Тренинг
«РЕШЕНИЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ»

Начало

Лицей «СИНТОН»
2011 - 2012

Уважаемые учащиеся,
данная презентация поможет Вам систематизировать методы решения логарифмических уравнений.

Навигация между слайдами осуществляется только с помощью управляющих кнопок. Для каждого вида уравнений создан справочный материал. После решения уравнения Вы сможете проверить своё решение.

Успехов в выполнении работы!!!

Начать

Пожалуйста, выберите вид уравнений, решения которых Вы хотите повторить

Уравнения вида:

$$\log_a f(x) = b, a > 0, \ a \neq 1$$

$$\log_a f(x) = \log_a g(x), \ a > 0, \ a \neq 1$$

$$\log_{f(x)} A = \log_{g(x)} A, \ A > 0$$

$$\log_{g(x)} f(x) = b$$

$$\log_a f(x) + \log_a g(x) = \log_a m(x), \ a > 0, \ a \neq 1$$

$$\log_a \alpha(x) - \log_a \beta(x) = \log_a f(x) - \log_a g(x), \ a > 0, \ a \neq 1$$

$$\frac{1}{2}\log_a f(x) = \log_a g(x), \ a > 0, \ a \neq 1$$

Приведение к новому основанию

Уравнения смешанного вида

Закончить работу

Решите уравнения:

$$\log_2\left(x^2+4x+3\right)=3$$

Решение

$$\lg(2x-5)^2=0$$

Решение

Справочный материал

Содержание

$$\log_2\left(x^2+4x+3\right)=3$$

$$x^2+4x+3=2^3$$

$$x^2+4x+3-8=0$$

$$x^2+4x-5=0$$

$$x_1=1$$

$$x_2=-5$$

$$\text{Ответ}:\{-5;1\}$$

Уравнения

$$\lg(2x-5)^2 = 0$$

$$(2x-5)^2 = 10^0$$

$$(2x-5)^2 = 1$$

$2x-5=1$ или $2x-5=-1$

$x=3$ $\qquad\qquad\qquad$ $x=2$

Ответ : $\{2;3\}$

Уравнения

Решите уравнения:

$$\log_3\left(x^2-4x+3\right)=\log_3\left(3x+21\right)$$

Решение

$$\ln\frac{2x^2-54}{x+3}=\ln\left(x-4\right)$$

Решение

$$\lg\frac{x^2+5}{x-2}=\lg x$$

Решение

Справочный материал

Содержание

$$\log_3\left(x^2-4x+3\right)=\log_3\left(3x+21\right)$$

$$\begin{cases}3x+21>0\\ x^2-4x+3=3x+21\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-7\\ x^2-7x-18=0\end{cases}\Leftrightarrow$$

$$\begin{cases}x>-7\\ \left[\begin{array}{l}x=-2\\ x=9\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\ x=9\end{array}\right.$$

$$\textit{Ответ}:\{-2;9\}$$

Уравнения

$$\ln\frac{2x^2-54}{x+3}=\ln(x-4)$$

$$\begin{cases} x-4>0 \\ \dfrac{2x^2-54}{x+3}=x-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>4 \\ \dfrac{2x^2-54-(x-4)(x+3)}{x+3}=0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x>4 \\ \dfrac{x^2+x-42}{x+3}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>4 \\ \dfrac{(x+7)(x-6)}{x+3}=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=6$$

$Ответ:\{6\}$

Уравнения

$$\lg\frac{x^2+5}{x-2}=\lg x$$

$$\begin{cases} x>0 \\ \dfrac{x^2+5}{x-2}=x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x^2+5=x^2-2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x=-2{,}5 \end{cases}$$

