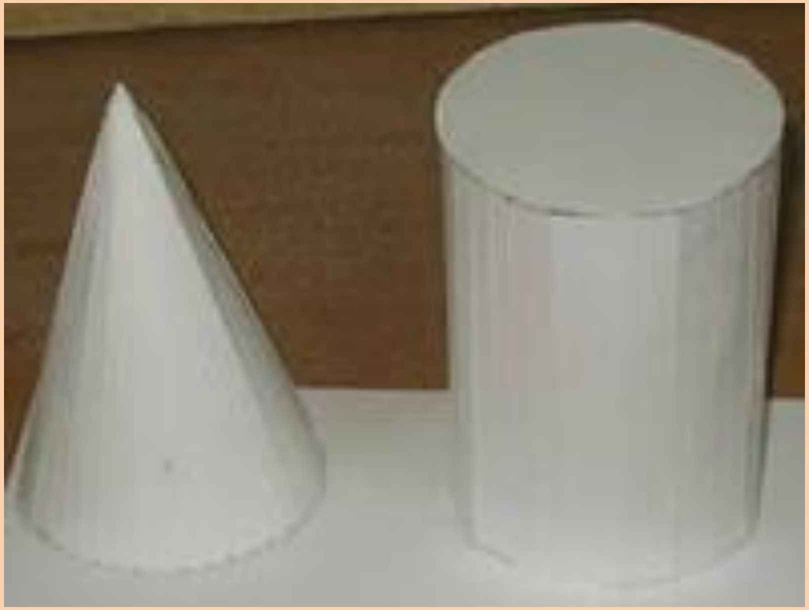
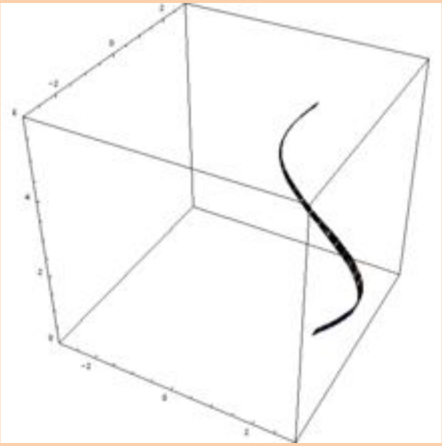


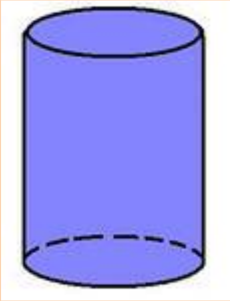
Тела вращения

Тела вращения — объёмные тела, возникающие при вращении плоской геометрической фигуры, ограниченной некоторой кривой, вокруг оси, лежащей в той же плоскости



