ТЕОРЕМА ПИФАГОРА

Что мы о ней знаем?

Фарух Наталья Евгеньевна

Учитель математики МОУ СОШ №7 с УИОП г. Железнодорожный

ЦЕЛЬ:

знать теорему Пифагора, уметь ее доказывать и применять при решении задач

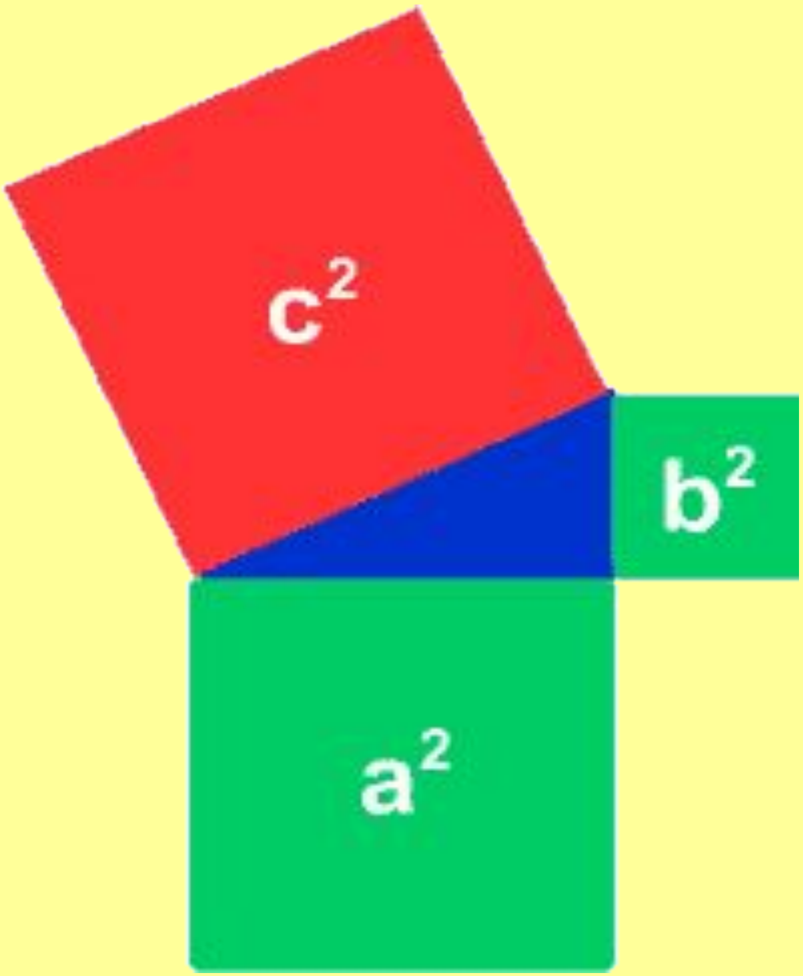
ЗАДАЧИ:

- *знать зависимость между сторонами прямоугольного треугольника,*
- *расширить круг геометрических задач, решаемых школьниками,*
- *воспитывать познавательный интерес к изучению геометрии.*

П И Ф А Г О Р

Знаменитый греческий философ и математик Пифагор Самосский, именем которого названа теорема, жил около 2,5 тысяч лет тому назад. Дошедшие до нас биографические сведения о Пифагоре отрывочны и далеко не достоверны. С его именем связано много легенд. Достоверно известно, что Пифагор много путешествовал по странам Востока, посещал Египет и Вавилон.

Иоганн Кеплер о теореме ПИФАГОРА



«В геометрии существуют два сокровища – теорема Пифагора и деление отрезка в крайнем и среднем отношении. Первое можно сравнить с ценностью золота, второе можно назвать драгоценным камнем».

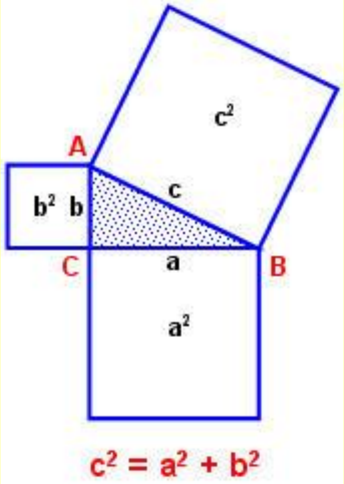
ТЕОРЕМА ПИФАГОРА

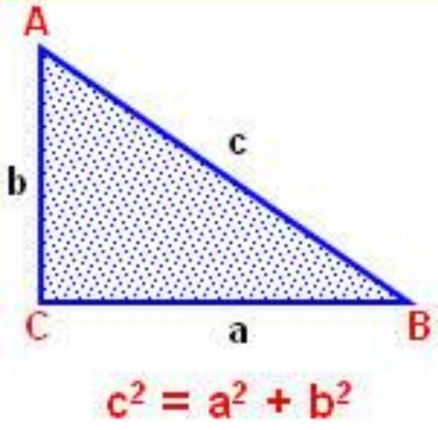
Геометрическая формулировка:

.В прямоугольном треугольнике площадь квадрата, построен - ного на гипотенузе,равна сумме площадей квадратов, построенных на катетах

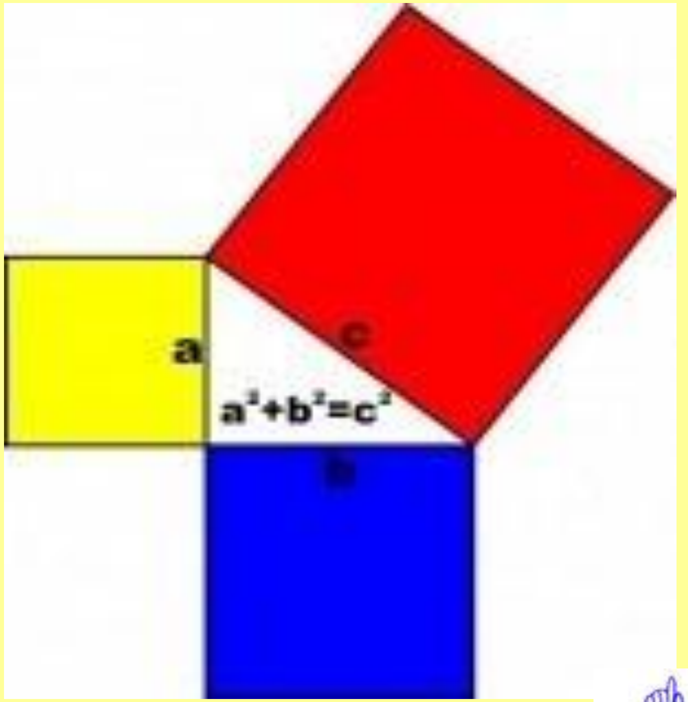
Алгебраическая формулировка:

В прямоугольном треугольнике квадрат длины гипотенузы равен сумме квадратов длин катетов





