Преобразование выражения A sin x + B cos x к виду C sin(x+t)

10 класс
Тригонометрия

МОУ «Кебанъёльская СОШ»
Учитель Борзова Мария Семёновна

* Задача
* Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y=3\sin x+4\cos x$

- Решим предварительно эту задачу для другой функции

$$y=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x+\frac{1}{2}\cos x$$

Проще выглядит эта функция?

- Зная, что $\frac{\sqrt{3}}{2}$ и $\frac{1}{2}$ являются значениями функций, а именно

- $\frac{\sqrt{3}}{2} = cos\frac{\pi}{6}$, а $\frac{1}{2} = \sin\frac{\pi}{6}$, запишем
- y=$\frac{\sqrt{3}}{2}$sin x+$\frac{1}{2}cosx$ в виде
- Y=$\sin x \ \cos\frac{\pi}{6} + \cos x \ \sin\frac{\pi}{6}$

Как можно ещё преобразовать эту функцию?

* Используем формулу для синуса суммы двух аргументов и «свернём» нашу функцию:
  $y=\sin x\ \cos\frac{\pi}{6}+\cos x\ \sin\frac{\pi}{6}$ к
* виду
* $Y=\sin(x+\frac{\pi}{6})$
* $y_{наиб}=?,y_{наим}=?$

* Вернёмся к первой функции $y=3\sin x+4\cos x$

* Являются ли числа 3 и 4 значениями синуса и косинуса некоторого числа?

* Конечно, нет.
- Поступим следующим образом: найдём квадратный корень из суммы квадратов этих чисел (что-то напоминает?)
- $\sqrt{3^2 + 4^2}$=5
- Далее заметим, что $(\frac{3}{5})^2+(\frac{4}{5})^2 = ?$

* Правильно, 1.
* Точка с координатами $(\frac{3}{5}; \frac{4}{5})$ принадлежит единичной окружности с центром в начале координат, и следовательно
* $\frac{3}{5}$ и $\frac{4}{5}$ являются значениями синуса и косинуса
* некоторого числа.
* Пусть $\frac{3}{5} = \cos t$, а $\frac{4}{5} = \sin t$.

- y=3sin x+4cos x
- Y=5($\frac{3}{5}\sin x+\frac{4}{5}\cos x$)
- y=5($\sin x\ \ \cos t+\cos x\ \ \sin t$) $=$
- =5$\sin(x+t)$
- Y=5$\sin(x+t)$
- $y_{наиб}=?$ $y_{наим}=?$

Итак, формула для преобразования следующая

- $A\sin x + B\cos x = C\sin(x + t),$
- где C=$\sqrt{A^2 + B^2}$, t=arcsin$\frac{B}{\sqrt{A^2+B^2}}$