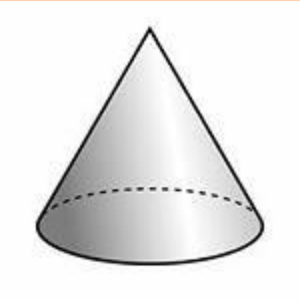
Примеры тел вращения

цилиндр



шар

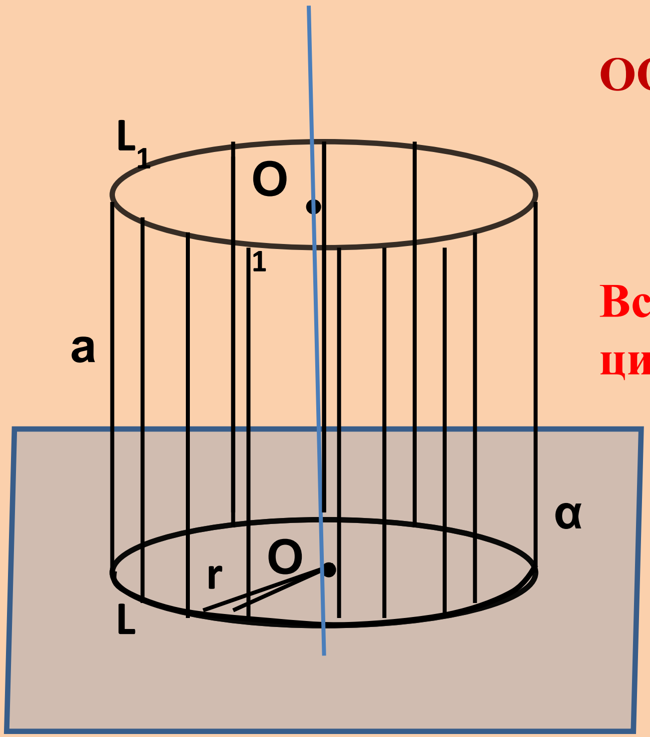
конус



Цилиндр

Цилиндрическая поверхность

Поверхность, образованная прямой а и прямыми, параллельными ей, называется цилиндрической, а сами прямые – образующими цилиндрической поверхности.

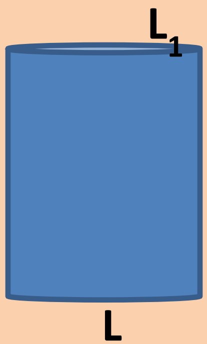


OO_1 – ось цилиндрической поверхности

Все образующие равны и параллельны оси цилиндрической поверхности.

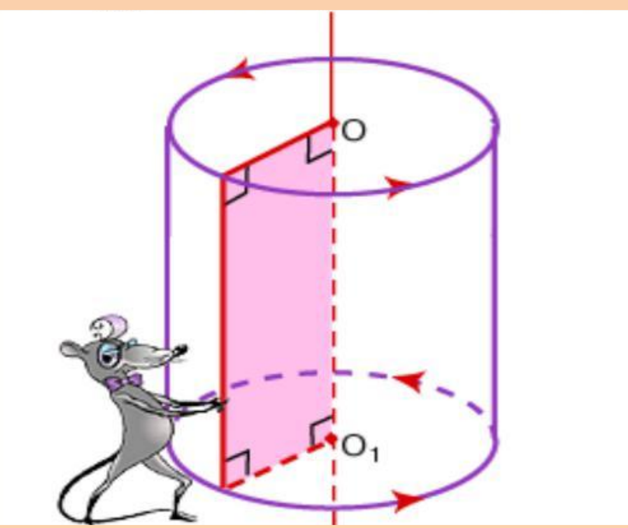
Радиус окружности – радиус цилиндрической поверхности.

Тело, ограниченное цилиндрической поверхностью и двумя кругами с границами L и L_1, называется цилиндром.



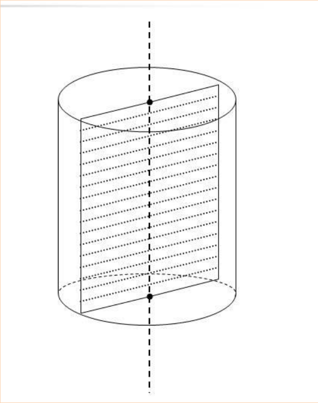
Круги – основания цилиндра, отрезки образующих, заключенных между основаниями - образующие цилиндра, а образующая ими часть цилиндрической поверхности - боковая поверхность цилиндра.

Цилиндр образован прямоугольником, вращающимся вокруг одной из сторон.



Длина образующей – высота цилиндра, радиус основания - радиус цилиндра.

Сечения цилиндра

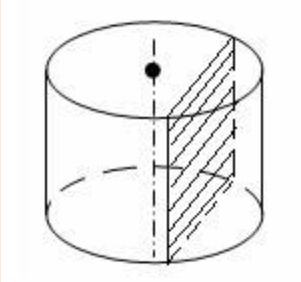


1. Плоскостью , проходящей через ось цилиндра.

Сечение цилиндра плоскостью, проходящей через ось цилиндра, называется осевым сечением цилиндра.

