Теорема Безу
Схема Горнера

Спиридонова В.Л.
ГОУ СПО «Каргопольский педагогический колледж»
Отделение «Математика», 2 курс

Теорема Безу

Безу Этьенн

(31.3.1739-27.9.1783)
французский математик

$$(\forall f(x) \in A[x]) \quad (\exists!\, g(x) \in A[x], \exists!\, c \in A)$$

$$f(x) = (x - \alpha) g(x) + c \quad , \quad c = f(\alpha)$$

линейный множитель

частное

остаток

Схема Горнера

Горнер Вильямс Джордж

(1786-22.9.1837) английский математик

$$f(x) = (x-\alpha)g(x) + c, \;\; c = f(\alpha)$$

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$$

$$g(x) = b_{n-1}x^{n-1} + b_{n-2}x^{n-2} + \ldots + b_1 x + b_0$$

1. Используя схему Горнера, разделить в кольце К многочлен f (x) на линейный двучлен $x - \alpha$

1.) К=Z[x] , f(x)= $x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 6x + 8$, $\alpha = 1$

	1	-2	4	-6	8
1	1	-1	3	-3	5

$f(x) = (x-1)(x^3 - x^2 + 3x - 3) + 5$

1. Используя схему Горнера, разделить в кольце К многочлен f (x) на линейный двучлен $x-\alpha$

2.) К=Z[x] , f(x)= $x^4 - 3x^3 + x - 1$, $\alpha = 2$

	1	-3	0	1	-1
2	1	-1	-2	-3	-7

$$f(x) = (x - 2)(x^3 + x^2 - 2x - 3) - 7$$

1. Используя схему Горнера, разделить в кольце К многочлен f (x) на линейный двучлен $x - \alpha$

3 .) К=Z[x] , f(x) = $3x^3 - 2x^2 - x$, $\alpha = -2$

	3	-2	-1	0
-2	3	-8	15	-30

f(x)= $(x+2)(3x^2-8x+15) - 30$

Вспомним:

Тема «Классы вычетов по модулю m»

$$Z_m = \{\overline{0}, \overline{1}, \overline{2}, \ldots, \overline{m-1}\}$$

$$\overline{a} + \overline{b} = \overline{a+b}$$

$$\overline{a} \cdot \overline{b} = \overline{ab}$$

$$\overline{a} = \overline{b} \Leftrightarrow a \equiv b (\operatorname{mod} m)$$

$$a \equiv b (\operatorname{mod} m) \Leftrightarrow r_1 = r_2,$$

$$a = mg_1 + r_1, 0 \leq r_1 \leq |m|,$$

$$b = mg_2 + r_2, 0 \leq r_2 \leq |m|$$

1. Используя схему Горнера, разделить в кольце К многочлен f (x) на линейный двучлен $x-\alpha$

4.) $K = Z_5[x], f(x) = x^4 + \overline{3}x^3 - \overline{3}x + \overline{2}, \alpha = \overline{2}$

	$\overline{1}$	$\overline{3}$	$\overline{0}$	$\overline{-3}$	$\overline{2}$
$\overline{2}$	$\overline{1}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{-3} = \overline{2}$	$\overline{-4} = \overline{1}$

$$f(x) = (x - \overline{2})(x^3 + \overline{2}) + \overline{1}$$

1. Используя схему Горнера, разделить в кольце К многочлен f на линейный двучлен $x-\alpha$

$i^2=-1$

$$5.)\ K = Cx[x], f(x) = 3x^5 + ix^4 - (1-i)x^2 + 2 + i, \alpha = -1+2i$$

	3	i	0	$-1+i$	0	$2+i$
$-1+2i$	3	$-3+7i$	$-11-13i$	$35-8i$	$-19+87i$	$-153-124i$

$$f(x) = (x+1-2i)(3x^4 + (-3+7i)x^3 + (-11-13i)x^2 + (35-8i)x + (19+87i) - 153 - 124i$$

2. Используя схему Горнера, вычислить f(α)

К=Z [x] , f(x)=$2x^5 - 4x^4 - 7x^3 + 5x^2 - 5x + 2$, α = 3

	2	-4	-7	5	-5	2
3	2	2	-1	2	1	5

f(3)=5

3. Используя схему Горнера, составить таблицу значений многочлена и найти его корни : $f(x) = x^5 - \overline{3}x^3 + \overline{4}x - \overline{1}, f(x) \in Z_7$

$$Z_7 = \{\overline{0}, \overline{1}, \overline{2}, \overline{3}, \overline{4}, \overline{5}, \overline{6}\}$$

4. Используя схему Горнера, определить кратность корня многочлена f(x) и разложить многочлен на соответствующие множители:

1.) $f(x) = x^5 - 5x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 8x^2 + 4x - 8$, $\alpha = 2$

4. Используя схему Горнера, определить кратность корня многочлена f(x) и разложить многочлен на соответствующие множители:

2.) $f(x)=x^5 + 7x^4 + 16x^3 + 8x^2 - 16x - 16, \quad \alpha = -2$

4. Используя схему Горнера, определить кратность корня многочлена f(x) и разложить многочлен на соответствующие множители:

3.) $f(x)=x^{10} - x^9 - 3x^8 + 4x^7 + 2x^6 - 6x^5 + 2x^4 + 4x^3 - 3x^2 - x + 1$, $\alpha_1 = 1$ $\alpha_2 = -1$

5.При каких условиях первый из данных многочленов делится на второй ?

1.) $f(x) = ax^4 + 5x^3 + (5 - a)x^2 - ax - b$ **,** $(x + 2)(x - 1)$

	a	5	5-a	-a	-b
-2	a	-2a + 5	3a - 5	-7a +10	14a – 20 - b
1	a	-a + 5	2a	-5a + 10	

a = 2 , b = 8

5.При каких условиях первый из данных многочленов делится на второй ?

2.) $f(x) = ax^4 - bx^3 + 1, \quad (x+1)^2$

	a	-b	0	0	1
-1	a	-a - b	a + b	-a - b	a +b + 1
-1	a	-2a - b	3a + 2b	-4a -3b	

a = 3 , b = -4

Задание для самостоятельной работы

1. Используя схему Горнера, разделить в кольце К многочлен f (x) на линейный двучлен :

1) К=Z[x] , $f(x)= x^4- 3x^3 + x -1$,a= 2

2) К= $Z_5[x]$, $f(x) =x^4+ x^3- x + 1$,a= 3

3) К= C[x] , $f(x)= 4x^3+x^2$, a=-1- I

Задание для самостоятельной работы

2. Используя схему Горнера, определить кратность корня многочлена f(x) и разложить многочлен на соответствующие множители:

1.)$f(x)= x^5 – 5x^4 +7x^3- 2x^2 + 8x^2 + 4x - 8$, $a = 2$

2.) $f(x)= x^5 +7x^4+16x^3+8x^2 – 16x – 16$,$a =-2$

3.)$f(x)= x^8 -6x^7 + 13x^6 - 10x^5- 9x^4 + 32x^3 -37x^2 + 20 – 4$,
$a_1 =2$, $a_2 = 1$