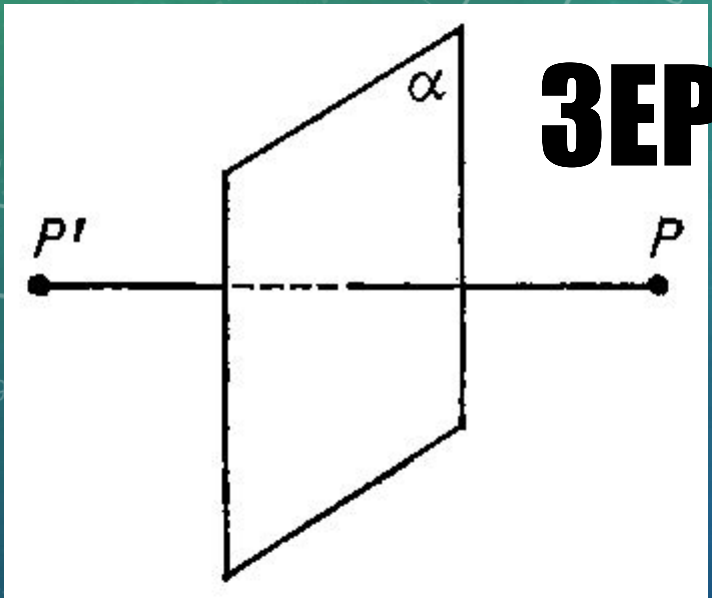


ЗЕРКАЛЬНАЯ СИММЕТРИЯ

Выполнил: ученик 11 класса
Эннанов.Д.А

Руководитель: Сумина Е.Л

Что это?

В математике слово «симметрия» имеет не меньше семи значений (среди них симметричные полиномы, симметрические матрицы). В логике существуют симметричные отношения. Важную роль играет симметрия в кристаллографии. Интересно интерпретируется понятие симметрии в биологии. Там описывается шесть различных видов симметрии. Мы узнаем, например, что гребневики дисимметричны, а цветки львиного зева отличаются билатеральной симметрией. Мы обнаружим, что симметрия существует в музыке и хореографии (в танце). Она зависит здесь от чередования тактов. Оказывается, многие народные песни и танцы построены симметрично. Основной интерес для нас будет представлять зеркальная симметрия.

Зеркальная симметрия, хорошо знакомая каждому из повседневного наблюдения. Как показывает само название, зеркальная симметрия связывает некоторый предмет и его изображение в плоском зеркале. Геометрическое определение таково: фигура называется симметричной относительно плоскости P (зеркальная плоскость, плоскость симметрии), если каждой точке E этой фигуры соответствует такая принадлежащая той же фигуре точка F, что отрезок EF перпендикулярен к плоскости P и делится этой плоскостью пополам.

