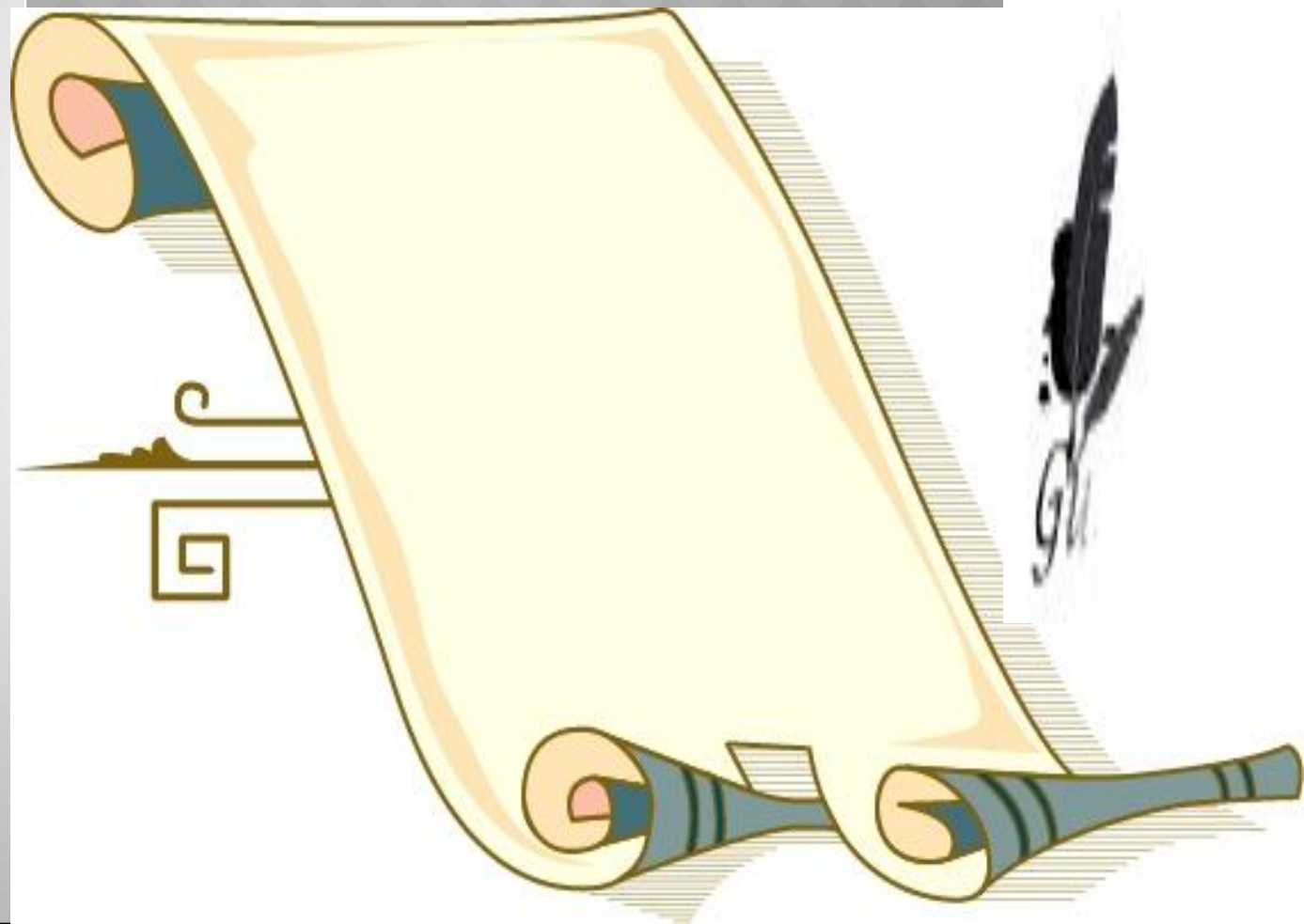


***ПРОСТЕЙШИЕ***

***ТРИГОНОМЕТРИЧЕСК  
ИЕ***

***УРАВНЕНИЯ.***

*История развития  
тригонометрии.*



# ИСТОРИЯ РАЗВИТИЯ ТРИГОНОМЕТРИИ.

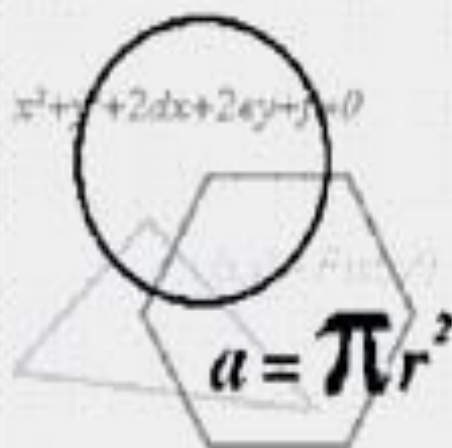


*Некоторые тригонометрические сведения были известны древним вавилонянам и египтянам, но основы этой науки заложены в Древней Греции.*

*Греческий астроном Гиппарх во II веке до н.э. составил таблицу числовых значений хорд в зависимости от величин стягиваемых ими дуг.*



# Клавдий Птолемей



Птолемей делил окружность на  $360^\circ$ , а диаметр на 120 частей И записывал на основании теоремы

Пифагора:

$$(\text{хорда } a)^2 + (\text{хорда } (180 - a))^2 = (\text{диаметр})^2,$$

что соответствует современной формуле

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1.$$

Применив известные из геометрии теоремы ученый нашел зависимости, которые равнозначны следующим формулам при условии:

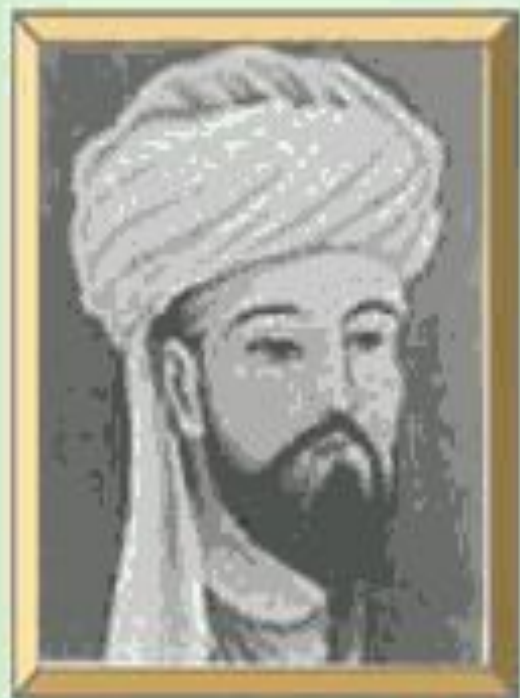
$$0^\circ < a < 90^\circ$$

$$a/2 = \sqrt{1 - \cos a} / 2$$

$$\sin(a - B) = \sin a \cdot \cos B - \cos a \cdot \sin B$$



Дальнейшее развитие учение о тригонометрических величинах получило в IX – XV в.в. в странах Среднего и Ближнего Востока в трудах ряда математиков.



Насирэддин Туси

В «Трактате о полном четырехстороннике» впервые изложил тригонометрические сведения как самостоятельный отдел математики, а не придаток в астрономии.



Дальнейшее развитие учение о тригонометрических величинах получило в IX – XV в.в. в странах Среднего и Ближнего Востока в трудах ряда математиков.



**Аль-Хорезми**

*Составил таблицы синусов и котангенсов.*



Дальнейшее развитие учение о тригонометрических величинах получило в IX – XV в.в. в странах Среднего и Ближнего Востока в трудах ряда математиков.



Аль Каши

В первой половине XV века вычислил с большой точностью тригонометрические таблицы с шагом в  $1^\circ$ , которые на протяжении 250 лет оставались непревзойденными.



