

*Кобзев Дмитрий Александрович*  
*учитель математики*

# *Углы, связанные с окружностью.*

*8 класс*

*Л. С. Атанасян, "Геометрия 7-9"*

*Учиться можно только весело.  
Чтобы переварить знания, надо  
поглощать их с аппетитом.*

*Анатоль Франс*

## Цели и задачи урока:

### ● Образовательные :

Рассмотреть все возможные комбинации углов, связанных с окружностью (центральный и вписанный углы; углы между: касательной и хордой; двумя пересекающимися хордами; двумя секущими, проведенными из одной точки; касательной и секущей, проведенными из одной точки; двумя касательными, проведенными с одной точки); формировать навык чтения чертежей.

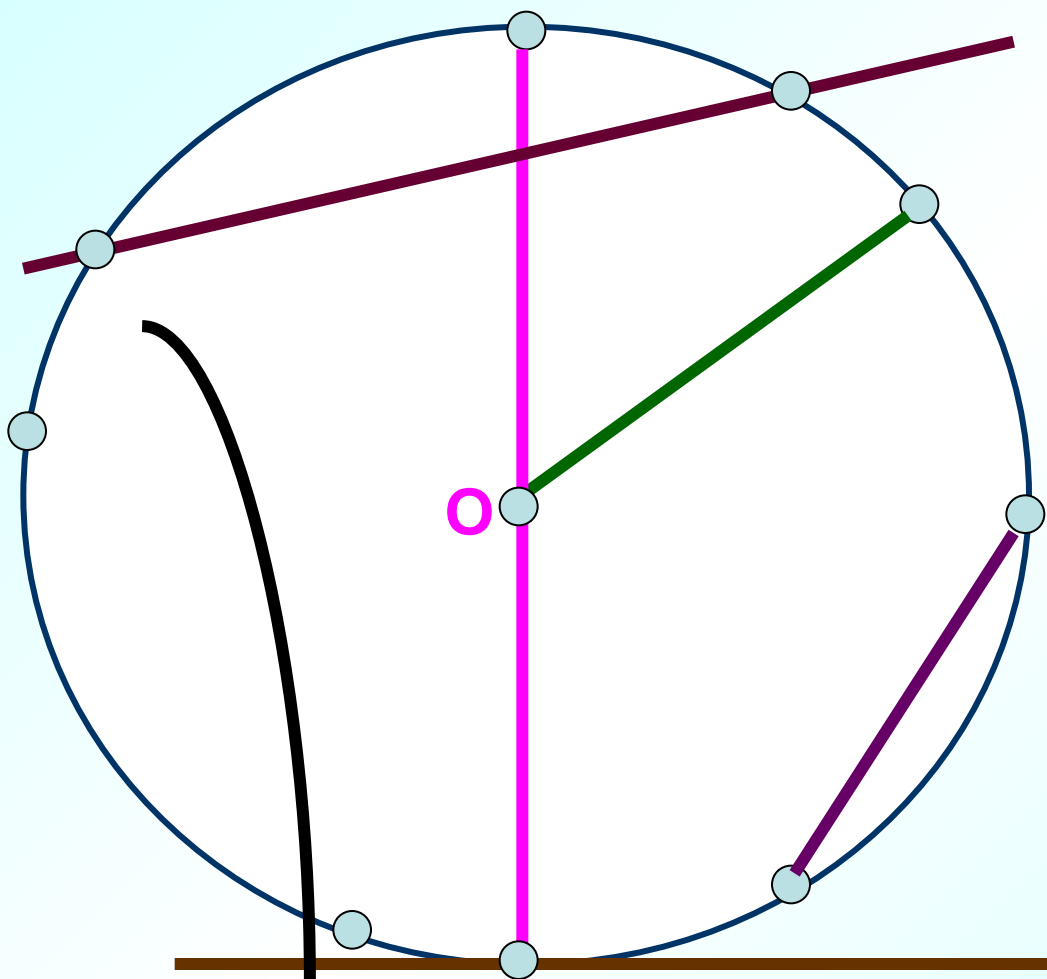
### ● Развивающие:

Развить воображение учащихся при решении геометрических задач, геометрическое мышление, интерес к предмету, математическую речь, память, внимание, умение делать выводы и обобщение.

### ● Воспитательные:

Воспитывать у учащихся ответственное отношение к учебному труду, формировать эмоциональную культуру и культуру общения, чувство патриотизма, умение четко организовывать самостоятельную и индивидуальную работу.