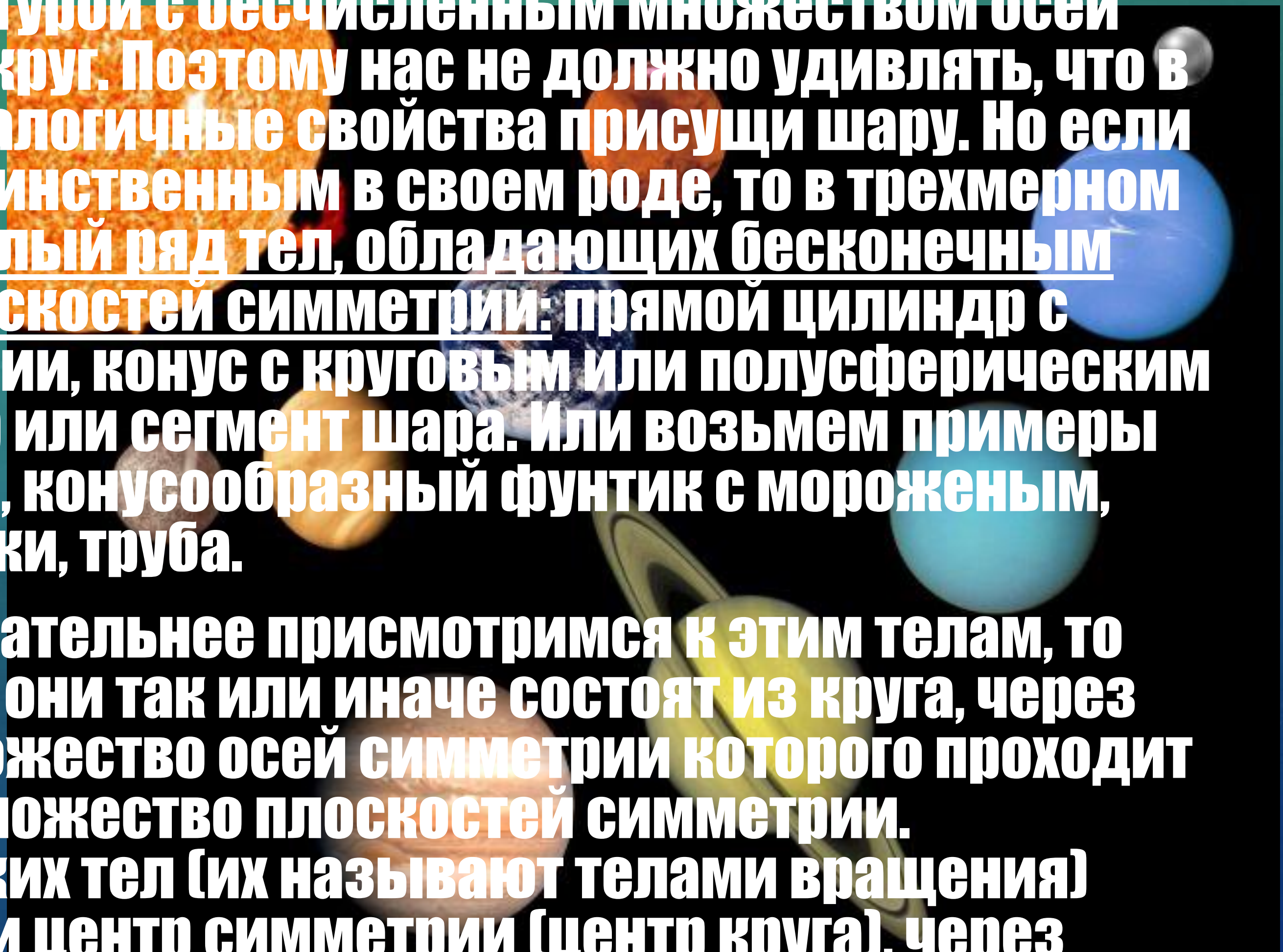
НАШ МИР В ЗЕРКАЛЕ.

В трехмерном мире пространственных тел, где мы с вами живем, соответственно существуют плоскости симметрии. «Зеркало» всегда имеет на одно измерение меньше, чем мир, который оно отражает. При взгляде на круглые тела сразу видно, что они имеют плоскости симметрии, но вот сколько именно - решить не всегда просто.

Поставим перед зеркалом шар и начнем его медленно вращать: изображение в зеркале никак не будет отличаться от оригинала, конечно в том случае, если шар не имеет каких-либо отличительных признаков на своей поверхности. Шар обнаруживает <u>бессчетное множество плоскостей симметрии.</u> Возьмем нож, отрежем половину шара и поместим ее перед зеркалом. Зеркальное отражение вновь дополнит эту половинку до целого шарика.

Но если мы возьмем глобус и рассмотрим его симметрию, учитывая нанесенные на нем географические контуры, то мы не отыщем <u>ни одной плоскости симметрии.</u>

НАШ МИР В ЗЕРКАЛЕ.



На плоскости фигурой с бесчисленным множеством осей симметрии был круг. Поэтому нас не должно удивлять, что в пространстве аналогичные свойства присущи шару. Но если круг является единственным в своем роде, то в трехмерном мире <u>имеется целый ряд тел, обладающих бесконечным множеством плоскостей симметрии:</u> прямой цилиндр с кругом в основании, конус с круговым или полусферическим основанием, шар или сегмент шара. Или возьмем примеры из жизни: стакан, конусообразный фунтик с мороженым, кусочек проволоки, труба.

Если мы повнимательнее присмотримся к этим телам, то заметим, что все они так или иначе состоят из круга, через бесконечное множество осей симметрии которого проходит бесчисленное множество плоскостей симметрии. Большинство таких тел (их называют телами вращения) имеют, конечно, и центр симметрии (центр круга), через который проходит, по меньшей мере, одна ось симметрии.

НАШ МИР В ЗЕРКАЛЕ.