Позже тригонометрия  
начала широко изучаться  
в Европе.



Его обширные таблицы синусов  
через  $1^\circ$  с точностью до 7-ой цифры  
и его изложенный  
тригонометрический труд  
«Пять книг о треугольниках всех  
видов» имели большое значение для  
дальнейшего развития тригонометрии  
в XVI – XVII вв.

И. Региомонтан





В XVII – XIX вв. тригонометрия становится одной из глав математического анализа. Она находит большое применение в механике, физике и технике, особенно при изучении колебательных движений и других периодических процессов.



Иоганн Бернулли

Применял символы тригонометрических функций. Из физики известно, что уравнение гармонического колебания (например, колебания маятника) имеет вид:

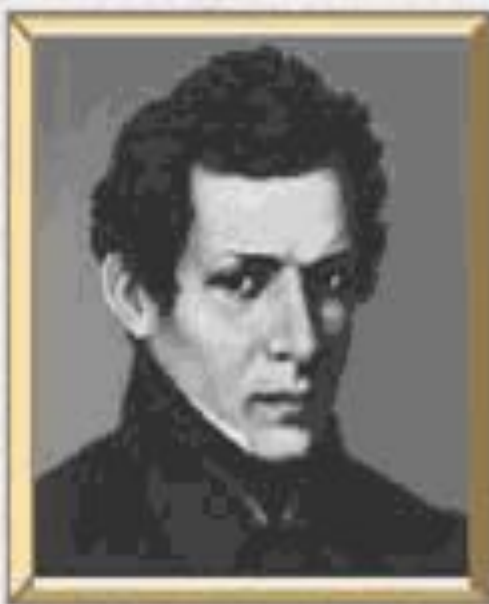
$$y = A \sin ( \omega t + a )$$

График гармонических колебаний называется синусоидой, поэтому в физике и технике сами гармонические колебания часто называют синусоидальными колебаниями.



**Исаак НЬЮТОН**

Содействовал  
развитию  
аналитической  
теории  
тригонометрических  
функций.



**Н.И.Лобачевский**

В XIX веке продолжил  
развитие теории  
тригонометрических  
функций.



Основоположник аналитической  
теории  
тригонометрических функций.

Леонард Эйлер

10784.36  
5/9 ÷ 1  
2.719372

Разрабатывает учение  
о тригонометрических  
функциях  
любого аргумента

Трактует синус, косинус и т.д. не как тригонометрические линии, обязательно связанные с окружностью, а как тригонометрические функции, которые рассматриваются как отношение сторон прямоугольного треугольника, как числовые величины.

«Введение в анализ бесконечных» 1748 г.

Леонард Эйлер

Исключил из своих формул  $R$  – целый синус, принимая  $R = 1$ , и упростил таким образом записи и вычисления.

10784.36  
5  
2.719372  
**9 ÷ 1**

# УСТНАЯ РАБОТА



# ОТВЕТЬТЕ НА ВОПРОСЫ:

- Может ли косинус быть равным:
- $0,75$ ;  $5/3$ ;  $-0,35$ ;  $\pi/3$ ;  $3/\pi$ ;  $\sqrt{3}$ ?
- Может ли синус быть равным:
- $-3,7$ ;  $3,7$  ;  $3\pi /4$ ;  $0,99$  ?

# ОТВЕТЬТЕ НА ВОПРОСЫ:

- При каких значениях  $a$  справедливы следующие равенства:
  - $\cos \alpha = a/7$ ,
  - $\sin \alpha = \pi/a$ ;
  - $\cos \alpha = \sqrt{a}$  ;
  - $\operatorname{tg} \alpha = a/10$  ;
  - $\sin \alpha = \pi a$  ?