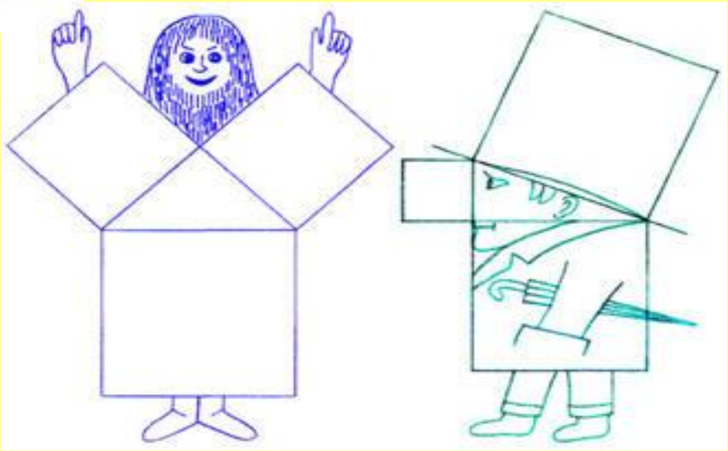
Шутливая формулировка ТЕОРЕМЫ ПИФАГОРА



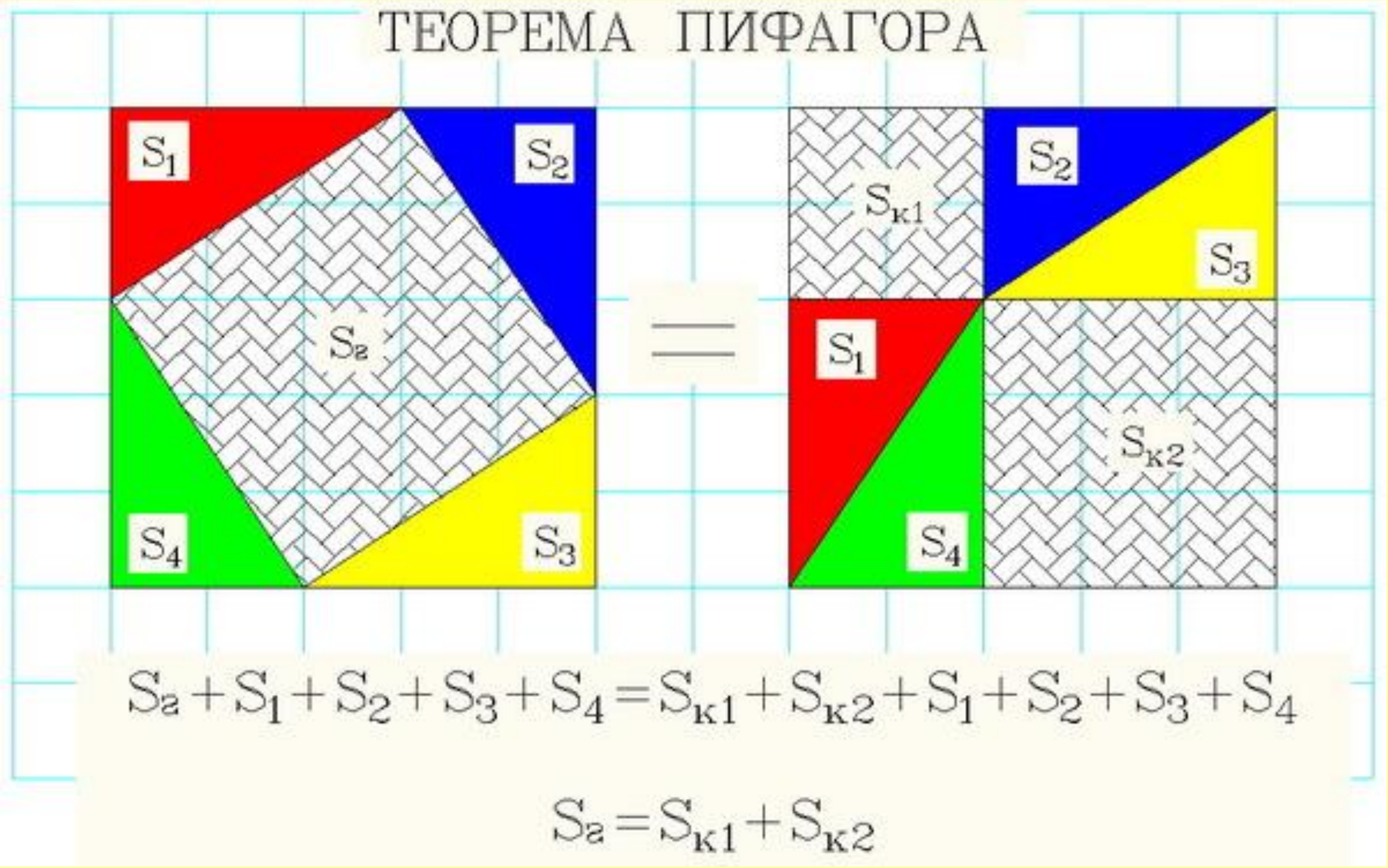
Если дан нам треугольник
И притом с прямым углом,
То квадрат гипотенузы
Мы всегда легко найдём:
Катеты в квадрат возводим,
Сумму степеней находим –
И таким простым путём
К результату мы придём.

И. Дырченко

Шаржи учеников

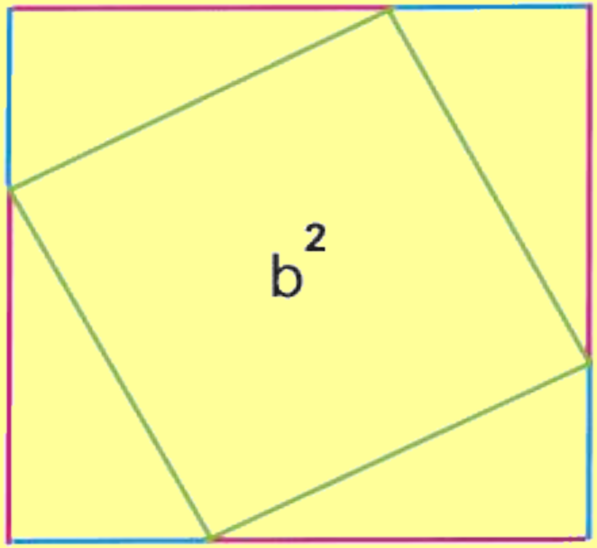


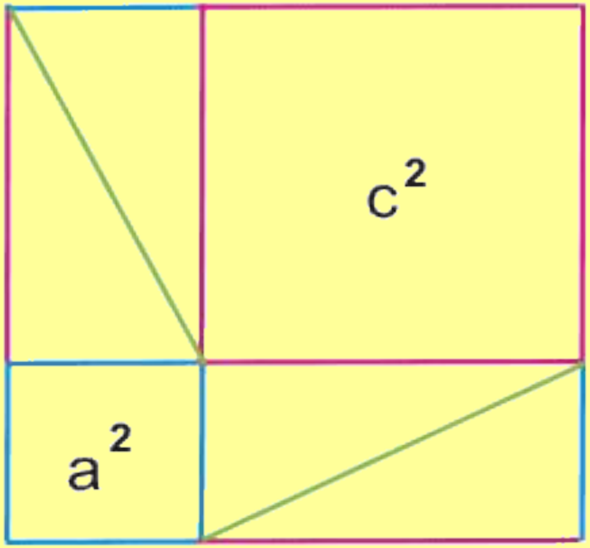
Самое простое доказательство теоремы ПИФАГОРА 1



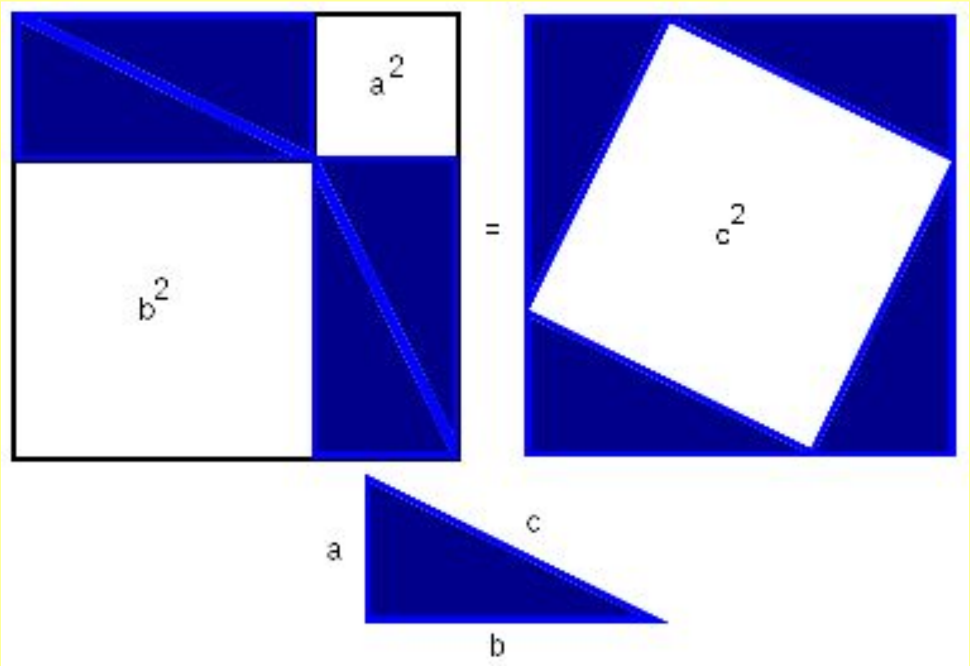
Самое простое доказательство теоремы ПИФАГОРА 2