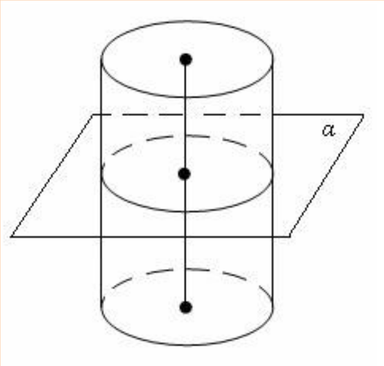
Осевое сечение – прямоугольник, две стороны которого – образующие цилиндра, а две другие – диаметры его оснований.

2. Плоскостью , проходящей параллельно оси цилиндра.



Сечение цилиндра плоскостью, параллельной его оси – прямоугольник, две стороны которого – образующие цилиндра, а две другие – хорды его оснований.

3. Плоскостью , проходящей параллельно основаниям цилиндра.



Сечение цилиндра плоскостью, параллельной его основаниям – круг с центром на оси цилиндра и радиусом, равным радиусу цилиндра.

Площадь поверхности цилиндра

Площадь полной поверхности цилиндра равна сумме площадей его боковой поверхности и площадей его оснований.

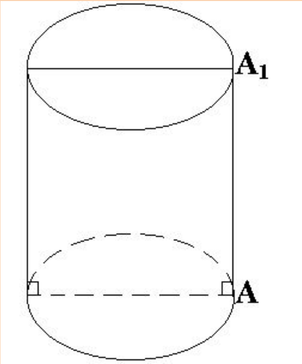
$$S_{пол} = S_{бок} + 2\, S_{осн}$$

$$S_{осн} = \pi r^2$$

За площадь боковой поверхности цилиндра принимают площадь ее развертки.

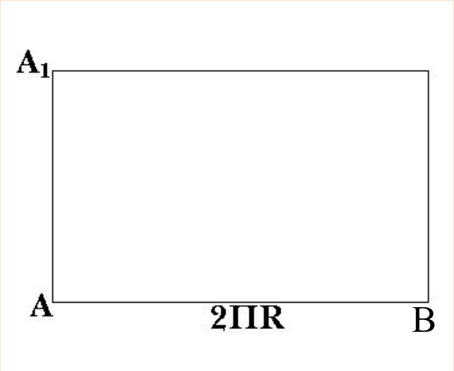
$$S_{бок} = AA_1 \cdot AB$$

$AA_1 = h$ $\qquad$ $AB = 2\pi r$



$$S_{бок} = 2\pi rh$$

Площадь боковой поверхности цилиндра равна произведению длины окружности основания на его высоту.

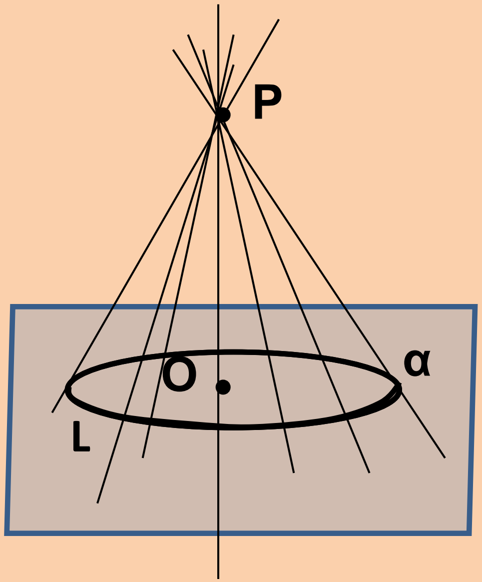


$$S_{пол} = 2\pi rh + 2\pi r^2$$

$$S_{пол} = 2\pi r(h + r)$$

Конус

Коническая поверхность

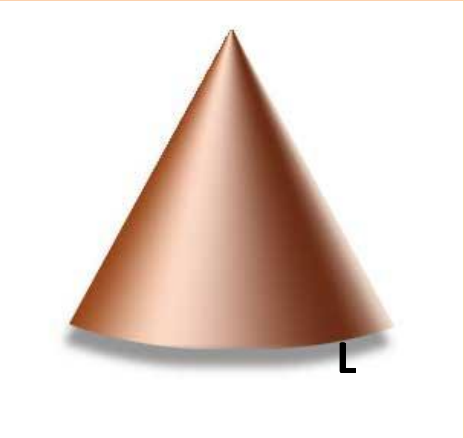


Поверхность, образованная этими прямыми, называется конической, а сами прямые – образующими конической поверхности.

