«Логарифмические уравнения»

Учитель математики
МОУ СОШ №2 р.п. Мокроус Меркулова И.Н.

Логарифмические уравнения

Цели урока:

Повторить тему «Показательные уравнения» решая примеры, подчеркнуть важность этой темы и связь её с итоговой аттестацией.

Помочь учащимся в доступной форме получить и усвоить методы решений логарифмических уравнений, подчеркнуть важность освоения этой темы для успешного написания итоговой аттестации.

Отработать навыки решения простых логарифмических уравнений.

Отработать навыки работы с карточкой при решении примеров.

Использовать при решении наглядных пособий.

Развитие речевых способностей учащихся при неоднократном повторении определения логарифма, свойств логарифмов.

Работа в группах и в команде позволяет развивать взаимодействие учащихся и развивает взаимовыручку.

Разминка

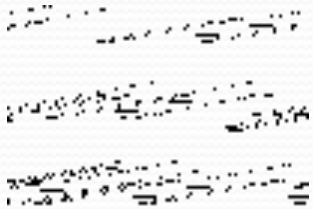
(подготовка к ЕГЭ, прототипы заданий В5)

Самостоятельная работа

Вариант 1	Вариант2	Вариант3
$2^{1-4x} = 32$	$2^{5-x} = 64$	$2^{1-3x} = 128$
$2^{2x-14} = \frac{1}{16}$	$3^{5x-12} = \frac{1}{9}$	$4^{2x-17} = \frac{1}{64}$
$\left(\frac{1}{3}\right)^{4x-9} = \frac{1}{27}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-12} = \frac{1}{8}$	$\left(\frac{1}{4}\right)^{12-3x} = \frac{1}{64}$
$25^{x-11} = \frac{1}{5}$	$9^{x-1} = \frac{1}{3}$	$25^{x-7} = \frac{1}{5}$
$\left(\frac{1}{16}\right)^{x-9} = 4$	$\left(\frac{1}{81}\right)^{x-11} = 3$	$\left(\frac{1}{32}\right)^{x-2} = 2$

Логарифм, свойства логарифма.

- Определение: *Логарифмом (log) числа b>0 по основанию a {где, a>0 и a≠1}, называется показатель степени x, в которую надо возвести число a, чтобы получить b.*



Из определения логарифма вытекают следующие его свойства.

Пусть a > 0, a ≠ 0, тогда:

$$\log_a 1 = 0, \qquad \log_a a = 1.$$

Если x > 0 и y > 0, a > 0, a ≠ 0 то

$$\log_a xy = \log_a x + \log_a y.$$

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y.$$

$$\log_a x^p = p\log_a x.$$

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}.$$

$$\log_{a^q} x^p = \frac{p}{q}\log_a x.$$

Математический диктант

(подготовка к ЕГЭ, прототипы заданий В7)

По одному ученику выходят к доске на задание и записывают решение, остальные самостоятельно в рабочей тетради

$16^{\log_4 13}$	$\dfrac{\log_5 \sqrt[4]{14}}{\log_5 14}$	$\log_6 198 - \log_6 5{,}5$
$64^{\log_8 7}$	$\log_2 3 \cdot \log_3 4$	$\log_{\frac{1}{23}} \sqrt{23}$
$9^{\log_3 \sqrt{7}}$	$133 \log_{13} \sqrt[7]{13}$	$\log_5 6{,}25 + \log_5 4$
$\dfrac{\log_9 22}{\log_{81} 22}$	$\log_4 \log_6 36$	$12 \cdot 8^{\log_8 7}$

Логарифмические уравнения

Определение.
Логарифмическим уравнением называют уравнения вида $\log_a f(x) = \log_a g(x)$, где а – положительное число, отличное от нуля, и уравнения, сводящиеся к этому виду.

Виды логарифмических уравнений:

1. $\log_a x = в \Leftrightarrow x = a^в$ **, где** $a > 0, a \neq 1$ (по определению логарифма)

Пример:

$\log_{0,5} x = 2$, по определению логарифма

$x = 0{,}5^2$,

$x = 0{,}25$

Ответ: 0,25.

Работа по учебнику: № 6.10 (д, е); 6.12 (в); 6.13 (в).