Ответ: корней нет

Уравнения

Решите уравнения:

$$\log_{2x-6} 13 = \log_x 13$$

Решение

$$\log_{(x-2)^2} 17 = \log_x 17$$

Решение

Справочный материал

Содержание

$$\log_{2x-6} 13 = \log_x 13$$

$$\begin{cases} 2x-6>0 \\ 2x-6\neq 1 \\ 2x-6=x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>3 \\ x\neq 3{,}5 \\ x=6 \end{cases} \Leftrightarrow x=6$$

$$\text{Ответ}:\{6\}$$

Уравнения

$$\log_{(x-2)^2} 17 = \log_x 17$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ (x-2)^2 = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ x^2 - 5x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ x = 1,\ x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow x = 4$$

$$\textit{Ответ}: \{4\}$$

Уравнения

Решите уравнения:

$$\log_{x+1}\left(x^2 - 3x + 1\right) = 1$$

Решение

$$\log_x\left(2x^2 - 3x - 4\right) = 2$$

Решение

Справочный материал

Содержание

$$\log_{x+1}\left(x^2-3x+1\right)=1$$

$$\begin{cases} x+1>0 \\ x+1\neq 1 \\ x^2-3x+1=x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-1 \\ x\neq 0 \\ x^2-4x=0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x>-1 \\ x\neq 0 \\ x(x-4)=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=4$$

$Ответ:\{4\}$

Уравнения

$$\log_x\left(2x^2-3x-4\right)=2$$

$$\begin{cases} x>0 \\ x\neq 1 \\ 2x^2-3x-4=x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x\neq 1 \\ x^2-3x-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x>0 \\ x\neq 1 \\ (x-4)(x+1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x\neq 1 \\ x=4,\ x=-1 \end{cases} \Leftrightarrow x=4$$

$$\mathit{Ответ}:\{4\}$$

Уравнения

Решите уравнения:

$$\log_3(x-2)+\log_3 x=\log_3 8$$

Решение

$$\log_{0,4}(x+2)+\log_{0,4}(x+3)=\log_{0,4}(1-x)$$

Решение

Справочный материал

Содержание

$$\log_3(x-2)+\log_3 x=\log_3 8$$

$$\begin{cases} x-2>0 \\ x>0 \\ \log_3((x-2)x)=\log_3 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>2 \\ x>0 \\ x(x-2)=8 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x>2 \\ x^2-2x-8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>2 \\ \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=-2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=4$$

$$\textit{Ответ}:\{4\}$$

Уравнения

$$\log_{0,4}(x+2)+\log_{0,4}(x+3)=\log_{0,4}(1-x)$$

$$\begin{cases} x+2>0 \\ x+3>0 \\ 1-x>0 \\ \log_{0,4}[(x+2)(x+3)]=\log_{0,4}(1-x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-2 \\ x>-3 \\ x<1 \\ (x+2)(x+3)=1-x \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} -2<x<1 \\ x^2+6x+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2<x<1 \\ \left[\begin{array}{l} x=-5 \\ x=-1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=-1$$

$Ответ:\{-1\}$

Уравнения

Решите уравнения:

$$\log_7(x-2)-\log_7(x+2)=1-\log_7(2x-7)$$

Решение

$$\ln(x+4)=\ln(7-x)-\ln(x-7)$$

Решение

Справочный материал

Содержание

$$\log_7(x-2)-\log_7(x+2)=1-\log_7(2x-7)$$

$$\log_7(x-2)+\log_7(2x-7)=1+\log_7(x+2)$$

$$\begin{cases} x-2>0 \\ 2x-7>0 \\ x+2>0 \\ \log_7[(x-2)(2x-7)]=\log_7[7(x+2)] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>2 \\ x>3{,}5 \\ x>-2 \\ 2x^2-11x+14=7x+14 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x>3{,}5 \\ 2x^2-18x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>3{,}5 \\ 2x(x-9)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>3{,}5 \\ \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=9 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=9$$

$\textit{Ответ}:\{9\}$

Уравнения

$$\ln(x+4)=\ln(7-x)-\ln(x-7)$$

$$\ln(x+4)+\ln(x-7)=\ln(7-x)$$

$$\begin{cases} x+4>0 \\ x-7>0 \\ 7-x>0 \\ \ln[(x+4)(x-7)]=\ln(7-x) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x>-4 \\ \boxed{x>7} \\ \boxed{x<7} \\ (x+4)(x-7)=7-x \end{cases} \Leftrightarrow \varnothing$$