Точка P называется вершиной, а прямая OP – осью конической поверхности.

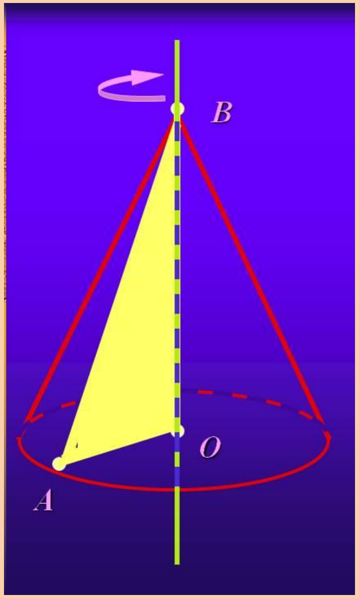
Радиус окружности – радиус конической поверхности.

Тело, ограниченное конической поверхностью и кругом с границей L, называется конусом.



Круг – основание конуса, вершина конической поверхности - вершина конуса, отрезки образующих, заключенных между вершиной и основанием - образующими конуса, а образующая ими часть конической поверхности - боковой поверхностью конуса.

Конус образован прямоугольным треугольником, вращающимся вокруг одного из его катетов.

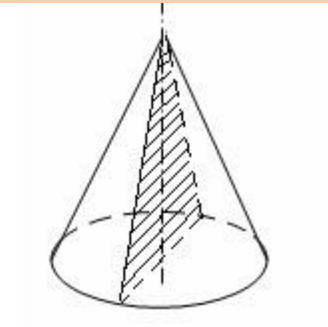


Ось конической поверхности - ось конуса, отрезок оси конуса, заключенный между вершиной и основанием, – высота конуса, радиус основания - радиус конуса.

Все образующие конуса равны.

Сечения конуса

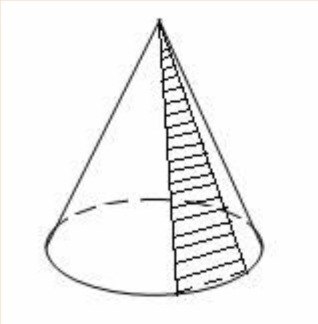
1. Плоскостью , проходящей через ось конуса.



Сечение конуса плоскостью, проходящей через ось цилиндра, называется осевым сечением конуса.

Осевое сечение – равнобедренный треугольник, боковые стороны которого – образующие конуса, а основание – диаметр его оснований.

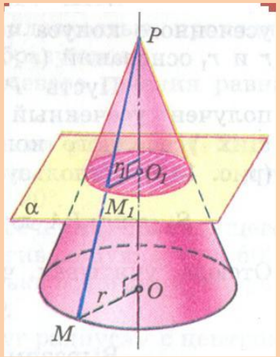
2. Плоскостью , проходящей через вершину конуса и его основание.



Сечение конуса плоскостью, проходящей через вершину конуса и его основание – равнобедренный треугольник, боковые стороны которого – образующие конуса, а основание – хорда его основания.

3. Плоскостью , проходящей параллельно основанию конуса.

Сечение конуса плоскостью, параллельной его основанию – круг с центром на оси конуса.