# Окружность



секущая

диаметр

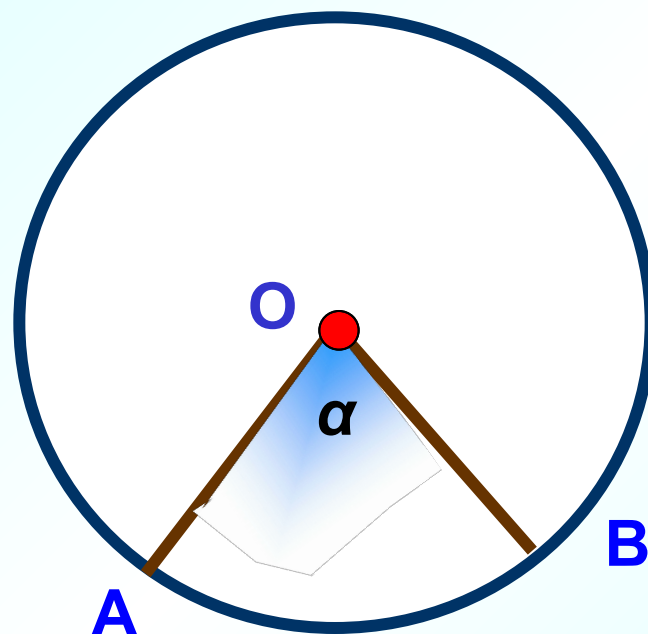
радиус

хорда

касательная

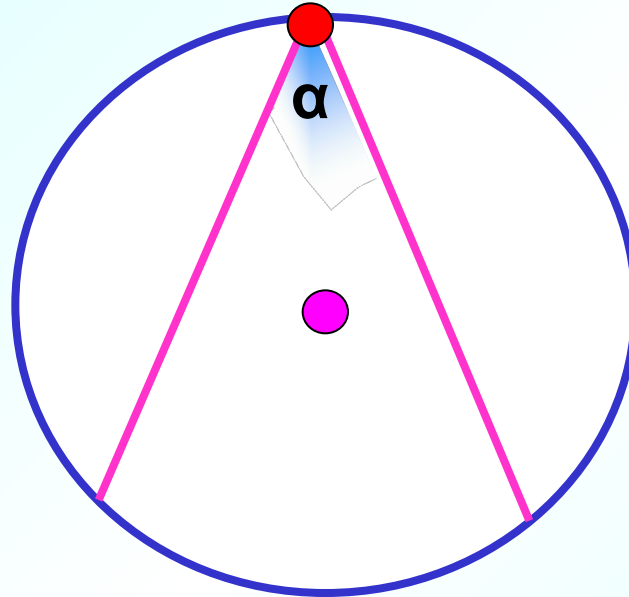
Дуга

## Центральный угол



Угол с вершиной в центре  
окружности называется  
**центральным углом**

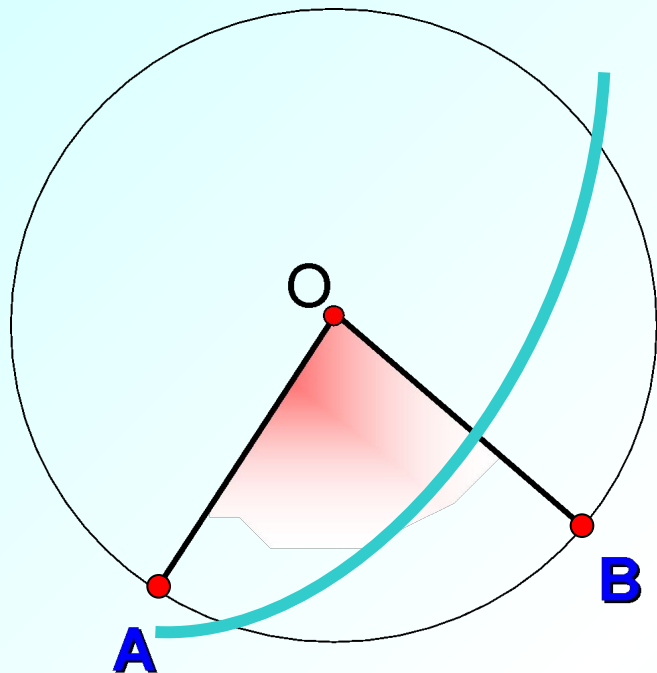
## Вписанный угол



**Угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают окружность, называется**

**вписанным углом**

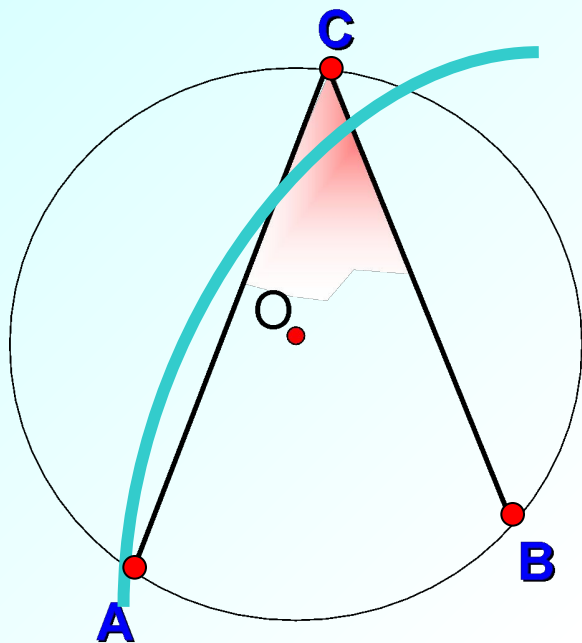
## Теорема о центральном угле



Градусная мера  
**центрального угла**  
равна градусной мере  
**дуги**, на которую он  
опирается.