Ответ : корней нет

Уравнения

Решите уравнения:

$$2\log_2 x + \log_{\sqrt{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} x = 9$$

Решение

$$\log_3 x + 1 = 2\log_x 3$$

Решение

Справочный материал

Содержание

$$2\log_2 x+\log_{\sqrt{2}} x+\log_{\frac{1}{2}} x=9$$

$$ОДЗ: x>0$$

$$2\log_2 x+\log_{2^{\frac{1}{2}}} x+\log_{2^{-1}} x=9$$

$$2\log_2 x+2\log_2 x-\log_2 x=9$$

$$3\log_2 x=9$$

$$\log_2 x=3$$

$$x=2^3=8$$

$$Ответ: \{8\}$$

Уравнения

$$\log_3 x + 1 = 2\log_x 3$$

$$ОДЗ: x > 0,\ x \neq 1$$

$$\log_3 x + 1 = \frac{2}{\log_3 x}\Bigg| \cdot \log_3 x \neq 0$$

$$\log_3^2 x + \log_3 x - 2 = 0$$

$$пусть\ \log_3 x = t$$

$$t^2 + t - 2 = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = -2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \log_3 x = 1 \\ \log_3 x = -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = \dfrac{1}{9} \end{array}\right.$$

$$Ответ: \left\{\frac{1}{9}; 3\right\}$$

Решите уравнения:

$$\lg x = \frac{1}{2}\lg(x+1)$$

Решение

$$\log_{0,5} x = 0{,}5\log_{0,5}\left(2x^2 - x\right)$$

Решение

Справочный материал

Содержание

$$\lg x = \frac{1}{2}\lg(x+1)$$

$$2\lg x = \lg(x+1)$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ \lg x^2 = \lg(x+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x^2 = x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x^2 - x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2} \\ x = \dfrac{1-\sqrt{5}}{2} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

$$\textit{Ответ}: \left\{\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right\}$$

Уравнения

$$\log_{0,5} x = 0,5\log_{0,5}\left(2x^2 - x\right)$$

$$2\log_{0,5} x = \log_{0,5}\left(2x^2 - x\right)$$

$$\begin{cases} 2x^2 - x > 0 \\ x^2 = 2x^2 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(2x-1) > 0 \\ x^2 - x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x < 0 \\ x > 0,5 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$$

$\textit{Ответ}: \{1\}$

Уравнения

Решите уравнения:

$$x^{\log_2 x+2} = 8$$

Решение

$$\frac{1}{4}x^{\frac{1}{2}\log_2 x} = 2^{\frac{1}{4}\log_2^2 x}$$

Решение

Справочный материал

Содержание

$$x^{\log_2 x+2}=8$$

$$ОДЗ: x\neq 1, x>0$$

Обе части уравнения положитель ны на ОДЗ. Пролагориф мируем их по основанию 2. Получим равносильн ое уравнение.

$$\log_2 x^{\log_2 x+2}=\log_2 8$$

$$(\log_2 x+2)\log_2 x=3$$

$$\log_2^2 x+2\log_2 x-3=0$$

$$Замена: t=\log_2 x$$

$$t^2+2t-3=0$$

$$\left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-3 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 x=1 \\ \log_2 x=-3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=\dfrac{1}{8} \end{array}\right.$$

$$Ответ: \left\{\frac{1}{8};2\right\}$$

Уравнения

$$\frac{1}{4}x^{\frac{1}{2}\log_2 x} = 2^{\frac{1}{4}\log_2^2 x}$$

$$ОДЗ: x \neq 1, x > 0$$

Обе части уравнения положитель ны на ОДЗ. Пролагориф мируем их по основанию 2. Получим равносильн ое уравнение.