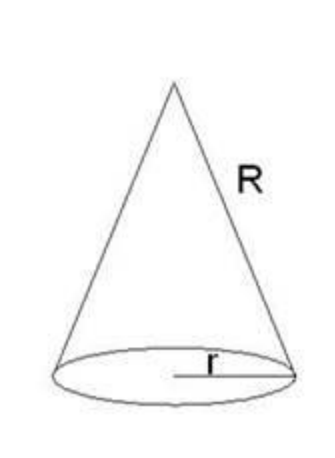
Площадь поверхности конуса

Площадь полной поверхности конуса равна сумме площадей его боковой поверхности и площади его основания.

$$S_{пол} = S_{бок} + S_{осн}$$

$$S_{осн} = \pi r^2$$

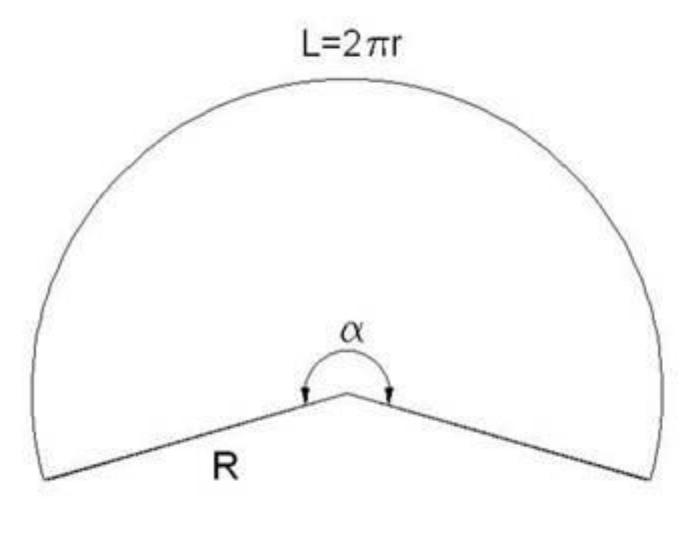
За площадь боковой поверхности конуса принимают площадь ее развертки.



$$S_{бок} = \pi r l$$

***l* – образующая конуса**

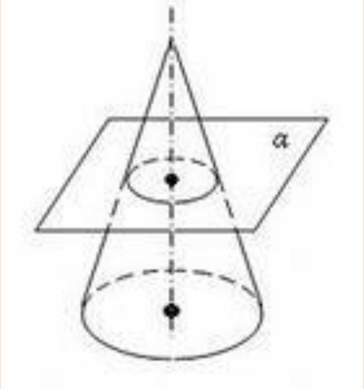
Площадь боковой поверхности конуса равна произведению половины длины окружности основания на образующую.



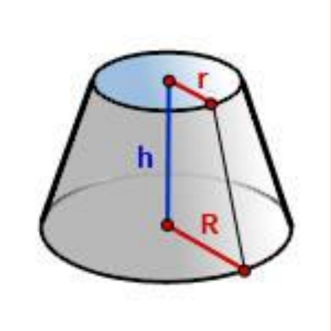
$$S_{пол} = \pi r l + \pi r^2$$

$$S_{пол} = \pi r(l + r)$$

Усеченный конус



Усеченным конусом называется часть полного конуса, заключенная между основанием и секущей плоскостью, параллельной основанию.

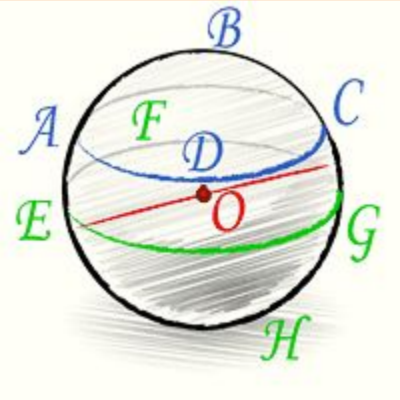


Круги – основания усеченного конуса, отрезок, соединяющий их центры - высота усеченного конуса, отрезки образующих, заключенных между основаниями - образующие усеченного конуса, а образующая ими часть конической поверхности - боковая поверхность усеченного конуса.