*Рассмотрим квадрат, показанный на рисунке. Сторона квадрата равна **а+с**. В одном случае (слева) квадрат разбит на квадрат со стороной **в** и четыре прямоугольных треугольника с катетами **а** и **с**. В другом случае (справа) квадрат разбит на два квадрата со сторонами **а** и **с**. Таким образом получаем, что площадь квадрата со стороной **в** равна сумме площадей квадратов со сторонами **а** и **с**.*





Доказательство через равнодополняемость



Расположим четыре равных прямоугольных треугольника так, как показано на рисунке.

Четырёхугольник со сторонами c является квадратом, так как сумма двух острых углов 90°, а развёрнутый угол — 180°.

Площадь всей фигуры равна, с одной стороны, площади квадрата со стороной (a+b), а с другой стороны, сумме площадей четырёх треугольников и площади внутреннего квадрата.

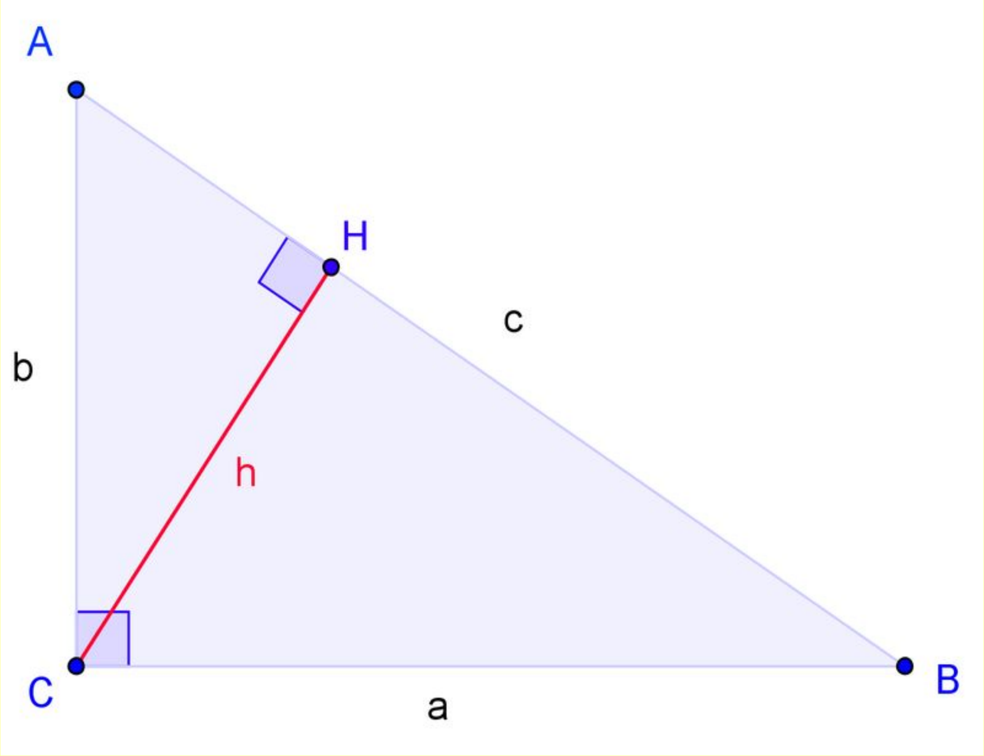
$$(a+b)^2 = 4 \cdot \frac{ab}{2} + c^2;$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2;$$

$$c^2 = a^2 + b^2;$$

Что и требовалось доказать.

Доказательство через подобные треугольники



Пусть *ABC* есть прямоугольный треугольник с прямым углом *C*. Проведём высоту из *C* и обозначим её основание через *H*. Треугольник *ACH* подобен треугольнику *ABC* по двум углам. Аналогично, треугольник *CBH* подобен *ABC*. Введя обозначения:

$$|BC| = a, |AC| = b, |AB| = c$$

получаем $\frac{a}{c} = \frac{|HB|}{a}; \frac{b}{c} = \frac{|AH|}{b}.$

Что эквивалентно

$$a^2 = c \cdot |HB|; b^2 = c \cdot |AH|.$$

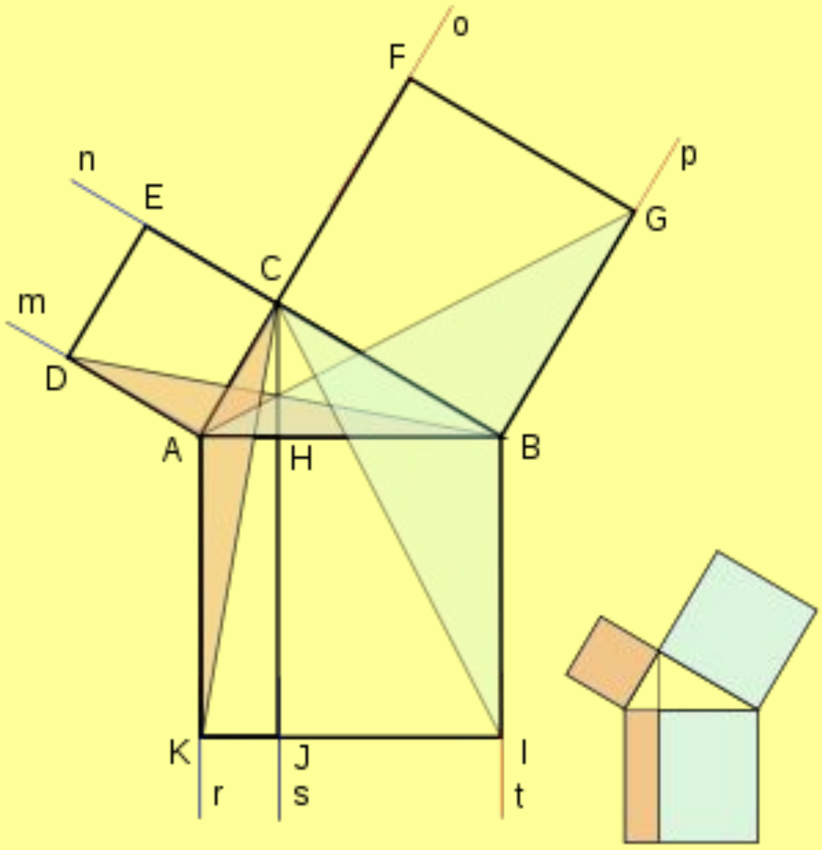
Сложив, получаем

$$a^2 + b^2 = c \cdot (|HB| + |AH|) = c^2.$$

или

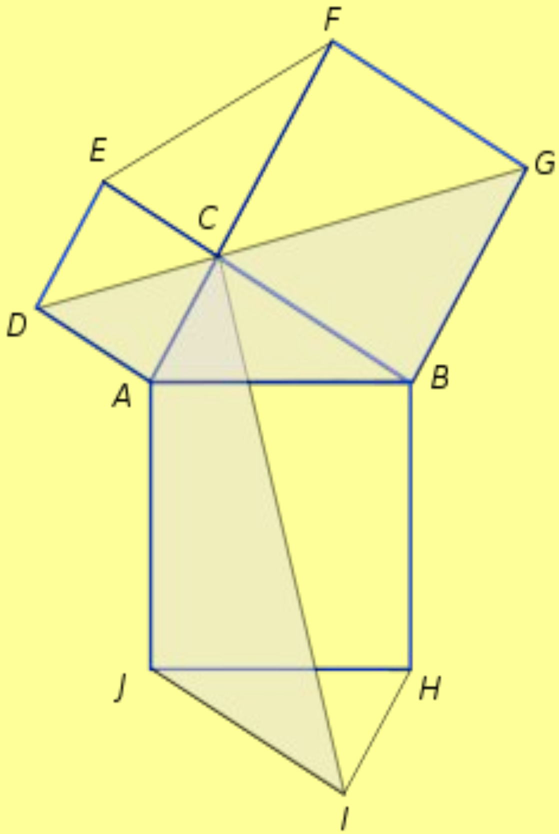
$$a^2 + b^2 = c^2$$

Доказательство ЕВКЛИДА



- *Идея доказательства Евклида состоит в следующем: попробуем доказать, что половина площади квадрата, построенного на гипотенузе, равна сумме половин площадей квадратов, построенных на катетах, а тогда и площади большого и двух малых квадратов равны.*
- *Рассмотрим чертеж слева. На нём мы построили квадраты на сторонах прямоугольного треугольника и провели из вершины прямого угла С луч s перпендикулярно гипотенузе AB, он рассекает квадрат ABIK, построенный на гипотенузе, на два прямоугольника — BHJI и HAKJ соответственно. Оказывается, что площади данных прямоугольников в точности равны площадям квадратов, построенных на соответствующих катетах.*

Доказательство ЛЕОНАРДО да ВИНЧИ



Главные элементы доказательства — симметрия и движение. Рассмотрим чертёж, как видно из симметрии, отрезок CI рассекает квадрат ABHJ на две одинаковые части (так как треугольники ABC и JHI равны по построению). Пользуясь поворотом на 90 градусов против часовой стрелки, мы усматриваем равенство заштрихованных фигур CAJI и GDAB. Теперь ясно, что площадь заштрихованной нами фигуры равна сумме половин площадей квадратов, построенных на катетах, и площади исходного треугольника. С другой стороны, она равна половине площади квадрата, построенного на гипотенузе, плюс площадь исходного треугольника.

Доказательство Эйнштейна

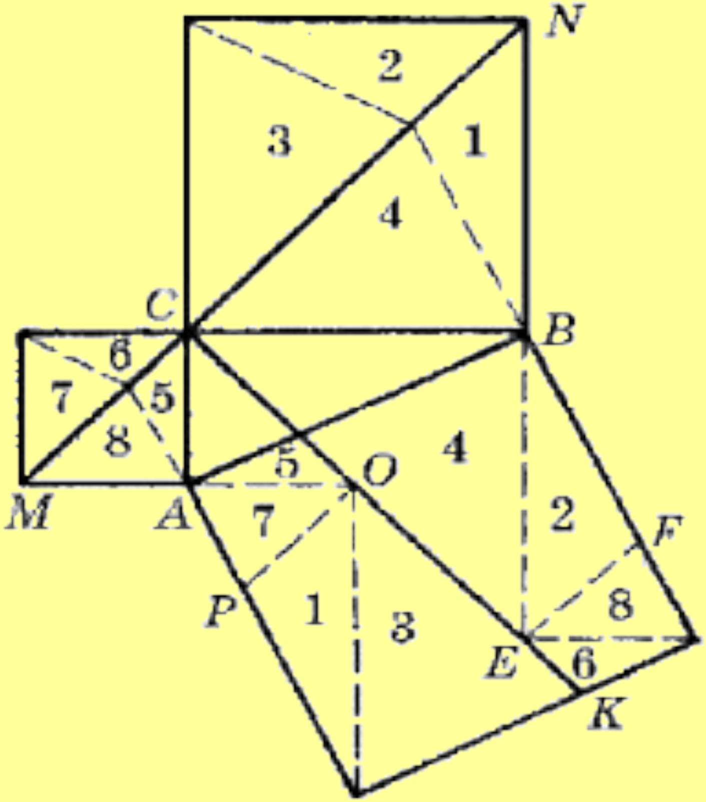


Рис. 3

- *Доказательство Энштейна (рис. 3) основано на разложении квадрата, построенного на гипотенузе, на 8 треугольников.*
- *Здесь: ABC – прямоугольный треугольник с прямым углом C; COMN; CK^MN; PO||MN; EF||MN.*
- *Самостоятельно докажите попарное равенство треугольников, полученных при разбиении квадратов, построенных на катетах и гипотенузе.*

Несколько интересных доказательств

Разбиение ан-Найризия

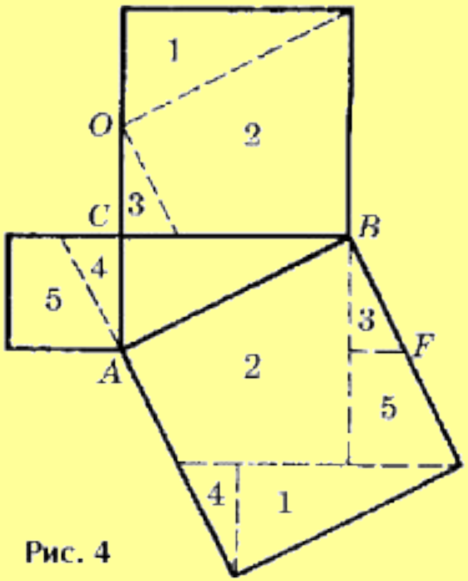


Рис. 4

«Колесо с лопостями»

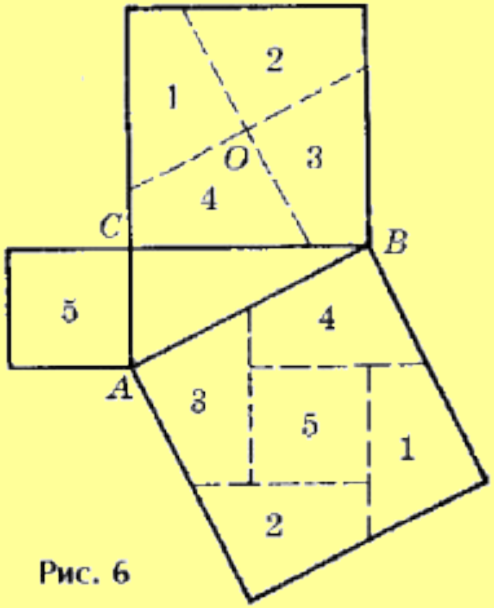
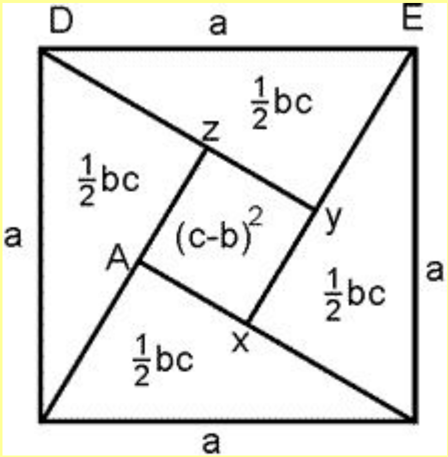