$$\angle AOB = \cup AB$$

## Теорема о вписанном угле

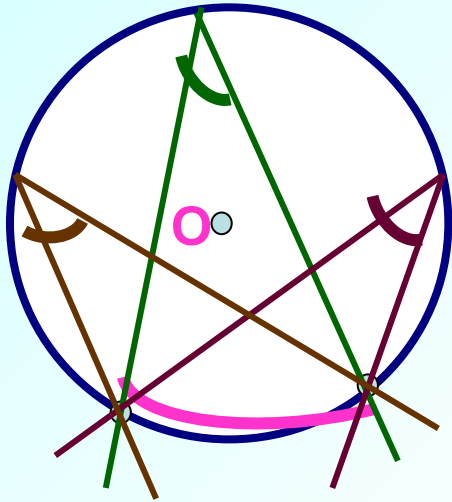


Вписанный угол  
измеряется **половиной**  
**дуги**, на которую он  
опирается

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \cup AB$$

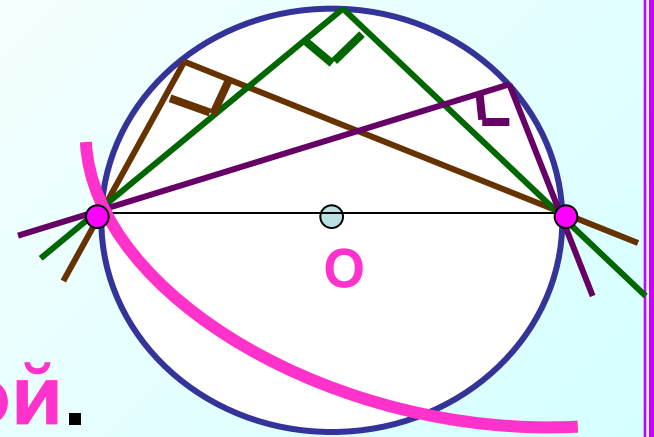


## Следствия о вписанных углах

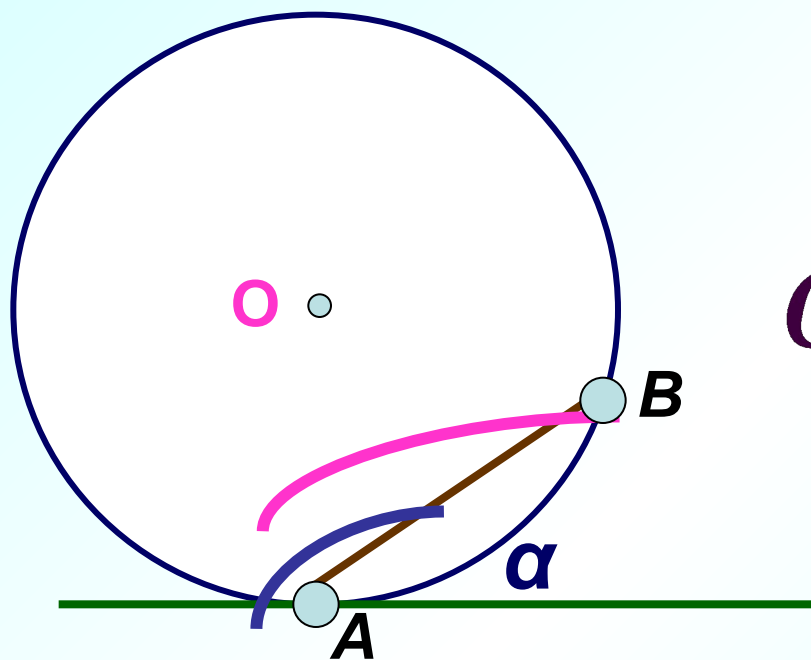


**Вписанные углы,  
опирающиеся на одну и  
ту же дугу, равны.**

**Вписанный угол,  
опирающийся на  
полуокружность – прямой.**



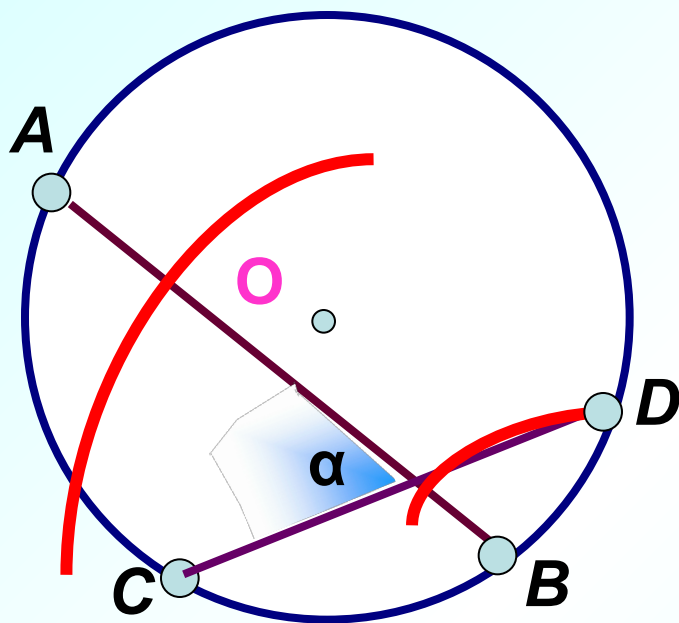
## Угол между касательной и хордой



$$\alpha = \frac{1}{2} \cup AB$$

Угол между касательной и хордой, проходящей через точку касания, измеряется **половиной** заключенной в нем дуги

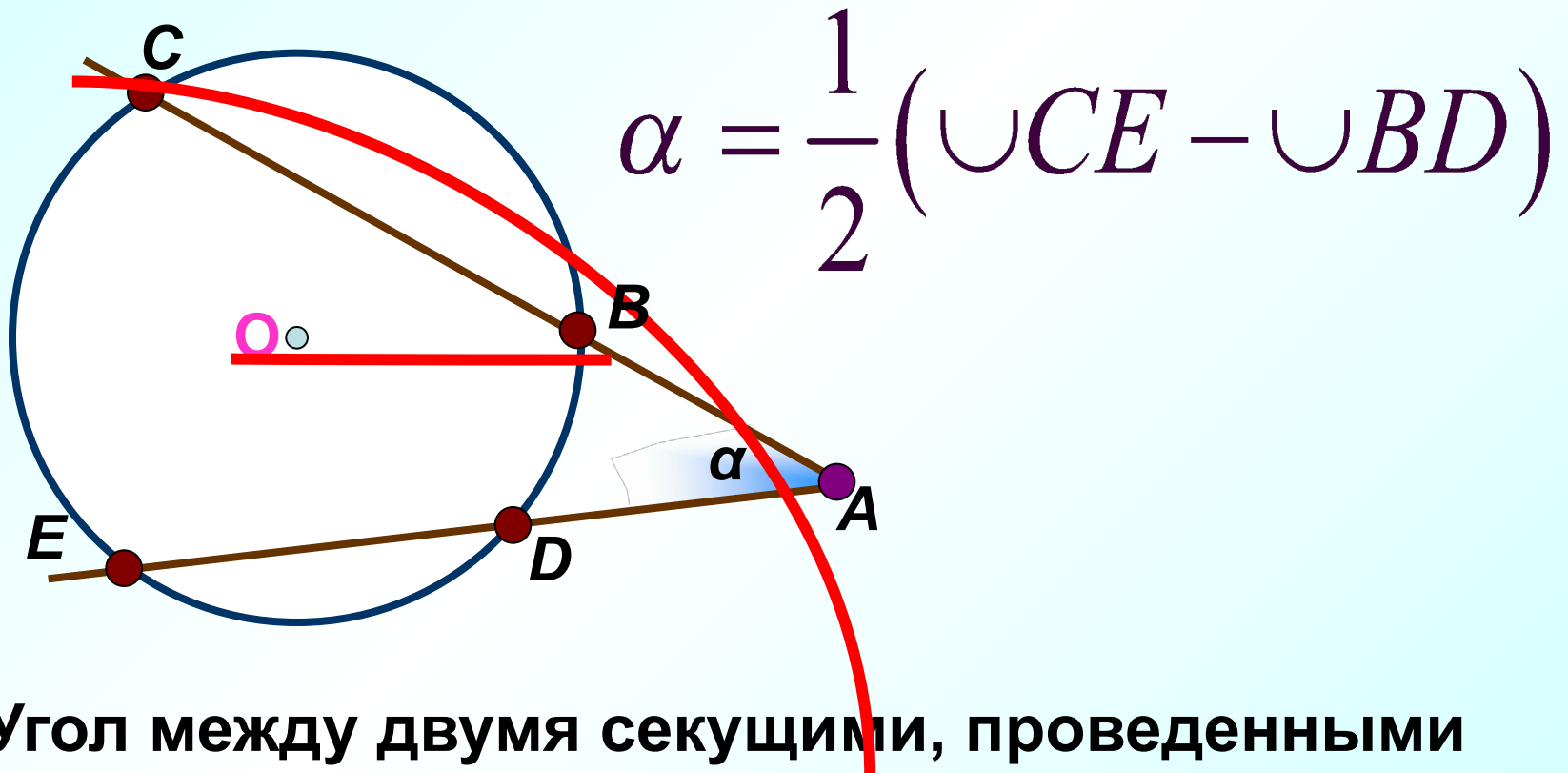
**Угол между двумя  
пересекающимися хордами**