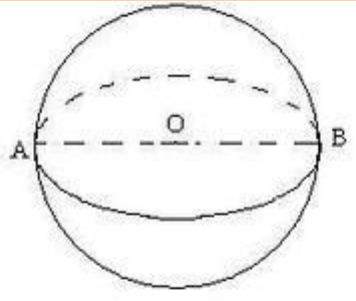
$$S_{бок} = \pi(R + r)l$$

Сфера и шар

Сферой называется поверхность, состоящая из всех точек пространства, расположенных на данном расстоянии от данной точки.

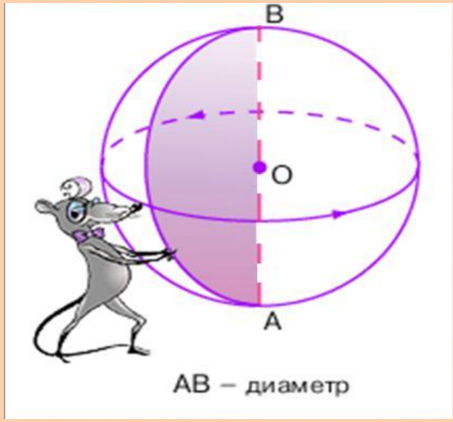


Данная точка – центр сферы,
данное расстояние - радиус сферы (любой отрезок, соединяющий центр сферы с какой – либо точкой сферы), диаметр сферы – отрезок, соединяющий две точки сферы и проходящий через ее середину.



Тело, ограниченное сферой, называется шаром.

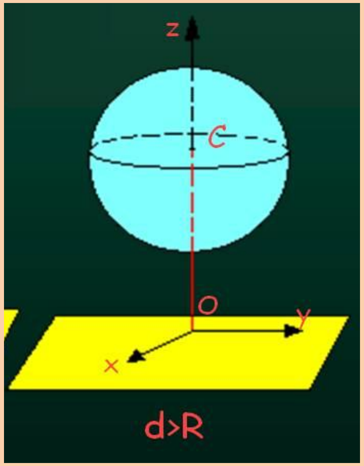
Центр, радиус, диаметр сферы называют также центром, радиусом и диаметром шара.



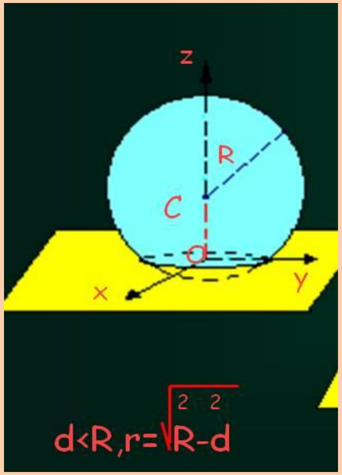
Шар можно рассматривать как тело, полученное от вращения полукруга вокруг диаметра как оси.

Взаимное расположение сферы и плоскости

1. Если расстояние от центра сферы до плоскости больше радиуса этой сферы, то сфера и плоскость не имеют общих точек.

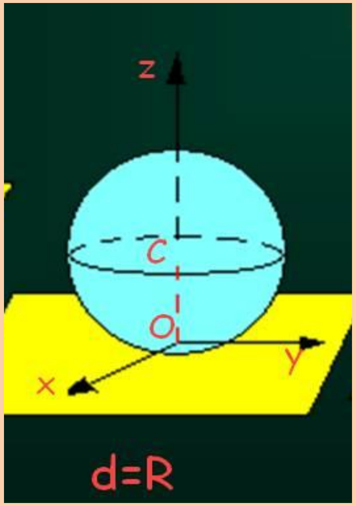


2. Если расстояние от центра сферы до плоскости меньше радиуса этой сферы, то сфера и плоскость пересекаются, т. е. имеют много общих точек.



Плоскость называется секущей. В сечении - окружность.