Отчетливо видна, например, ось у конуса фунтика с мороженым. Она проходит от середины круга (торчит из мороженого!) до острого конца конуса-фунтика. Совокупность элементов симметрии какого-либо тела мы воспринимаем как своего рода меру симметрии. Шар, без сомнения, в отношении симметрии является непревзойденным воплощением совершенства, идеалом. <u>Древние греки воспринимали его как наиболее совершенное тело, а круг, естественно, как наиболее совершенную плоскую фигуру.</u>

В целом эти представления вполне приемлемы и по сей день. Далее греческие философы делали вывод о том, что Вселенная, несомненно, должна быть построена по образцу математического идеала. Из этого заключения проистекали ошибки. Ясно, что у древних греков еще не было фунтиков с мороженым. Иначе бы такой прозаический предмет, имеющий бесчисленное множество плоскостей симметрии, мог бы нарушить их стройную систему.

Если для сравнения мы рассмотрим куб, то увидим, что он имеет девять плоскостей симметрии. Три из них делят его грани пополам, а шесть проходят через вершины. По сравнению с шаром это, конечно, маловато.

НАШ МИР В ЗЕРКАЛЕ.

А имеются ли тела, занимающие по числу плоскостей промежуточное положение между шаром и кубом? Без сомнения - да. Стоит только вспомнить, что круг, в сущности, как бы состоит из многоугольников. Если над каждым n-угольником мы воздвигнем n-угольную пирамиду, то сможем провести через нее n плоскостей симметрии.

Но если мы тем не менее воспринимаем куб как более симметричный предмет, чем пресловутый фунтик с мороженым, то это связано со строением поверхности. У шара поверхность всего одна. У куба их шесть - по числу граней, и каждая грань представлена квадратом. Фунтик с мороженым состоит из двух поверхностей: круга и конусообразной оболочки.

НАШ МИР В ЗЕРКАЛЕ.

Более двух тысячелетий (вероятно, благодаря непосредственному восприятию) традиционно отдается предпочтение «соразмерным» геометрическим телам. Греческий философ Платон (427-347 до н. э.) открыл, что из правильных конгруэнтных плоских фигур можно построить только пять объемных тел.

Из четырех правильных (равносторонних) треугольников получается тетраэдр (четырехгранник). Из восьми правильных треугольников можно построить октаэдр (восьмигранник) и, наконец, из двадцати правильных треугольников - икосаэдр. И только из четырех, восьми или двадцати одинаковых треугольников можно получить объемное геометрическое тело. Из квадратов можно составить только одну объемную фигуру - гексаэдр (шестигранник), а из равносторонних пятиугольников – додекаэдр (двенадцатигранник).

А что в нашем трехмерном мире полностью лишено зеркальной симметрии? Если на плоскости это была плоская спираль, то в нашем мире таковыми, безусловно, будут винтовая лестница или спиральный бур.

ПЯТЬ ПЛАТОНОВЫХ ТЕЛ .

Для правильных многогранников справедливы следующие утверждения:

- 1.В любом многограннике (в том числе и правильном) сумма всех углов между ребрами, сходящимися в одной вершине, всегда меньше 360°.
- 2. По теореме Эйлера для выпуклых многогранников

$$e + f - k = 2,$$

где e -, число вершин, f – число граней и k - число ребер.

- Гранями правильных многогранников могут быть лишь следующие правильные многоугольники:

3, 4 или 5 равносторонних треугольников с углом 60x6=360° и, следовательно, не могут ограничивать многогранный угол.

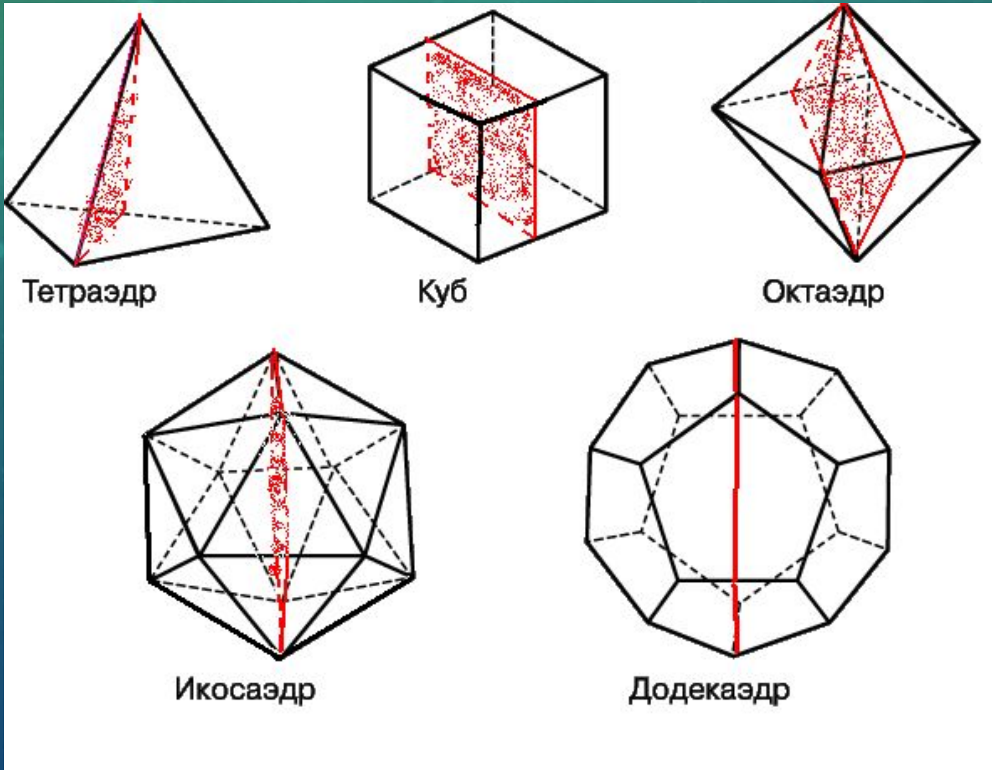
- 4.Три квадрата (90x3=270°), 3 правильных пятиугольника (108x3=324°), 3 правильных шестиугольника (120x3=360°) ограничивают многогранный угол.
- Из теоремы Эйлера и формы граней следует, что существует только 5 правильных многогранников:

Пять платоновых тел.

	Число					
Форма граней	Граней в одной вершине	вершин	граней	ребер	Число плоскостей симметрии	**Платоновы тела**
Равносторонние треугольники	3	4	4	6	1	**Тетраэдр**
То же	4	6	8	12	5	**Октаэдр**
То же	5	12	20	30	6	**Икосаэдр**
Квадраты	3	8	6	12	5	**Гексаэдр**
Правильные пятиугольники	3	20	12	20	5	**Пентагон-додекаэдр***

***Любая грань пентагон-додекаэдра представляет собой пятиугольную фигуру, у которой четыре стороны равны между собой, но отличны от пятой.**

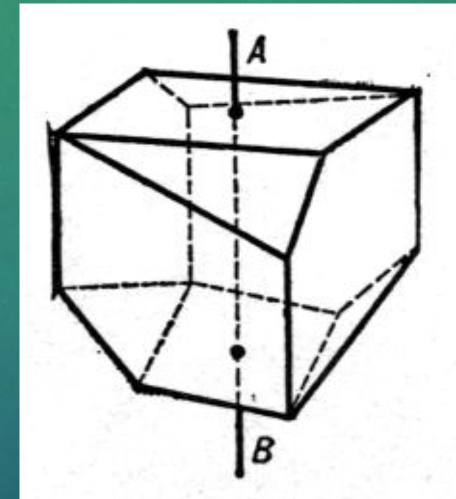
ПРИМЕР ЗЕРКАЛЬНОЙ СИММЕТРИИ В ПРАВИЛЬНЫХ МНОГОГРАННИКАХ



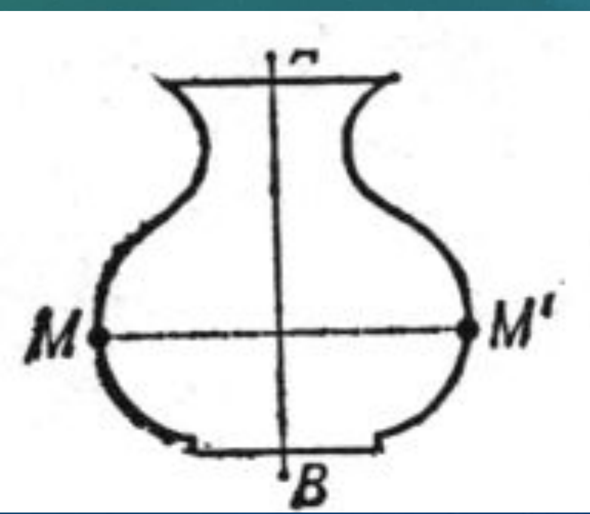
ПРИМЕРЫ СИММЕТРИИ В РАЗЛИЧНЫХ ОБЛАСТЯХ.