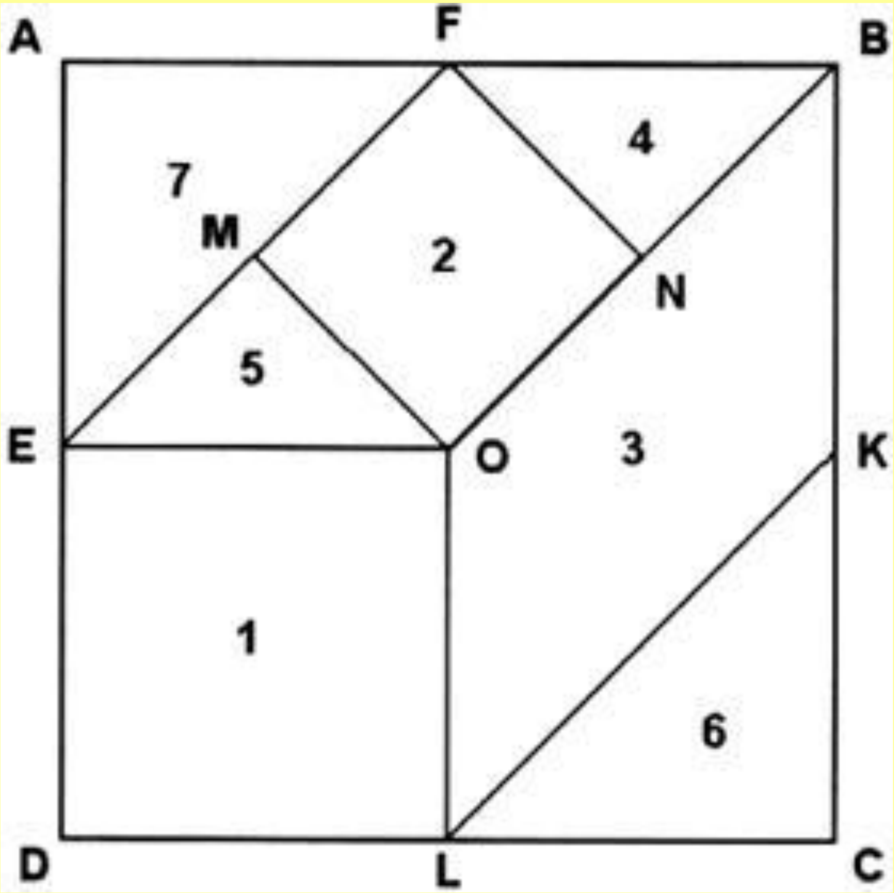
Рис. 6

«Доказательство Бхаскари»

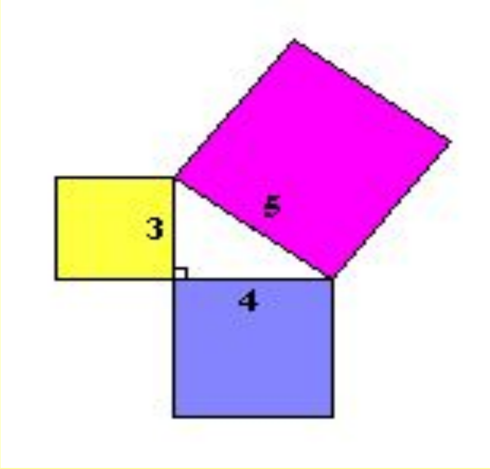


Великий индийский математик подписал к рисунку только одно слово: "Смотри".

ПИФАГОРОВА ГОЛОВОЛОМКА

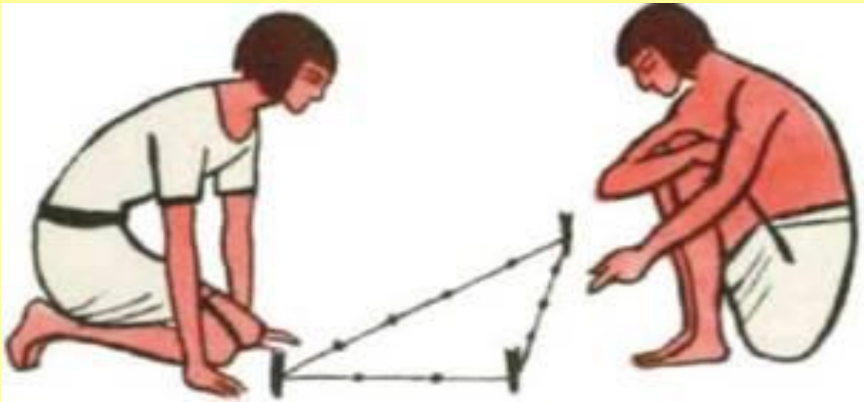


Из семи частей квадрата составить снова квадрат, прямоугольник, равнобедренный треугольник, трапецию. Квадрат разрезается так: E , F , K , L - середины сторон квадрата, O – центр квадрата, OM ^ EF , NF ^ EF .



Египетский треугольник

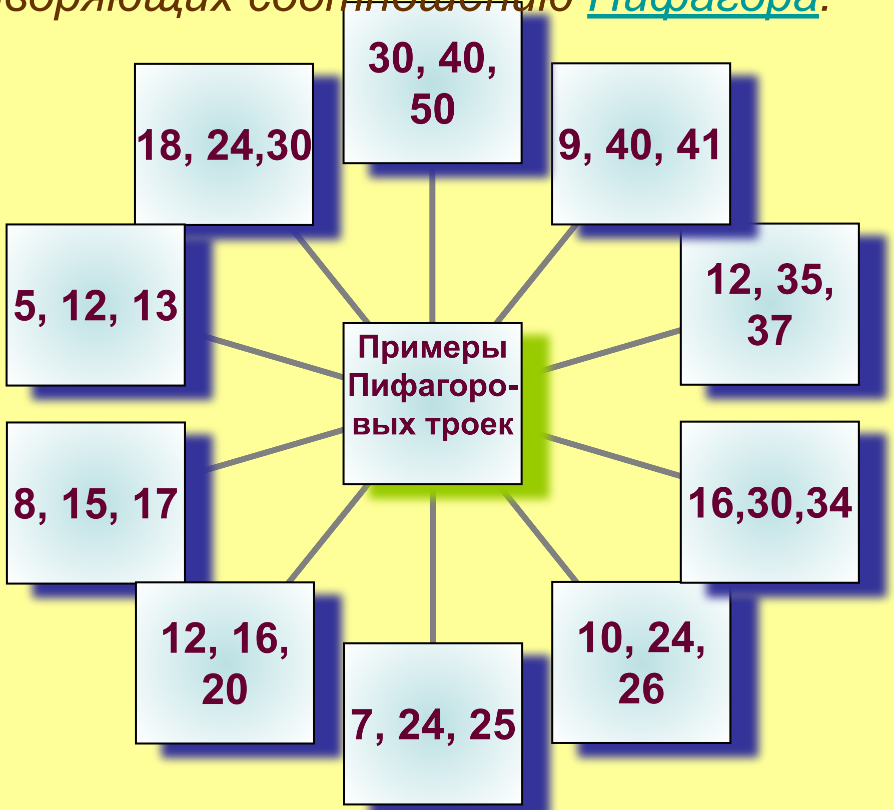
Египетский треугольник — прямоугольный треугольник с соотношением сторон 3:4:5. Особенностью такого треугольника, известной ещё со времён античности, является то, что при таком отношении сторон теорема Пифагора даёт целые квадраты как катетов, так и гипотенузы, то есть 9:16:25. Египетский треугольник является простейшим (и первым известным) из Героновых треугольников — треугольников с целочисленными сторонами и площадями.