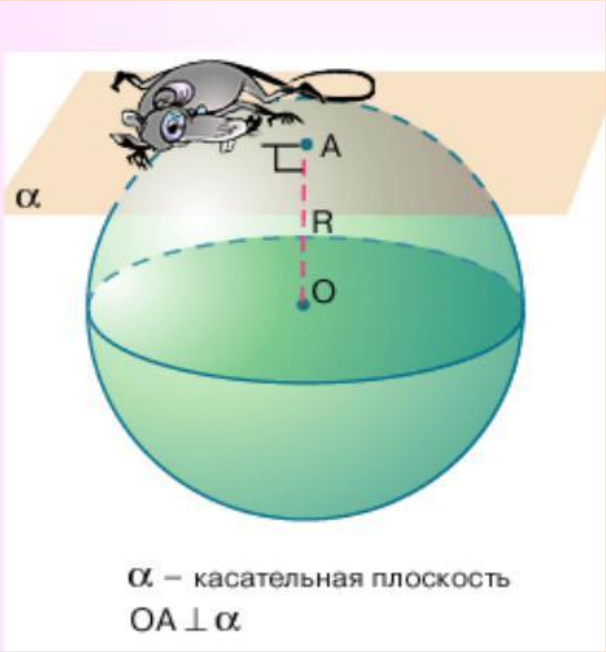
3. Если расстояние от центра сферы до плоскости равно радиусу этой сферы, то сфера и плоскость имеют одну общую точку.



Плоскость называется касательной. Общая точка – точка касания.

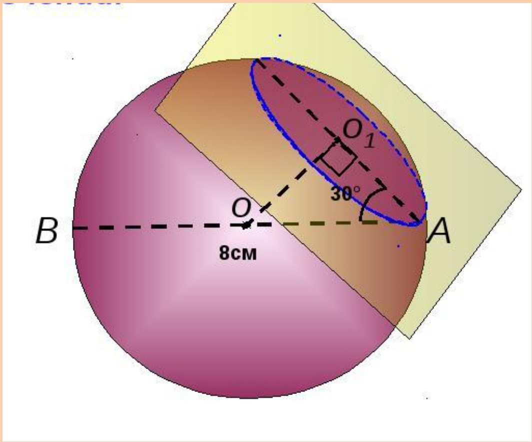
Касательная плоскость к сфере

Радиус сферы, проведенный в точку касания сферы и плоскости, перпендикулярен к касательной плоскости.

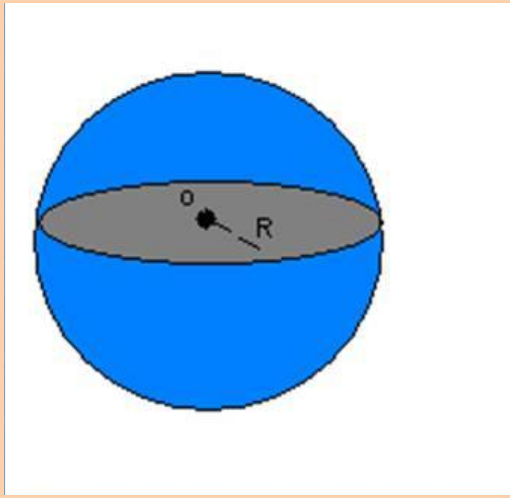


Если радиус сферы перпендикулярен к плоскости, проходящей через его конец, лежащий на сфере, то эта плоскость является касательной к сфере.

Сечение шара плоскостью



Всякое сечение шара плоскостью есть круг. Центр этого круга есть основание перпендикуляра, опущенного из центра шара на секущую плоскость.

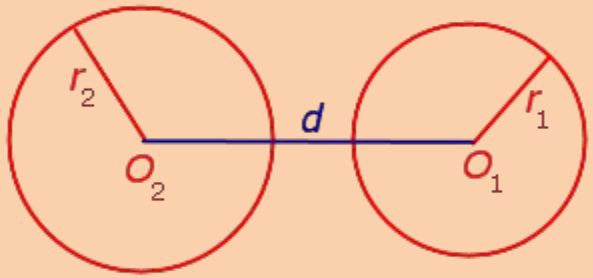


Сечение, проходящее через центр шара – большой круг (диаметральное сечение).