$$\alpha = \frac{1}{2}(\cup AC + \cup BD)$$

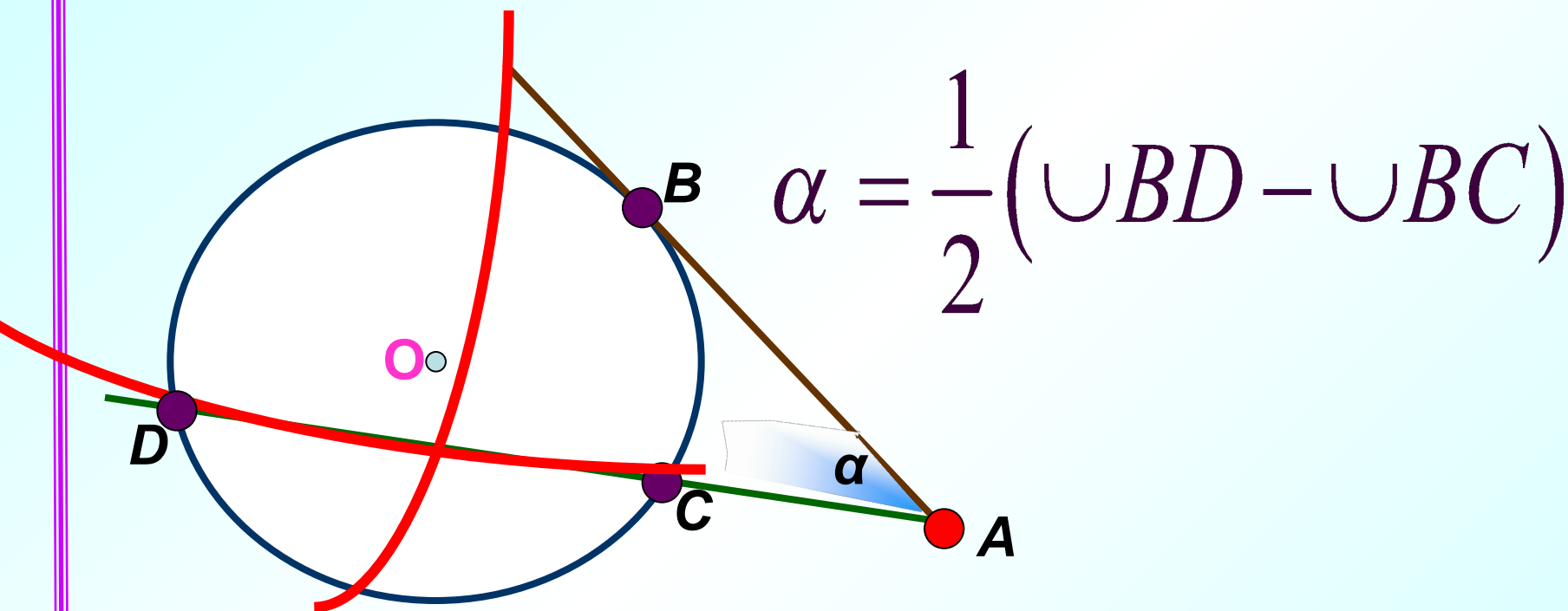
Угол между двумя пересекающимися хордами измеряется **полусуммой** заключенных между ними дуг

Угол между двумя секущими,  
проведенными из одной точки



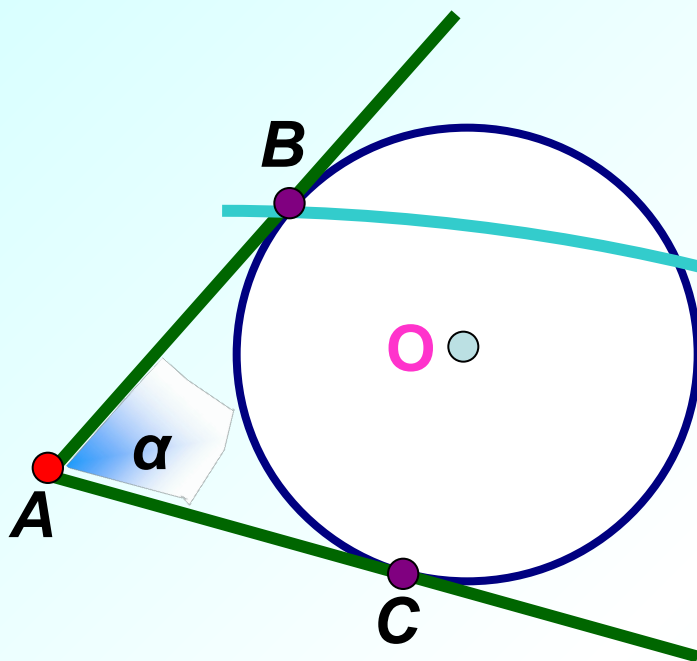
Угол между двумя секущими, проведенными из одной точки, измеряется **полуразностью** заключенных внутри него дуг

Угол между касательной и секущей,  
проведенными из одной точки



Угол между касательной и секущей, проведенными из одной точки, измеряется **полуразностью** заключенных внутри него дуг

Угол между двумя касательными,  
проведенными из одной точки



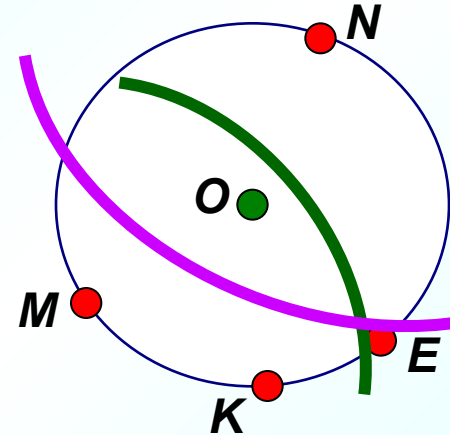
$$\alpha = 180^{\circ} - \cup BC$$

Угол между двумя касательными, проведенными из одной точки, равен  $180^{\circ}$  минус величина заключенной внутри него дуги, меньшей полуокружности.

