Представим такую ситуацию: по телевизору синоптик объявляет прогноз погоды на завтра и утверждает следующее:

1. Если не будет ветра, то будет пасмурная погода без дождя.
2. Если будет дождь, то будет пасмурно и без ветра.
3. Если будет пасмурная погода, то будет дождь и не будет ветра.

Так какая же погода будет завтра?



Решение

а) Выделим простые высказывания и запишем их через переменные:

A – «Ветра нет»

B – «Пасмурно»

C – «Дождь»

б) Запишем логические функции (сложные высказывания) через введенные переменные:

1. Если не будет ветра, то будет пасмурная погода без дождя:

$$A \rightarrow B \wedge \bar{C}$$



Решение

2. Если будет дождь, то будет пасмурно и без ветра:

$$C \rightarrow B \ \& \ A$$

3. Если будет пасмурная погода, то будет дождь и не будет ветра

$$B \rightarrow C \ \& \ A$$

в) Запишем произведение указанных функций:

$$F = (A \rightarrow B \ \& \ \bar{C}) \ \& \ (C \rightarrow B \ \& \ A) \ \& \ (B \rightarrow C \ \& \ A)$$

г) Упростим формулу (используются законы де Моргана, переместительный закон, закон противоречия):

$$F = (A \rightarrow B \ \& \ \bar{C}) \ \& \ (C \rightarrow B \ \& \ A) \ \& \ (B \rightarrow C \ \& \ A) = (\bar{A} \vee B \ \& \ \bar{C}) \ \& \ (\bar{C} \vee B \ \& \ A) \ \& \ (\bar{B} \vee C \ \& \ A) =$$

$$= (\bar{A} \vee B \ \& \ \bar{C}) \ \& \ (\bar{B} \vee C \ \& \ A) \ \& \ (\bar{C} \vee B \ \& \ A) =$$

$$= (\bar{A} \ \& \ \bar{B} \ \vee \ B \ \& \ \bar{C} \ \& \ \bar{B} \ \vee \ \bar{A} \ \& \ C \ \& \ A \ \vee \ B \ \& \ \bar{C} \ \& \ C \ \& \ A) \ \& \ (C \ \vee \ B \ \& \ A) =$$

$$= \bar{A} \ \& \ \bar{B} \ \& \ (C \ \vee \ B \ \& \ \bar{A}) = A \ \& \ \bar{B} \ \& \ C \ \vee \ \bar{A} \ \& \ \bar{B} \ \& \ B \ \& \ \bar{A} = \bar{A} \ \& \ \bar{B} \ \& \ \bar{C}$$

д) Приравняем результат единице, т.е. наше выражение должно быть истинным:

$$F = \bar{A} \ \& \ \bar{B} \ \& \ \bar{C} = 1$$

е) Проанализируем результат:

Логическое произведение равно 1, если каждый множитель равен 1.

Поэтому:

$$\bar{A} = 1; \quad \bar{B} = 1; \quad \bar{C} = 1; \quad \text{Значит: } A = 0; \ B = 0; \ C = 0;$$

Ответ: погода будет ясная, без дождя, но ветреная.



Задание 6

Трое друзей, болельщиков автогонок "Формула-1", спорили о результатах предстоящего этапа гонок.

— Вот увидишь, Шумахер не придет первым, — сказал Джон. Первым будет Хилл.

— Да нет же, победителем будет, как всегда, Шумахер, — воскликнул Ник. — А об Алезе и говорить нечего, ему не быть первым. Питер, к которому обратился Ник, возмутился:

— Хиллу не видать первого места, а вот Алезе пилотирует самую мощную машину.

По завершении этапа гонок оказалось, что каждое из двух предположений двоих друзей подтвердилось, а оба предположения третьего из друзей оказались неверны.

Кто выиграл этап гонки?



Задание 7

Андрею, Саше и Егору предъявлено обвинение в соучастии в ограблении банка. Похитители скрылись на поджидавшем их автомобиле. На следствии Андрей показал, что преступники скрылись на синем Мерседесе, Саша сказал, что это был черный Джип, а Егор утверждал, что это был Форд Мустанг и ни в коем случае не синий. Стало известно, что желая запутать следствие, каждый из них указал правильно либо марку машины, либо только ее цвет. Какого цвета и какой марки была машина?



Задание 8

Укажите, какое логическое выражение равносильно выражению

$$A \wedge \neg (\neg B \vee C)$$

- 1) $\neg A \vee \neg B \vee \neg C$
- 2) $A \wedge \neg B \wedge \neg C$
- 3) $A \wedge B \wedge \neg C$
- 4) $A \wedge \neg B \wedge C$



Задание 9

Определите истинность следующего высказывания: «За окном светит солнце, и нет дождя».



Задание 10

На языке алгебры логики составьте истинное тождество, соответствующее заданному условию задачи:

Школьника, Миша, остававшийся в классе на перемене, был вызван к директору по поводу разбитого в это время окна в кабинете. На вопрос директора о том, кто это сделал, мальчик ответили следующее: «Я не бил окно, и Коля тоже...»

Известно, что он либо сказал чистую правду, либо в одной части заявления соврал, а другое его высказывание истинно, либо оба факта искажил