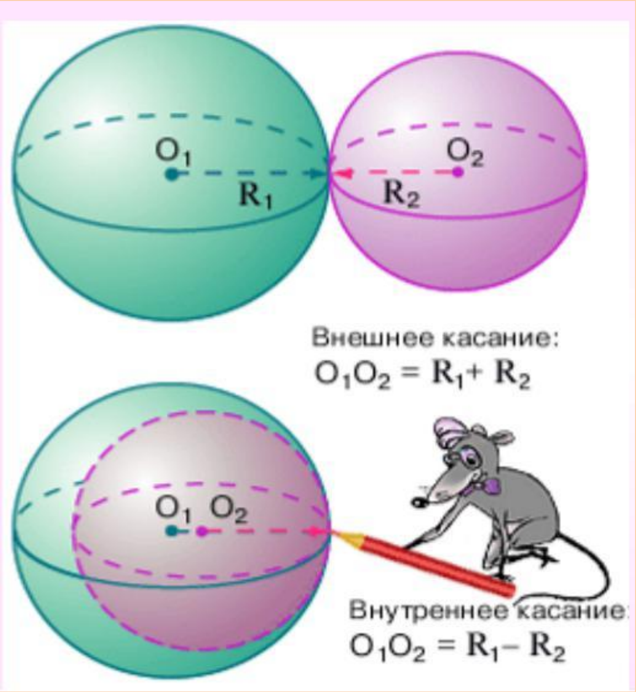
Чем дальше проходит секущая плоскость от центра сферы, тем меньше радиус сечения.

Взаимное расположение двух сфер

1. Если расстояние между центрами сфер больше суммы их радиусов, то сферы не имеют общих точек.

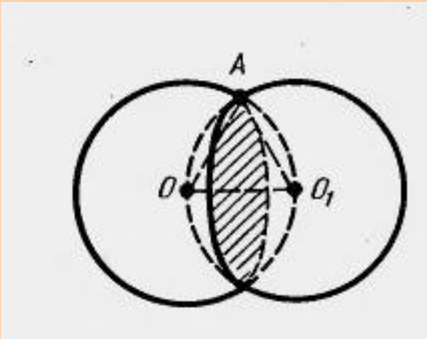


$d > r_1 + r_2$

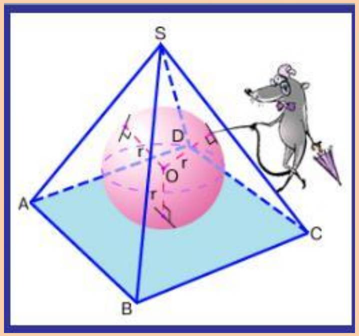


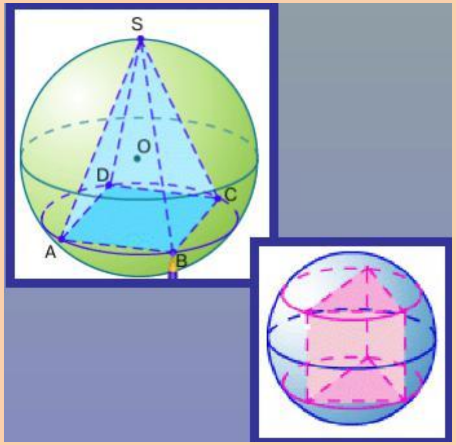
2. Если сферы имеют общую точку, то сферы касаются.

3. Если сферы имеют много общих точек, то они пересекаются. Сферы пересекаются по окружности.



Многогранник называется описанным около сферы (шара), если сфера касается всех его граней. При этом сфера называется вписанной в многогранник.





Многогранник называется вписанным в сферу (шар), если все его вершины лежат на сфере. При этом сфера называется описанной около многогранника.

Площадь сферы

$$S = 4\pi r^2$$