# Устные задания

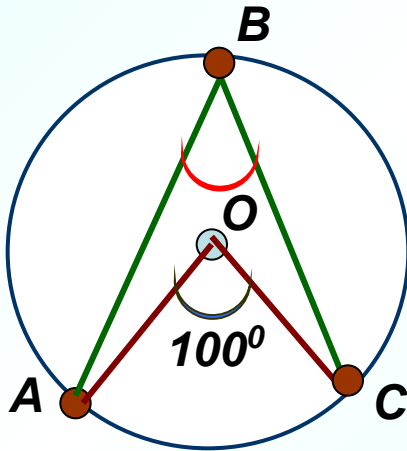
1

Дано:  $\hat{i} \hat{e} \hat{d} .(O, R)$   
 $\angle MKE \boxtimes \angle MNE$  в 2 раза  
Найти:  $\cup MKE, \cup MNE$



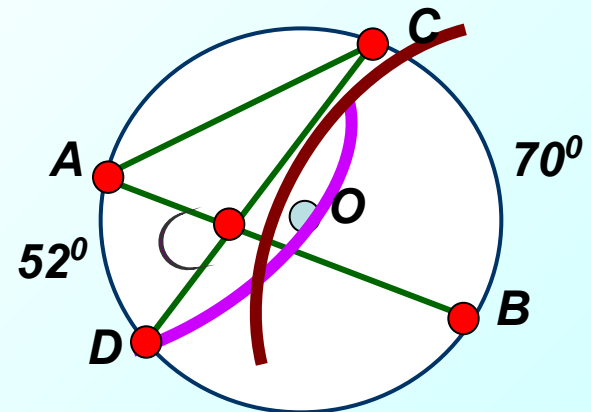
2

Дано:  $\hat{i} \hat{e} \hat{d} .(O, R)$   
Найти:  $\angle ABC$



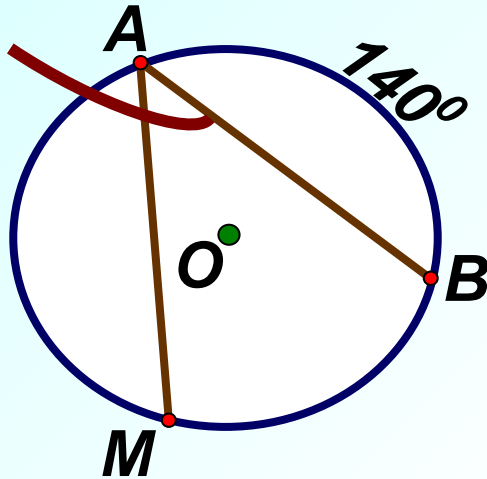
3

Дано:  $\hat{i} \hat{e} \hat{d} .(O, R)$   
Найти:  $\angle BEC$



# Математический диктант

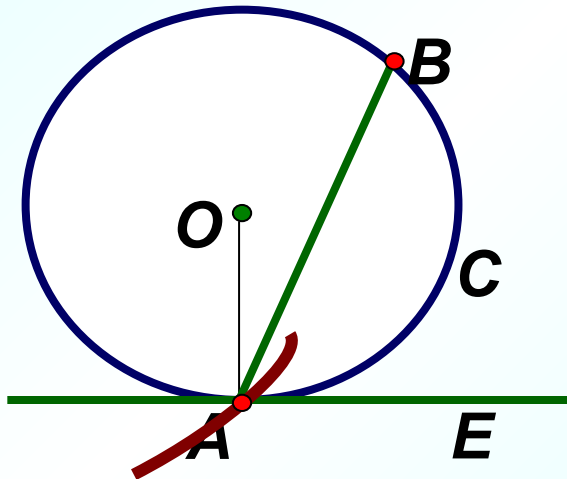
1



Дано:  $\cup AM : \cup MB = 6 : 5$

Найти:  $\angle BAM$

2



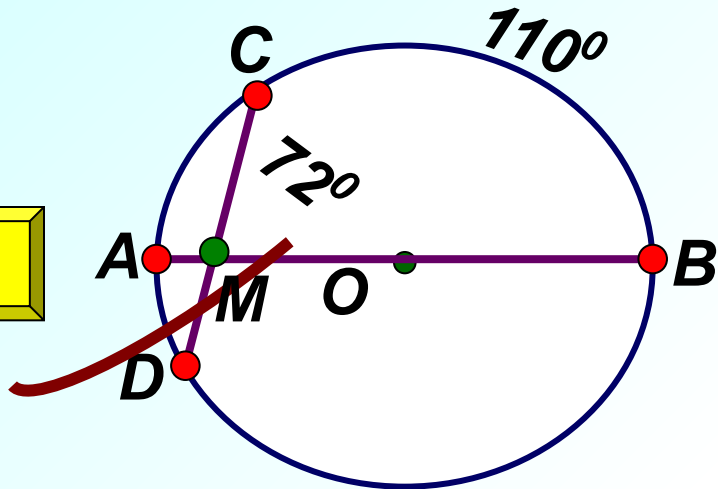
Дано:  $\cup ACB : \cup ADB = 3 : 5$

Найти:  $\angle BAE$



# Математический диктант

3

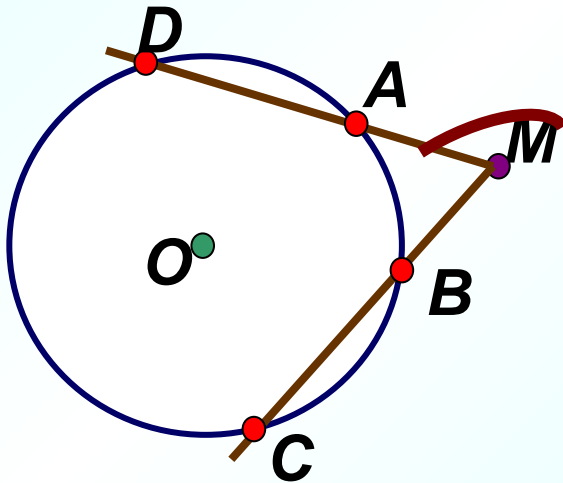


Дано:  $\angle CMB = 72^\circ$

$\cup CB = 110^\circ$