$$\log_2 \frac{1}{4} + \frac{1}{2}\log_2^2 x = \frac{1}{4}\log_2^2 x$$

$$\log_2^2 x = 8$$

$$|\log_2 x| = 2\sqrt{2}$$

$$\left[\begin{array}{l}\log_2 x = 2\sqrt{2} \\ \log_2 x = -2\sqrt{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = 4^{\sqrt{2}} \\ x = 4^{-\sqrt{2}}\end{array}\right.$$

$$Ответ: \{4^{\pm\sqrt{2}}\}$$

Уравнения

Для уравнения вида

$$\log_a f(x) = b, a > 0, \ a \neq 1$$

получаем равносильное уравнение

$$f(x) = a^b$$

Уравнения

Содержание

Для уравнения вида

$$\log_a f(x) = \log_a g(x),\ a > 0,\ a \neq 1$$

ПОЛУЧАЕМ РАВНОСИЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

$$\begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) > 0 \end{cases}$$

ИЛИ

$$\begin{cases} f(x) = g(x) \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

Уравнения

Содержание

Для уравнения вида

$$\log_{f(x)} A = \log_{g(x)} A, \quad A > 0$$

ПОЛУЧАЕМ РАВНОСИЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

$$\begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) > 0 \\ f(x) \neq 1 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} f(x) = g(x) \\ g(x) > 0 \\ g(x) \neq 1 \end{cases}$$

Уравнения

Содержание

Для уравнения вида

$$\log_{g(x)} f(x) = b$$

получаем равносильную смешанную систему уравнений

$$\begin{cases} f(x) = g^{b}(x) \\ g(x) > 0 \\ g(x) \neq 1 \end{cases}$$

Уравнения

Содержание

Для уравнения вида

$$\log_a f(x) + \log_a g(x) = \log_a m(x), \;\; a > 0, \;\; a \neq 1$$

ПОЛУЧАЕМ РАВНОСИЛЬНУЮ СИСТЕМУ УРАВНЕНИЙ

$$\begin{cases} \log_a\big(f(x)\cdot g(x)\big) = \log_a m(x) \\ g(x) > 0 \\ f(x) > 0 \\ m(x) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \big(f(x)\cdot g(x)\big) = m(x) \\ g(x) > 0 \\ f(x) > 0 \\ m(x) > 0 \end{cases}$$

Уравнения

Содержание

Для уравнения вида

$$\log_a \alpha(x) - \log_a \beta(x) = \log_a f(x) - \log_a g(x),\ \ a > 0,\ \ a \neq 1$$

$$\log_a \alpha(x) + \log_a g(x) = \log_a f(x) + \log_a \beta(x),\ \ a > 0,\ \ a \neq 1$$

получаем равносильную систему уравнений

$$\begin{cases} \log_a\big(\alpha(x)\cdot g(x)\big) = \log_a\big(f(x)\cdot \beta(x)\big) \\ g(x) > 0 \\ f(x) > 0 \\ \alpha(x) > 0 \\ \beta(x) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \big(\alpha(x)\cdot g(x)\big) = f(x)\cdot \beta(x) \\ g(x) > 0 \\ f(x) > 0 \\ \alpha(x) > 0 \\ \beta(x) > 0 \end{cases}$$

Уравнения

Содержание

Для уравнения вида

$$\frac{1}{2}\log_a f(x) = \log_a g(x),\ a > 0,\ a \neq 1$$

получаем равносильное уравнение

$$\log_a f(x) = 2\log_a g(x),\ a > 0,\ a \neq 1$$

которое равносильно системе уравнений

$$\begin{cases} f(x) = g^2(x) \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

Уравнения

Содержание

Если в уравнении содержатся логарифмы с разными основаниями, то прежде всего следует свести все логарифмы к одному основанию. Для этого используется формула перехода к новому основанию.

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}, a > 0, a \neq 1, c > 0, c \neq 1, b > 0$$

Или другие свойства логарифма:

$$\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b, a > 0, a \neq 1, b > 0, k \neq 0$$

Уравнения

Содержание

Иногда целесообразно логарифмировать обе части уравнения, чтобы свести его решение к одному из простейших уравнений. Как правило, это приходится делать для уравнений смешанного типа, содержащих как показательную, та и логарифмическую функции

$$x^{\log_a x} = b, a > 0, a \neq 1, x > 0, x \neq 1$$

$$\log_a x^{\log_a x} = \log_a b$$

Уравнения

Содержание