Пифагоровы тройки

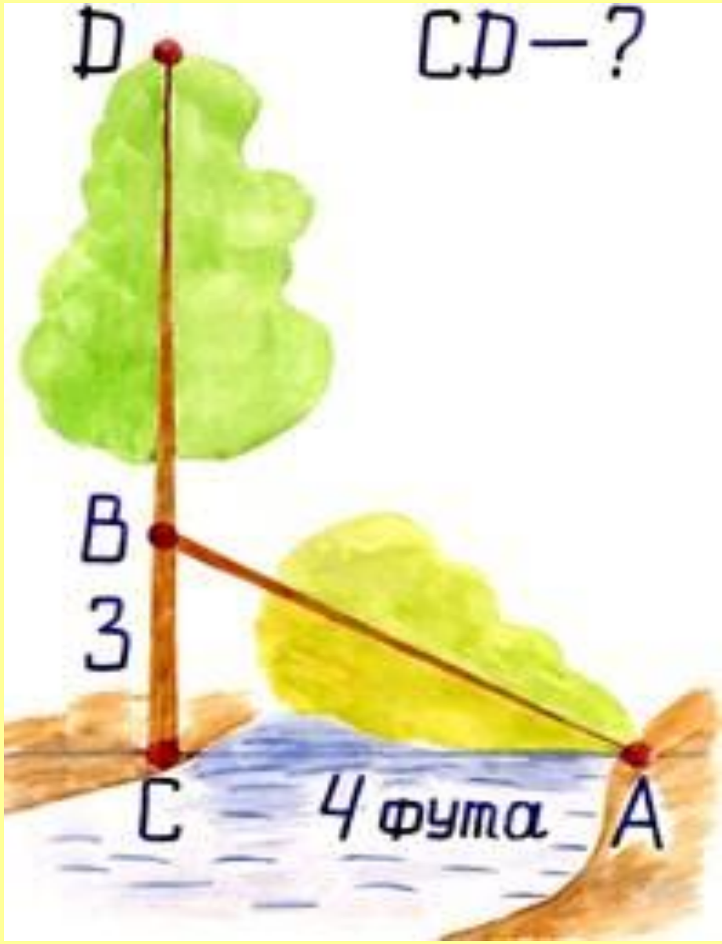
В математике **пифагоровыми числами** (**пифагоровой тройкой**) называется кортеж) называется кортеж из трёх целых чисел) называется кортеж из трёх целых чисел   удовлетворяющих соотношению Пифагора:

x2 + y2 = z2.



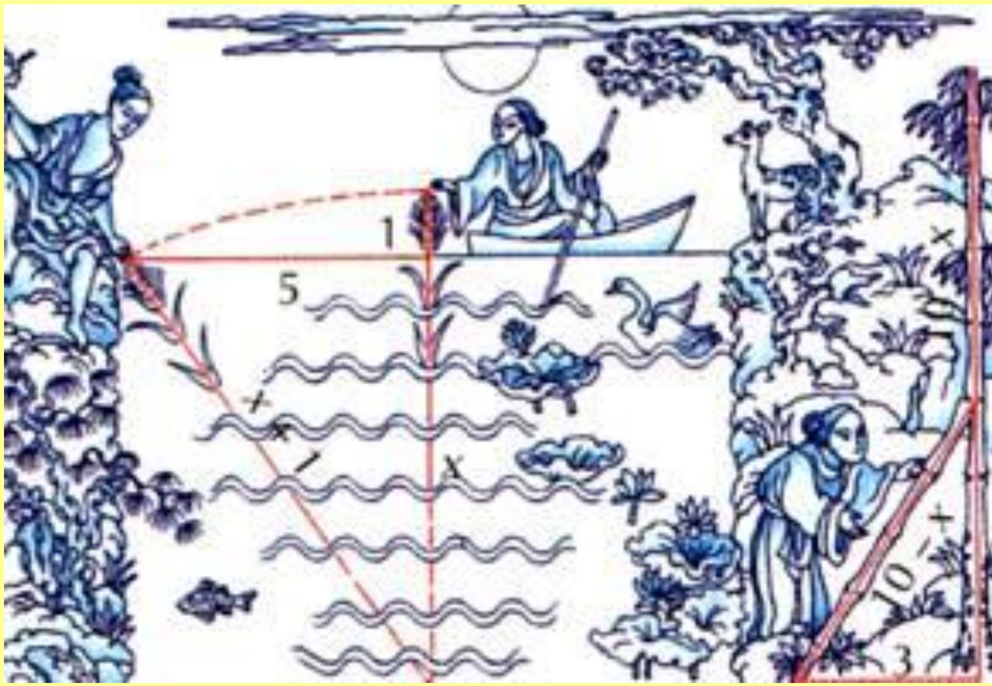
Пифагоровы тройки известны очень давно. В архитектуре древнемесопотамских надгробий встречается равнобедренный треугольник, составленный из двух прямоугольных со сторонами 9, 12 и 15 локтей. Пирамиды фараона Снофру (XXVII век до н. э.) построены с использованием треугольников со сторонами 20, 21 и 29, а также 18, 24 и 30 десятков египетских локтей.

Задача индийского математика XII века Бхаскары



- *«На берегу реки рос тополь одинокий.*
  Вдруг ветра порыв его ствол надломал.
  Бедный тополь упал. И угол прямой
  С теченьем реки его ствол составлял.
  Запомни теперь, что в этом месте река
  В четыре лишь фута была широка
  Верхушка склонилась у края реки.
  Осталось три фута всего от ствола,
  Прошу тебя, скоро теперь мне скажи:
  У тополя как велика высота?»

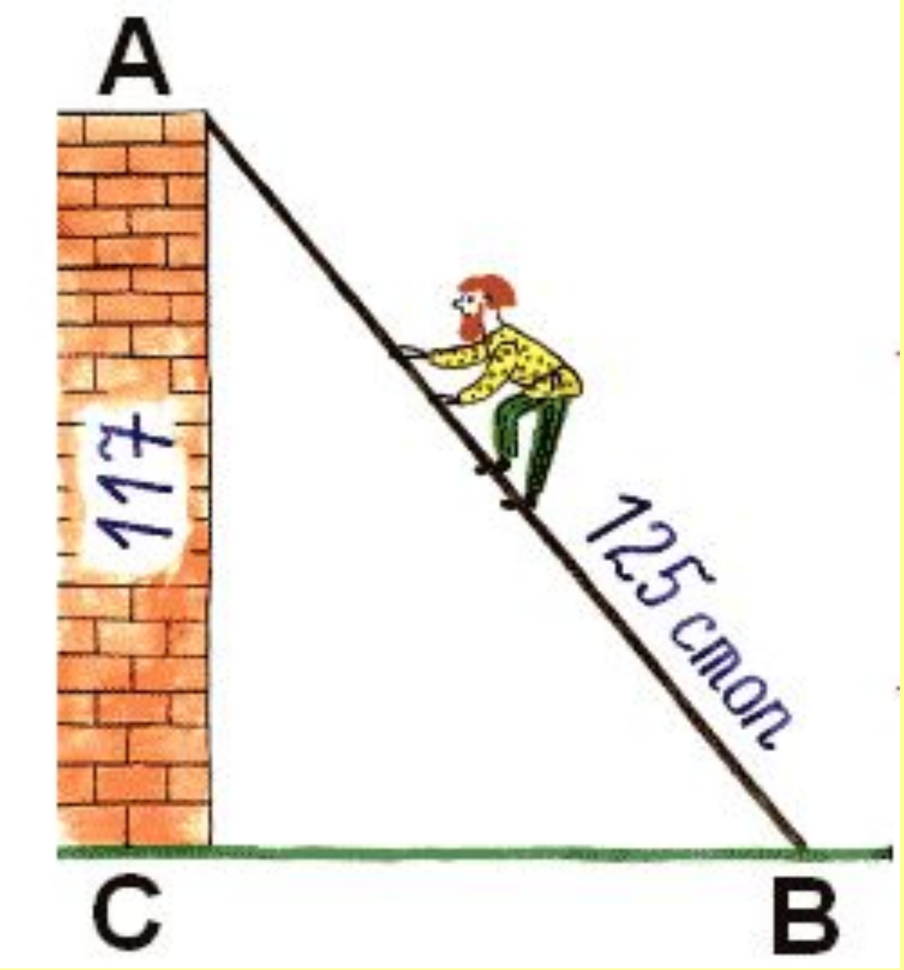
Задача из китайской «Математики в девяти книгах»



гах»