Найти:  $\cup BD$

4



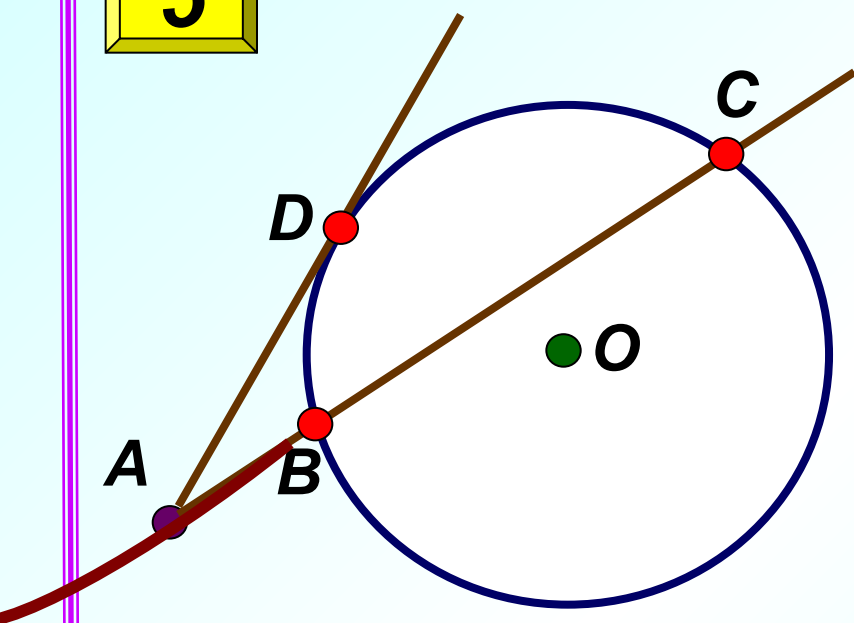
Дано:

$\cup AB : \cup BC : \cup CD : \cup DA = 3 : 2 : 13 : 7$

Найти:  $\angle AMB$

# Математический диктант

5



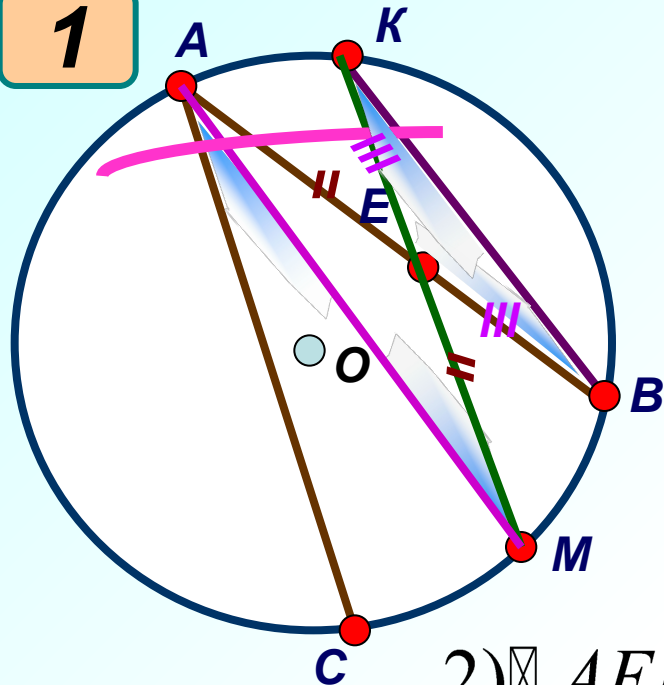
Дано:  $\cup BDC = 112^{\circ}$

$$\cup BD : \cup DC = 7 : 9$$

Найти:  $\angle BAD$

# Решение задач

1



Дано:  $\angle BAC$  - вписанный  
 $AM$  – биссектриса угла  $BAC$

$MK \parallel AC$

Доказать:  $MK = AB$

Доказательство:

1)  $AC \parallel MK$ ,  $\hat{\angle} MAC = \hat{\angle} AMK$

2)  $\triangle AEM$  –  $\hat{\Delta}$  ( $AE = EM$ )

3) Проведем  $BK$ ;  $\hat{\angle} AMK = \hat{\angle} ABK$  (опираются на  $\cup \hat{A}E$ )

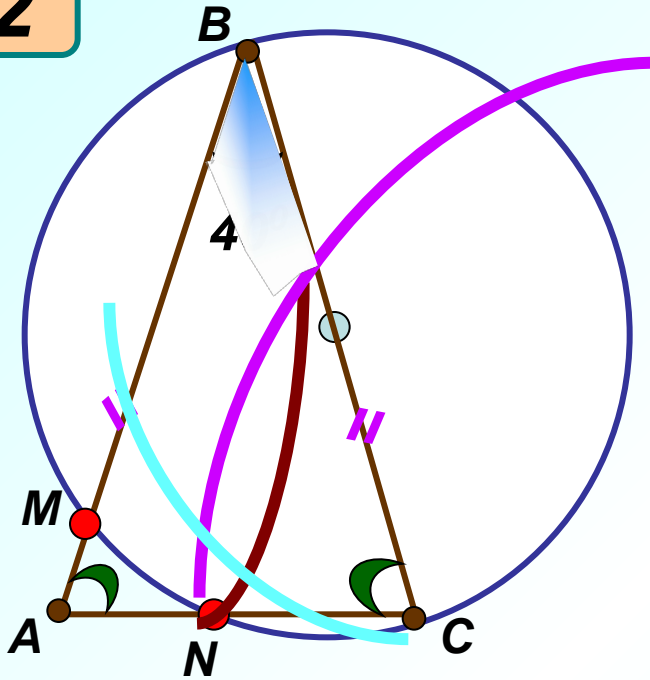
4)  $\hat{\angle} BAM = \hat{\angle} BKM$  (опираются на  $\cup BM$ )