Виды логарифмических уравнений

2

2. $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$, где $a > 0, a \neq 1$.

Пример:

1. $\log_2(3x - 6) = \log_2(2x - 3) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 6 = 2x - 3 \\ 3x - 6 > 0 \\ 2x - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x > 2 \\ x > 1{,}5 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3.$

Ответ: 3.

2. $\log_{\frac{1}{8}}(7x - 9) = \log_{\frac{1}{8}}(x - 1)$ (работа у доски).

Решение:

$$\log_{\frac{1}{8}}(7x-9)=\log_{\frac{1}{8}}(x-1) \Leftrightarrow \begin{cases} 7x-9=x-1 \\ 7x-9>0 \\ x-1>0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x=8 \\ x>1\frac{2}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{4}{3} \\ x>1\frac{2}{7} \end{cases} \Leftrightarrow x=\frac{4}{3}.$$

$$x>1$$

Ответ: $\frac{4}{3}$.

Виды логарифмических уравнений

2

$$\mathbf{3.}\ \log_{h(x)} f(x) = \log_{h(x)} g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} h(x) > 0 \\ h(x) \neq 1 \\ f(x) = g(x) \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

Пример:

$$\mathbf{1.}\ \log_x(x+3) = \log_x(2x+9) \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ x+3 = 2x+9 \\ x+3 > 0 \\ 2x+9 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ x = -6 \\ x > -3 \\ x > -4{,}5 \end{cases} \Leftrightarrow \textit{корней нет.}$$

Ответ: корней нет.

2. $\log_x(x^2 - 2x) = \log_x(3x-4)$ (работа у доски)

Решение:

$$\log_x(x^2-2x)=\log_x(3x-4)$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\x\neq 1\\x^2-2x=3x-4\\3x-4>0\\x^2-2x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\x\neq 1\\x^2-5x+4=0\\x>\frac{4}{3}\\x(x-2)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>2\\\left[\begin{array}{l}x=1\\x=4\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x=4.$$

Ответ: x=4.

Закрепление изученного материала

1 уравнение 2 уравнение

Решение простейших показательных – логарифмических уравнений:

1. $2^{\log_2(x^2-4)} = 21.$

2. $3^{\log_4(-5x)} = \log_5 125.$

Проверим правильность вашего решения

1. $2^{\log_2(x^2-4)} = 21.$

Решение:

$2^{\log_2(x^2-4)} = 21,$

$2^{\log_2(x^2-4)} = 2^{\log_2 21},$

$\log_2(x^2 - 4) = \log_2 21,$

$x^2 - 4 = 21,$

$x^2 = 25,$

$|x| = 5,$

$x_1 = -5, x_2 = 5.$

Ответ: -5 и 5.

Проверим правильность вашего решения

2. $3^{\log_4(-5x)} = \log_5 125.$

Решение:

$3^{\log_4(-5x)} = \log_5 125,$

$3^{\log_4(-5x)} = 3,$

$\log_4(-5x) = 1,$

$-5x = 4,$

$x = -0{,}8.$

Ответ: - 0,8.

Историческая справка.

Логарифмы использовались для облегчения счета. Впервые были составлены таблицы логарифмов в XVI в. Джоном Непером и Бюрги. Позднее Гантером в XVII в. была изобретена логарифмическая линейка. До XX в. инженеры и ученые пользовались логарифмической линейкой как вычислительным прибором. О логарифмической линейке вы можете прочитать в книге Панова Д. Ю. “Счетная линейка”.

Кто хочет сделать доклад на следующий урок по теме:
“Применение логарифмов в природе и технике”
и “О логарифмической линейке”?

Домашнее задание:

1 вариант:	2 вариант:
№ 6.10 (а)	№ 6.10 (б)
№ 6.11 (а)	№ 6.11 (б)
№ 6.12 (а)	№ 6.12 (б)
Решить уравнения:	
$\log_6(14 + 4x) = \log_6(2x + 2)$	$\log_{0,2}(8 + 12x) = \log_{0,2}(11x + 7)$
$\log_x(x - 1) = \log_x(2x - 8)$	$\log_x(x + 3) = \log_x(3x - 6)$