1

2



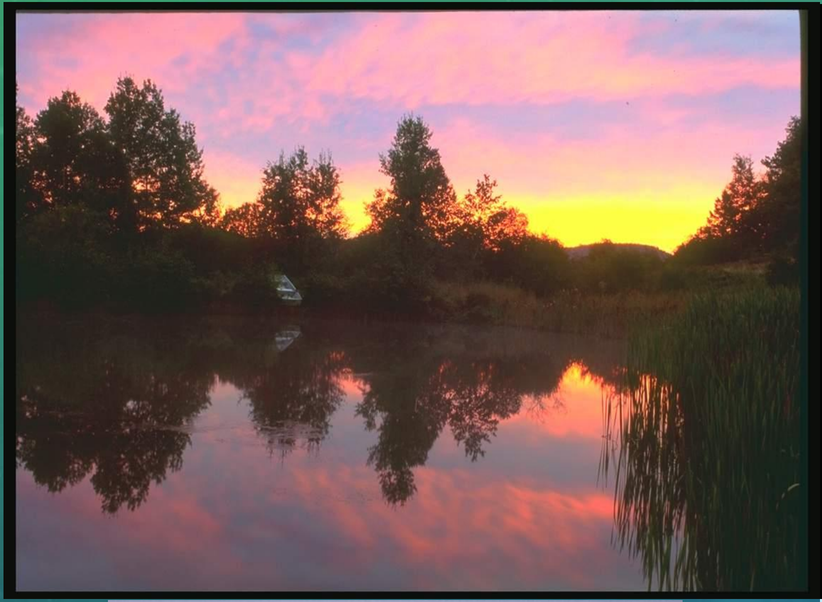
3



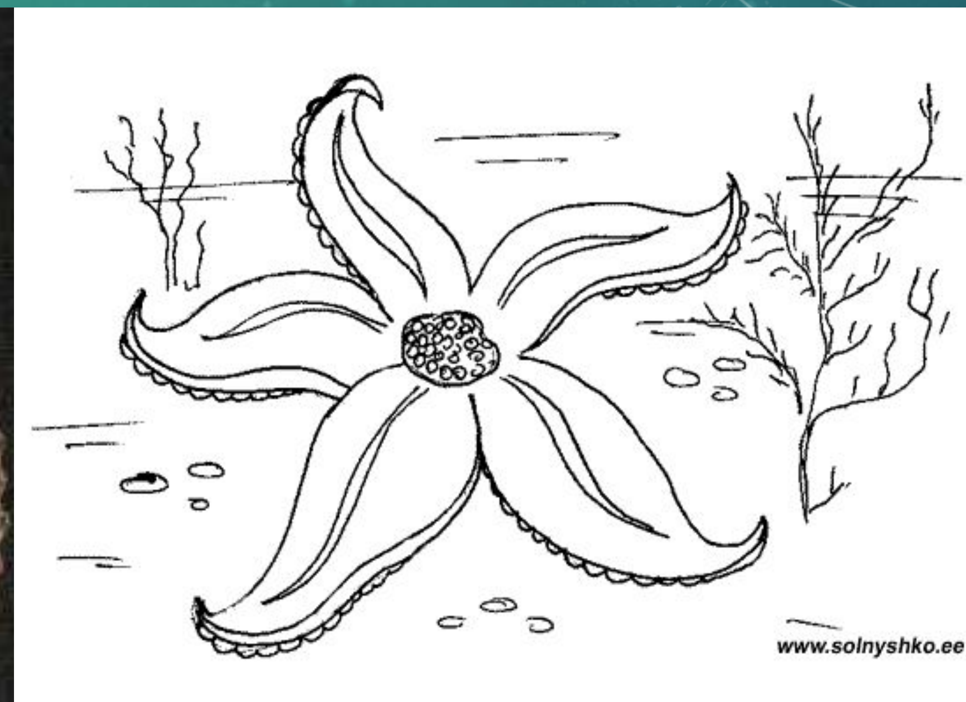
- *1* **Бордюр**, накладывающийся на себя или переносом на некоторый отрезок вдоль горизонтальной оси, или отражением (зеркальным) относительно той же оси и переносом вдоль неё на отрезок, вдвое меньший. *2* **Многогранник**, обладающий зеркально-осевой симметрией; прямая АВ — зеркально-поворотная ось четвёртого
порядка. *3* **Плоская фигура**, симметричная относительно прямой АВ; точка М преобразуется в М при отражении (зеркальном) относительно АВ.

ПРИМЕРЫ СИММЕТРИИ В РАЗЛИЧНЫХ ХРАМАХ, ЦЕРКВЯХ И ИХ СОСТАВЛЯЮЩИХ.

ПРИМЕРЫ ЗЕРКАЛЬНОЙ СИММЕТРИИ В РАЗЛИЧНЫХ ОБЛАСТЯХ.



ЗЕРКАЛЬНАЯ СИММЕТРИЯ В МОРСКИХ РАКОВИНАХ И ЗВЕЗДАХ.



СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!!!