5)  $\triangle BEK$  –  $\hat{\Delta}$  ( $BE = EK$ )

6)  $MK = AB$

# Решение задач

2



Дано: Окр.  $(O, R)$   
 $ABC$  – равнобедр. тр - к  
 $\angle ABC = 40^\circ$

Найти:  $\cup MB$ ,  $\cup MN$ ,  $\cup NC$

Решение:

$$1) \angle BAC = \angle BCA = \frac{1}{2}(180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$$
$$2) \angle BAC = \frac{1}{2}(\cup BC - \cup MN)$$

$$3) \cup MN = \cup BC - 2\angle BAC = 180^\circ - 2 \times 70^\circ = 40^\circ$$

$$4) \angle MBC = \frac{1}{2} \cup MC; \cup MC = 2 \times 40^\circ = 80^\circ \quad 5) \cup NC = \cup MC - \cup MN = 40^\circ$$

$$6) \cup MB = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

Ответ:  $\cup MB = 100^\circ$ ,  $\cup MN = \cup NC = 40^\circ$

# **Итог урока**

## **Закончи фразу**

- 1) Угол между касательной и хордой, проходящей через точку касания, измеряется ...
- 2) Угол между двумя пересекающимися хордами измеряется ...
- 3) Угол между двумя секущими, проведенными из одной точки, измеряется ...
- 4) Угол между касательной и секущей, проведенными из одной точки, измеряется ...
- 5) Угол между двумя касательными, проведенными из одной точки, равен ...

## Домашнее задание

**§ 2 , конспект,  
задачник ( 4.15, 4.16, 4.22 )**

Дополнительная задача:

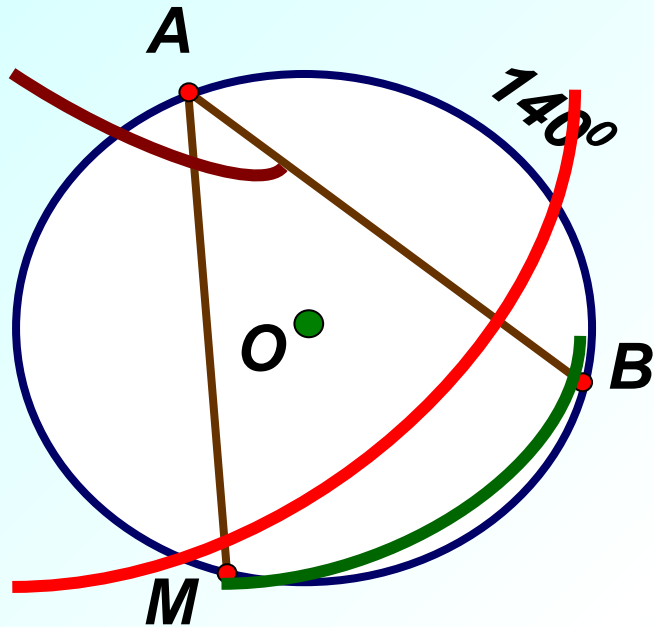
**Лестница падает, скользя концами по стене к полу. Какую траекторию описывает фонарик, привязанный к средней ступеньке ?**

# Рефлексия



Спасибо за урок

# Задание 1



Решение:

$$1) \cup AMB = 360^{\circ} - 140^{\circ} = 220^{\circ}$$

$$2) \hat{O} \hat{e}. \cup AM : \cup MB = 6 : 5, \hat{o} \hat{i}$$

$$\cup MB = \frac{5}{11} \cup AMB = \frac{5}{11} \times 220^{\circ} = 100^{\circ}$$

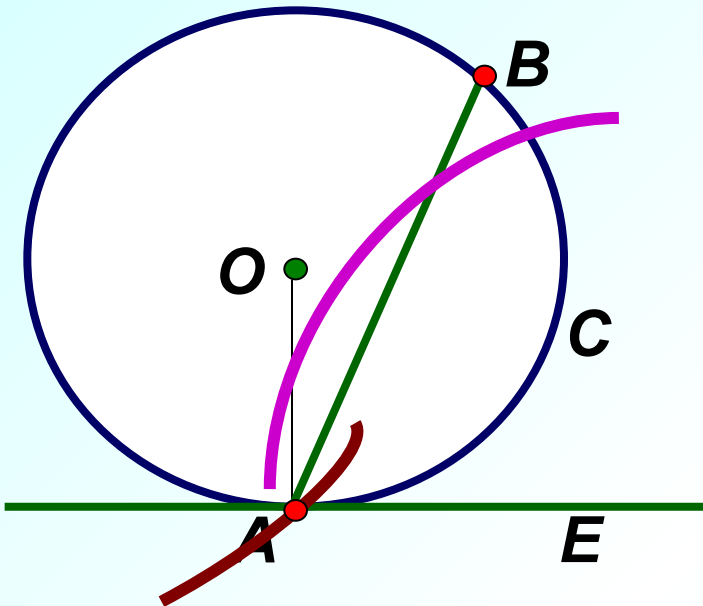
3) По теореме о вписанном угле:

$$\angle BAM = \frac{1}{2} \cup MB = \frac{1}{2} \times 100^{\circ} = 50^{\circ}$$

Ответ:  $50^{\circ}$



## Задание 2



Решение:

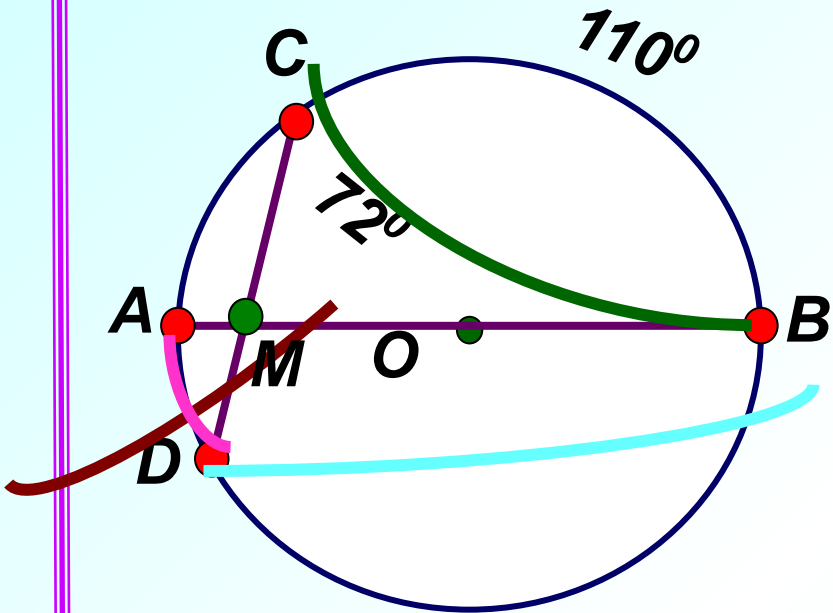
$$1) \angle BAE = \frac{1}{2} \cup ACB$$

$$2) \cup ACB = \frac{3}{8} \times 360^\circ = 135^\circ$$

$$3) \angle BAE = \frac{1}{2} \times 135^\circ = 67,5^\circ$$

Ответ:  $67,5^\circ$

## Задание 3



Решение:

$$1) \angle CMB = \frac{1}{2}(\cup BC + \cup AD)$$

$$2) \cup AD = 2\angle CMB - \cup BC$$

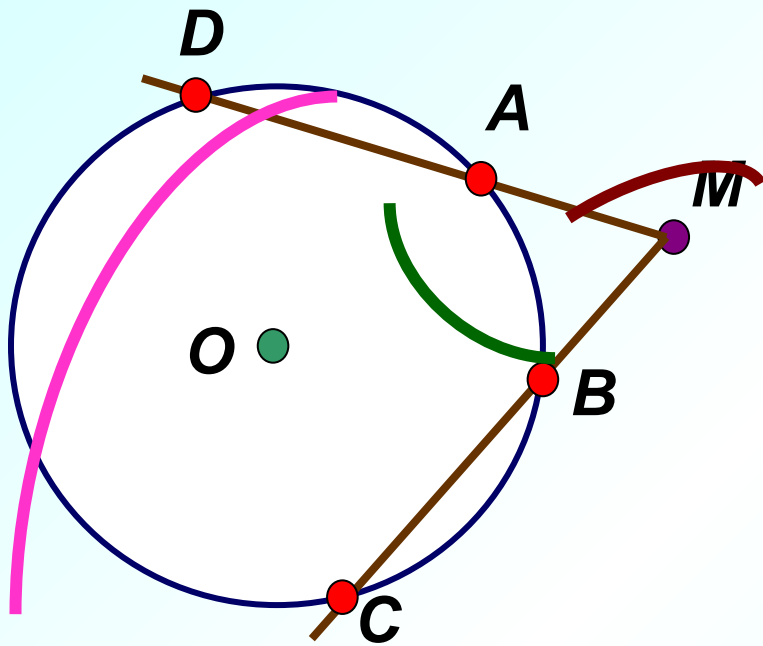
$$\cup AD = 2 \times 72^\circ - 110^\circ = 34^\circ$$

$$3) \cup BD = \cup ADB - \cup AD$$

$$\cup BD = 180^\circ - 34^\circ = 146^\circ$$

Ответ:  $146^\circ$

## Задание 4

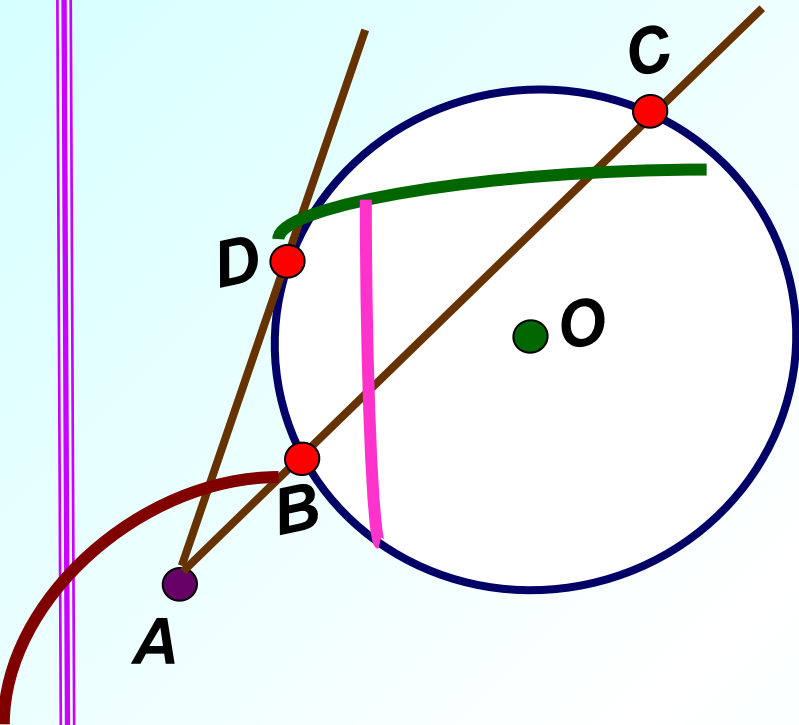


Решение:

$$\begin{aligned} 1) \angle AMB &= \frac{1}{2} (\cup DC - \cup AB) \\ 2) \cup DC &= \frac{13}{25} \times 360^\circ = 187,2^\circ \\ 3) \cup AB &= \frac{3}{25} \times 360^\circ = 43,2^\circ \\ 4) \angle AMB &= \frac{1}{2} (187,2^\circ - 43,2^\circ) = 72^\circ \end{aligned}$$

**Ответ:**  $72^\circ$

## Задание 5



Решение:

$$1) \angle BAD = \frac{1}{2} (\cup DC - \cup DB)$$

$$2) \cup DC = \frac{9}{16} \cup BDC = \frac{9}{16} \times 12^\circ = 63^\circ$$

$$3) \cup DB = \frac{7}{16} \cup BDC = \frac{7}{16} \times 12^\circ = 49^\circ$$

$$4) \angle BAD = \frac{1}{2} (63^\circ - 49^\circ) = 7^\circ$$

Ответ:  $7^\circ$