# ОТВЕТЬТЕ НА ВОПРОСЫ:

- Назовите все числа, синус которых равен:
- 1;
- $\frac{1}{2}$ ;
- -1;
- 2;
- $\sqrt{2}/2$ ;
- 0



# ИЗУЧЕНИЕ НОВОГО МАТЕРИАЛА:

- Простейшими тригонометрическими уравнениями называют уравнения вида:
- $T(kx+m)=a$ , где  $T$ - знак какой-либо тригонометрической функции, например:
- $\cos t = a$ , где  $|a| \leq 1$ ;
- $\sin t = a$ , где  $|a| \leq 1$ ;
- $\operatorname{tg} t = a$  ;
- $\operatorname{ctg} t = a$ .

# ПОДВЕДЁМ ИТОГИ ИЗУЧЕННОГО:

Уравнение	Решения:
$\cos t = a$ , где $ a  \leq 1$	$t = \pm \arccos a + 2\pi k$ , $k \in \mathbb{Z}$ .
$\sin t = a$ , где $ a  \leq 1$	$t = \arcsin a + 2\pi k$ , $t = \pi - \arcsin a + 2\pi k$ , $k \in \mathbb{Z}$ .
$\operatorname{tg} t = a$	$t = \operatorname{arctg} a + \pi k$ , $k \in \mathbb{Z}$ .
$\operatorname{ctg} t = a$ .	$t = \operatorname{arcctg} a + \pi k$ , $k \in \mathbb{Z}$ .

# РЕШЕНИЕ УПРАЖНЕНИЙ:

<b>I уровень</b> <b>Решить уравнение:</b>	<b>II уровень</b> <b>Найдите корни уравнения на заданном промежутке:</b>
<b>№22.1 (а,б)</b> а) $\cos x = \frac{1}{2}$ ; Б) $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ .	<b>№22.3 (а,б)</b> а) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , $x \in [0; 2\pi]$ ; б) $\cos x = -\frac{1}{2}$ , $x \in [2\pi; 4\pi]$
<b>№22.8 (а,б)</b> а) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , Б) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$	<b>№22.14 (а,б)</b> а) $\sin x = \frac{1}{2}$ , $x \in [0; \pi]$ ; Б) $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ , $x \in [-\pi; 2\pi]$

# РЕШЕНИЕ УПРАЖНЕНИЙ:

<b>I уровень</b> <b>Решить уравнение:</b>	<b>II уровень</b> <b>Найдите корни уравнения на заданном промежутке:</b>
<b>№22.17 (а,б)</b> а) $\operatorname{tg} x=1$ ; б) $\operatorname{tg} x=-\sqrt{3}/3$	<b>№22.27 (в,г)</b> а) $\operatorname{tg} x/2=\sqrt{3}/3, [-3\pi; 3\pi]$ ; б) $\operatorname{ctg} 4x=-1, [0; \pi]$

# ИНСТРУКЦИЯ К ДОМАШНЕМУ

## ЗАДАНИЯ:

I уровень:	II уровень:	III уровень:
<p><b>№22.7(а)</b> Сколько корней имеет уравнение на заданном промежутке: <math>\cos x = 1/3</math>, <math>x \in [1; 6]</math></p>	<p><b>№22.25(а)</b> Реши уравнение: <math>2\cos(x/2 - \pi/6) = \sqrt{3}</math></p>	<p><b>№22.30 (а)</b>, Реши уравнение: <math>\sin(2x - \pi/4) = -1</math> и найдите наименьший положительный корень.</p>
<p><b>№22.15(а)</b> Найдите корни уравнения на заданном промежутке: <math>\sin x = -1/2</math>, <math>x \in (-5\pi/6; 6)</math></p>	<p><b>№22.30 (а)</b> Реши уравнение: <math>\sin(2x - \pi/4) = -1</math> и найдите наименьший положительный корень.</p>	<p><b>№22.38(а)</b> Реши уравнение: <math>(2x - 3)  \sin x  = \sin x</math></p>
<p><b>№22.25(а)</b> Реши уравнение: <math>2\cos(x/2 - \pi/6) = \sqrt{3}</math></p>		

○ Спасибо за

○ работу

○ на уроке!