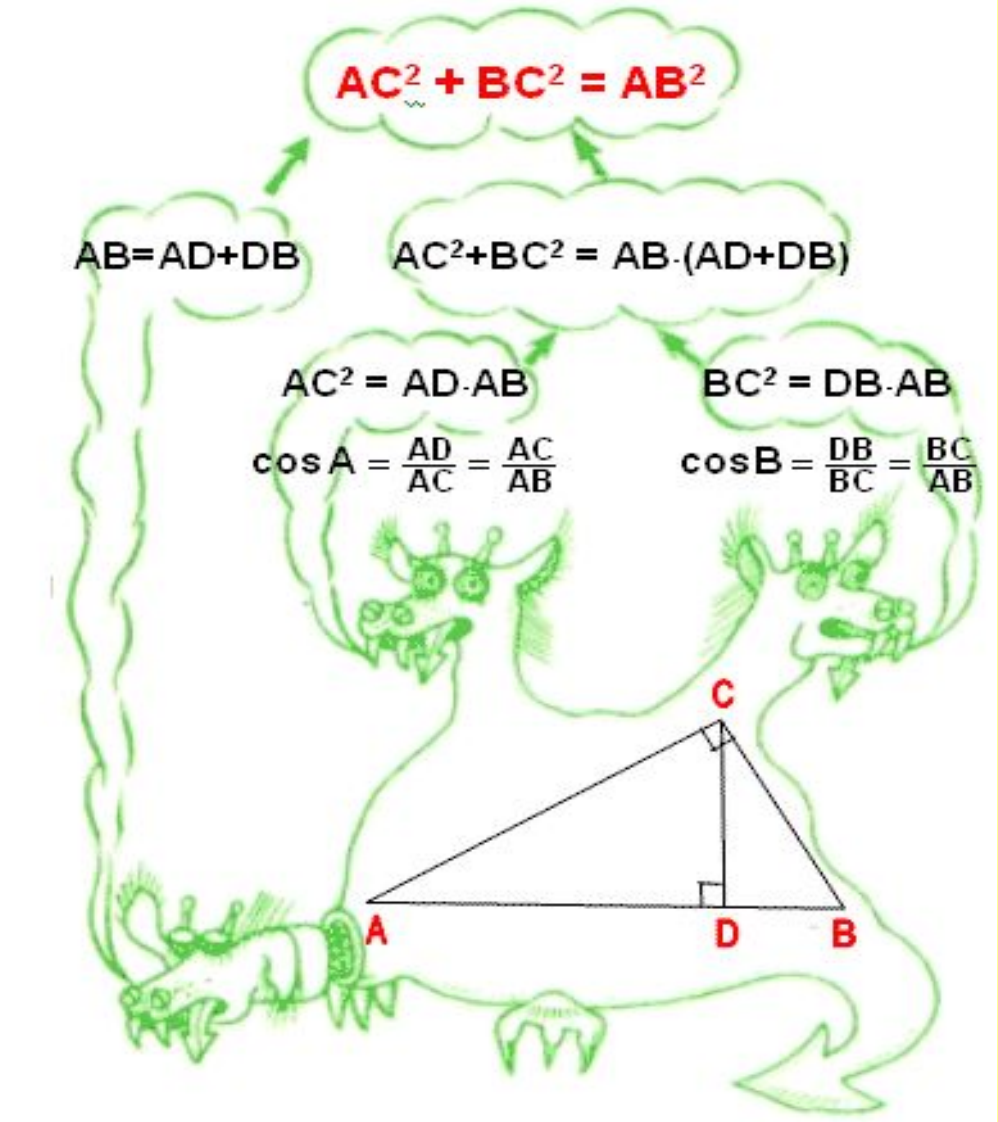
«Имеется водоем со стороной в 1 чжан = 10 чи. В центре его растет камыш, который выступает над водой на 1 чи. Если потянуть камыш к берегу, то он как раз коснётся его. Спрашивается: какова глубина воды и какова длина камыша?».

Задача из учебника «Арифметика» Леонтия Магницкого



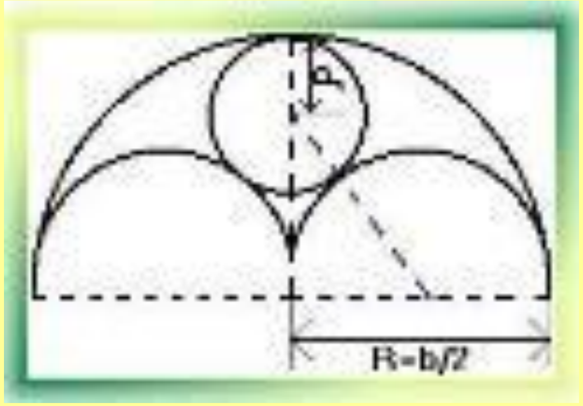
«Случися некому человеку к стене лестницу прибрати, стены же тоя высота есть 117 стоп. И обреете лестницу долготью 125 стоп. И ведати хочет, колико стоп сея лестницы нижний конец от стены отстояти имать».

Опорный сигнал к теореме



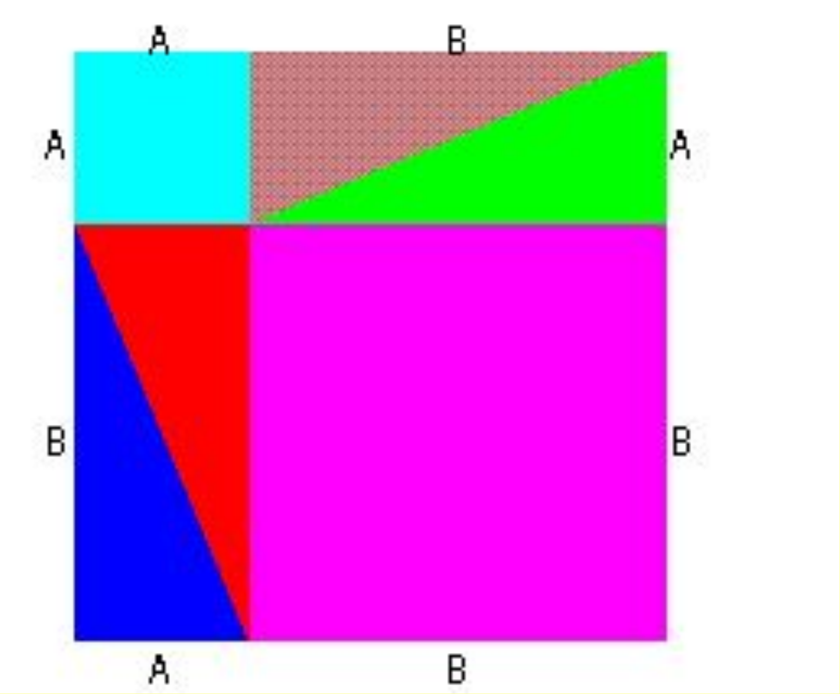
Отрубил Иван-царевич дракону голову, а у него две новые выросли.
На математическом языке это означает: провели в D ABC высоту CD, и образовалось два новых прямоугольных треугольника ADC и BDC .

Теорема ПИФАГОРА
в архитектуре



В зданиях готического и романского стиля верхние части окон расчленяются каменными ребрами, которые не только играют роль орнамента, но и способствуют прочности окон.

О теореме ПИФАГОРА



Уделом истины не может быть забвенье,
Как только мир ее увидит взор;
И теорема та, что дал нам Пифагор,
Верна теперь, как в день ее рожденья.
За светлый луч с небес вознес благодаренье
Мудрец богам не так, как было до тех пор.
Ведь целых сто быков послал он под топор,
Чтоб их сожгли как жертвоприношенье.
Быки с тех пор, как только весть услышат,
Что новой истины уже следы видны,
Отчаянно мычат и ужаса полны:
Им Пифагор навек внушил тревогу.
Не в силах преградить той истине дорогу
Они, закрыв глаза, дрожат и еле дышат.

