Магический квадрат

История возникновения магических квадратов

- Самый ранний уникальный магический квадрат обнаружен в надписи XI века
- в индийском городе Кхаджурахо:

7	12	1	14
2	13	8	11
16	3	10	5
9	6	15	4

10

27	29	2	4	13	36
9	11	20	22	31	18
32	25	7	3	21	23
14	16	34	30	12	5
28	6	15	17	26	19
1	24	33	35	8	10

- В 13 в. математик Ян Хуэй занялся проблемой методов построения магических квадратов. Его исследования были потом продолжены другими китайскими математиками. Ян Хуэй рассматривал магические квадраты не только третьего, но и больших порядков. Некоторые из его квадратов были достаточно сложны, однако он всегда давал правила для их построения. Он сумел построить магический квадрат шестого порядка, причем последний оказался почти ассоциативным (в нем только две пары центрально противолежащих чисел не дают сумму 37

1

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

- Магический квадрат 4х4, изображённый на гравюре Альбрехта Дюрера «Меланхолия I», считается самым ранним в европейском искусстве. Два средних числа в нижнем ряду указывают дату создания картины (1514).

Что такое магический квадрат и его построение

- **<u>Магическим квадратом</u>** называется такое квадратное расположение чисел, при котором сумма этих чисел по любой горизонтали, вертикали или диагонали данного квадрата будет иметь одно и то же значение, а сумма любых двух центрально-симметричных чисел в данном квадрате всегда будет давать значение N+1 (где N - суммарное число ячеек данного квадрата). Например, в магическом квадрате 3x3, содержащем 9 натуральных чисел от 1 до 9, такая сумма всегда будет составлять число 15, а сумма любых двух его центрально-симметричных чисел всегда будет составлять число 10.

8	1	6
3	5	7
4	9	2

- Именно этот магический квадрат, а также производные от него более сложные квадраты я и использовал в данном исследовании. В пользу использования квадратов именно такой размерности (то есть кратных квадрату 3х3) для проверки правомерности гипотезы Римана говорили следующие аргументы:

- 1. Магический квадрат 3х3 содержит все цифры, используемые в десятичной системе счисления.

- 2. Производные от него более сложные магические квадраты отражают нумерологическую закономерность взаимоотношений чисел, используемых в десятичной системе счисления. Так, например, любое число, независимо от его значности, путём суммирования содержащихся в нём цифр всегда можно свести к однозначному натуральному числу от 1 до 9. То есть, любой самый сложный магический квадрат, кратный квадрату 3x3, в конечном счёте можно свести к этому тривиальному квадрату.

- 3. Применение магических квадратов, кратных квадрату 3х3, однажды уже оказалось чрезвычайно плодотворным для исследования другой математической загадки - принципа нумерации гексаграмм в китайской Книге Перемен. Так, благодаря применению магических квадратов указанной размерности, удалось успешно расшифровать принцип, согласно которому в данном древнекитайском философском и математическом произведении были присвоены номера его гексаграммам

Магический квадрат 9х9.

71	64	69	8	1	6	53	46	51
66	68	70	3	5	7	48	50	52
67	72	65	4	9	2	49	54	47
26	19	24	44	37	42	62	55	60
21	23	25	39	41	43	57	59	61
22	27	20	40	45	38	58	63	56
35	28	33	80	73	78	17	10	15
30	32	34	75	77	79	12	14	16
31	36	29	76	81	74	13	18	11

- Из этих рисунков можно видеть, что магический квадрат 9х9 состоит из девяти магических квадратов 3х3, которые чередуются в квадрате 9х9 в такой же последовательности, в которой в квадрате 3х3 чередуются числа от 1 до 9. Разбив магический квадрат 9х9 на девять квадратов 3х3 и при этом присвоив каждой его ячейке соответствующий двойной индекс, в котором первая цифра означает номер ячейки в квадрате 3х3, а вторая порядковый номер самого квадрата 3х3 в исходном квадрате 9х9, демонстрируем этот факт ещё более наглядно.

6

- Дьявольский магический квадрат — магический квадрат, в котором также с магической константой совпадают суммы чисел по ломаным диагоналям (диагонали, которые образуются при сворачивании квадрата в тор) в обоих направлениях.
- Такие квадраты называются ещё пандиагональными.
- Существует 48 дьявольских магических квадратов 4^4 с точностью до поворотов и отражений. Если принять во внимание еще и их дополнительную симметрию — торические параллельные переносы, то останется только 3 существенно различных квадрата:

1	8	13	12
14	11	2	7
4	5	16	9
15	10	3	6

4

- Пандиагональные квадраты существуют для нечётного порядка п>3, для любого порядка двойной чётности гг=4к (к= 1,2,3...) и не существуют для порядка одинарной чётности п=4к+2 (к= 1,2,3...).

1	12	7	14
8	13	2	11
10	3	16	5
15	6	9	4

4

1	8	11	14
12	13	2	7
6	3	16	9
15	10	5	4

- Однако было доказано , что из последнего третьего варианта простейшими перестановками чисел получаются первые два квадрата. То есть третий вариант - это базовый дьявольский квадрат, из которого различными преобразованиями можно построить все остальные.

- Я понял ,как можно из квадрата 3х3 создать квадрат 9х9 с помощью нового способа. Квадрат 9х9 состоит из 9 квадратов 3х3,поэтому для начала определим расположение этих квадратов .Исходный квадрат–самый первый ,поэтому он стоит на месте единицы в данном квадрате, второй квадрат стоит на месте двойки , третий на месте тройки, четвёртый на месте четвёрки и т.д. Последнее число которое я использовал – это 9 , значит следующее число будет 10 . 10 – первое число 2 квадрата , значит оно будет стоять на месте 1 исходного квадрата . Берём следующее число – 11 , оно будет стоять на месте 2 исходного квадрата . Следующее число - 12, оно будет стоять на месте 3 исходного квадрата ,и т.д.Заполнив таким образом 2 квадрат я приступаю к 3 квадрату , заполнив с помощью этого способа 3 квадрат ,я приступаю к следующему и т.д. С помощью этого способа можно создавать более сложные магические квадраты , например из квадрата 4х4 создать квадрат 16х16 , из квадрата 9х9 – квадрат 81х81 .