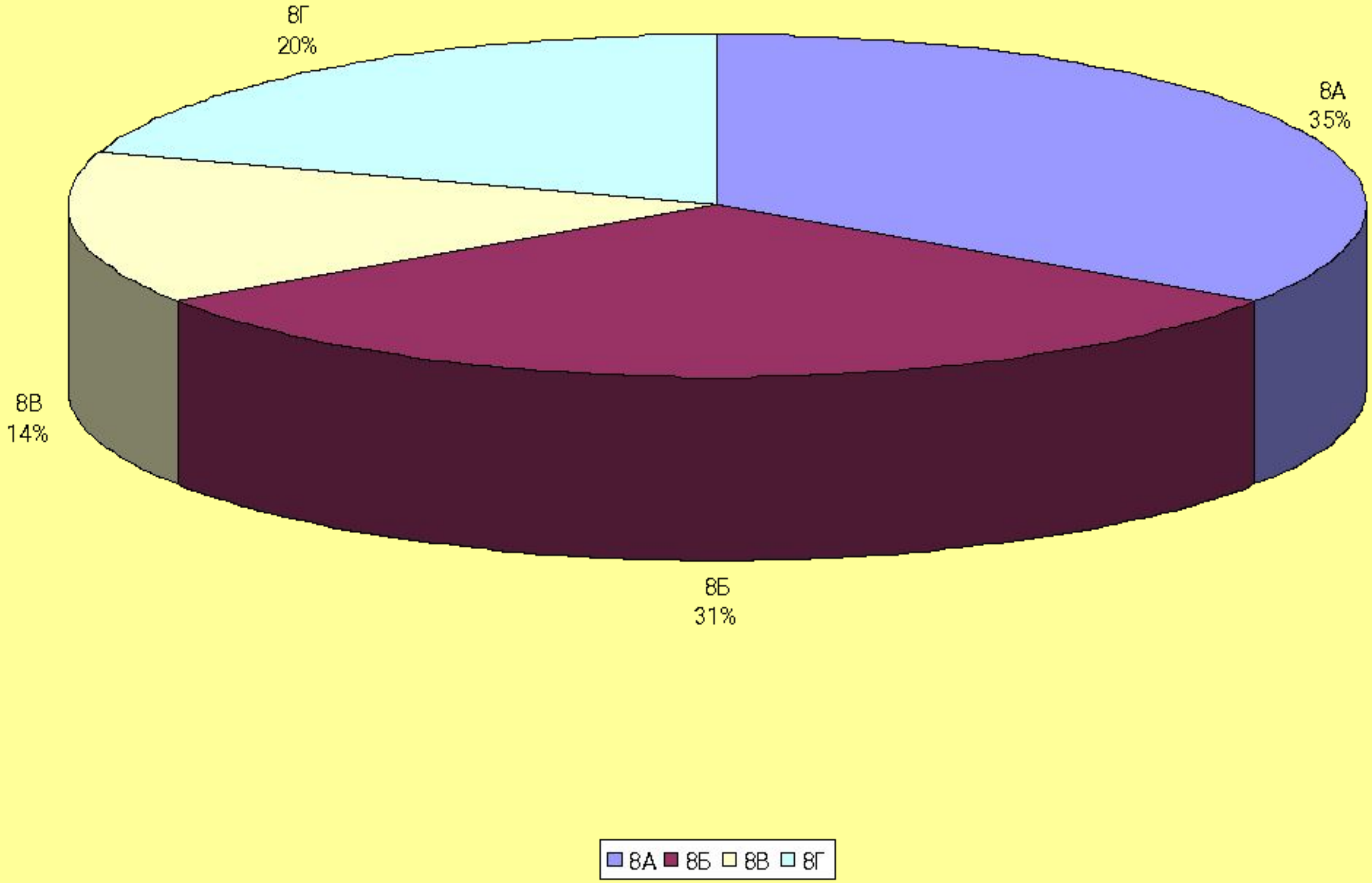
А. фон Шамиссо
(Перевод А. Хованского)

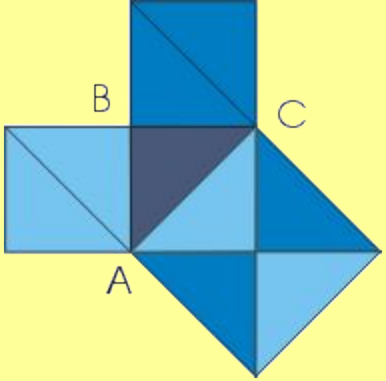
«Будь справедлив и в словах и в поступках своих…»

ПИФАГОР

Пифагор среди учеников

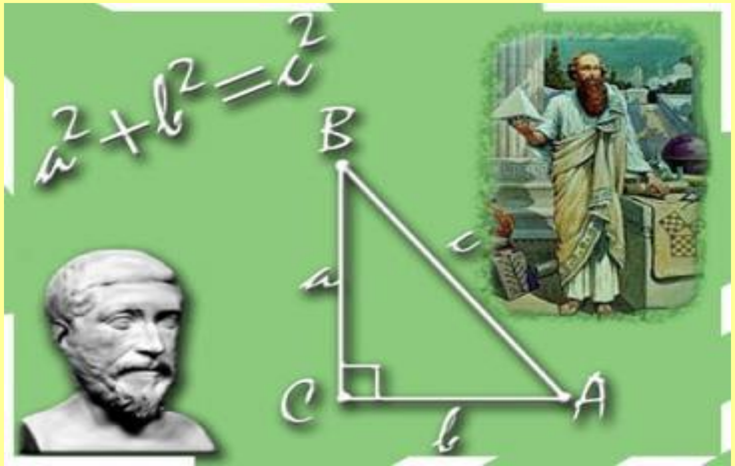
Уровень обученности учащихся 8 классов по теме: «Теорема Пифагора»





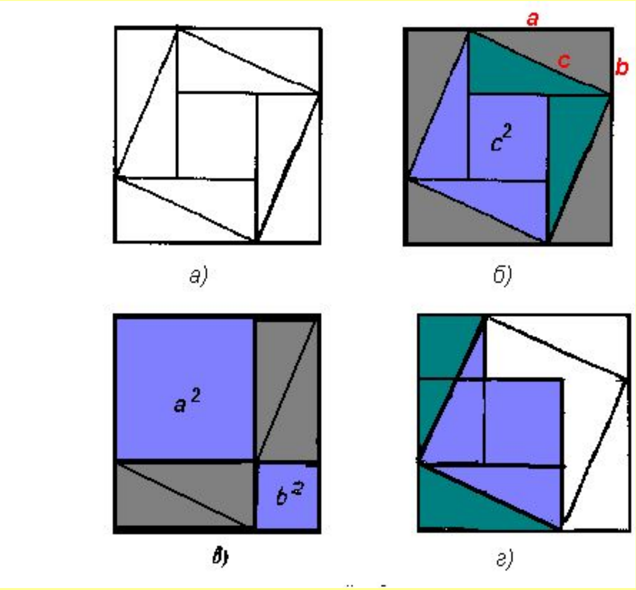
ВЫВОДЫ

- *Теорема Пифагора-одна из главных и, можно сказать, самая главная теорема геометрии .*
- *Теорема Пифагора триедина: это простота – красота – значимость.*
- *Мы познакомились с некоторыми доказательствами теоремы Пифагора. В настоящее время известно более 100 различных доказательств этой знаменитой теоремы.*
- *Есть доказательства, которые расчитаны на то, что по готовым рисункам, можно воспроизвести доказательство самостоятельно. А это воспитывает познавательный интерес и логическое мышление.*
- *До сих пор вызывают интерес древние практические задачи, говорящие об уровне развития прикладной математики в древние века.*



Используемые материалы

- Википедия
- http://ru.wikipedia.org/wiki/%
- **wiki.kamgpu.ru**
- **portfolio.1september.ru**
- **pifagor.edunet.uz**
- http://manuscript.h1.ru/ manuscript.htm?/pyphagor/ theorema/teorpyf.htm



СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