



Круги Эйлера Применение к решению задач



Леонард Эйлер

ИДЕАЛЬНЫЙ

МАТЕМАТИК

XVIII ВЕКА

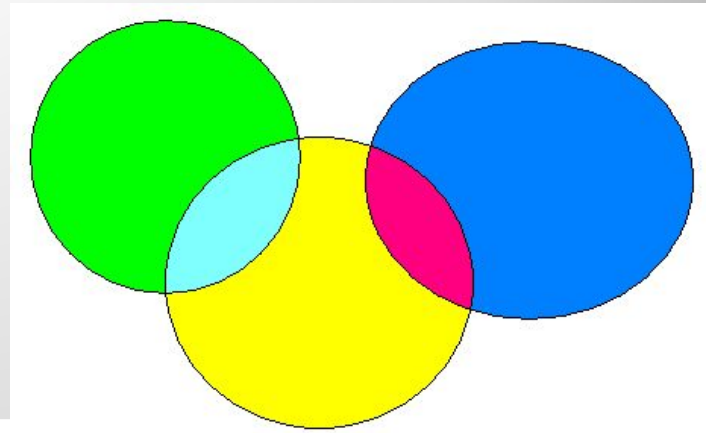
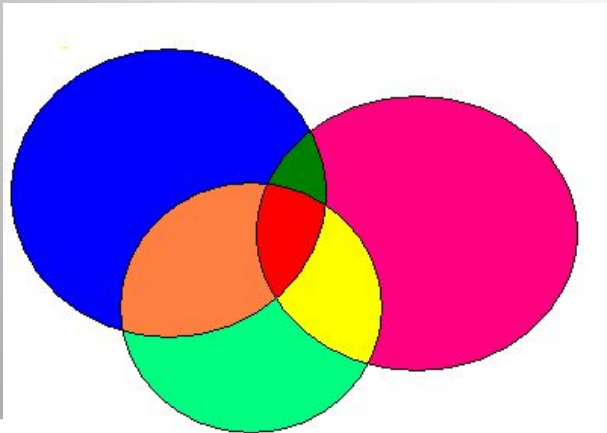
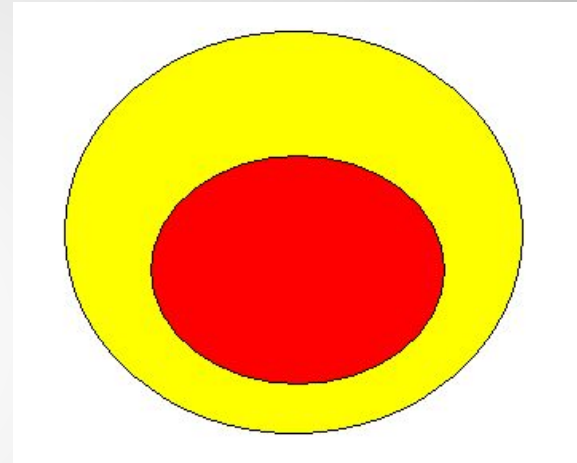
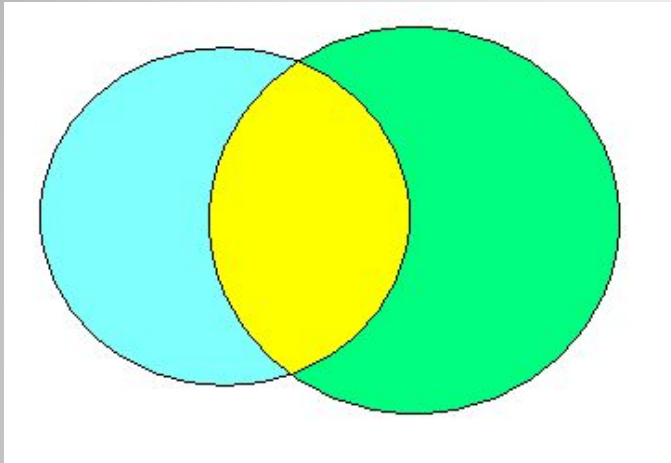


● Это один из величайших математиков. Родился он в Швейцарии, много лет жил и работал в Петербурге, поэтому его можно считать русским ученым. За свою жизнь он написал более 800 работ по математике, физике, оптике, баллистике, кораблестроению, теории музыки.

- Нет ученого, имя которого упоминалось бы в учебной литературе по математике столь же часто, как имя Эйлера. В Энциклопедии можно найти сведения о шестнадцати формулах, уравнениях, теоремах и т. д., носящих имя Эйлера.

- Эйлер писал тогда, что «круги очень подходят для того, чтобы облегчить наши размышления».
- При решении целого ряда задач Леонард Эйлер использовал идею изображения множеств с помощью кругов и они получили название «круги Эйлера».

Типы кругов Эйлера



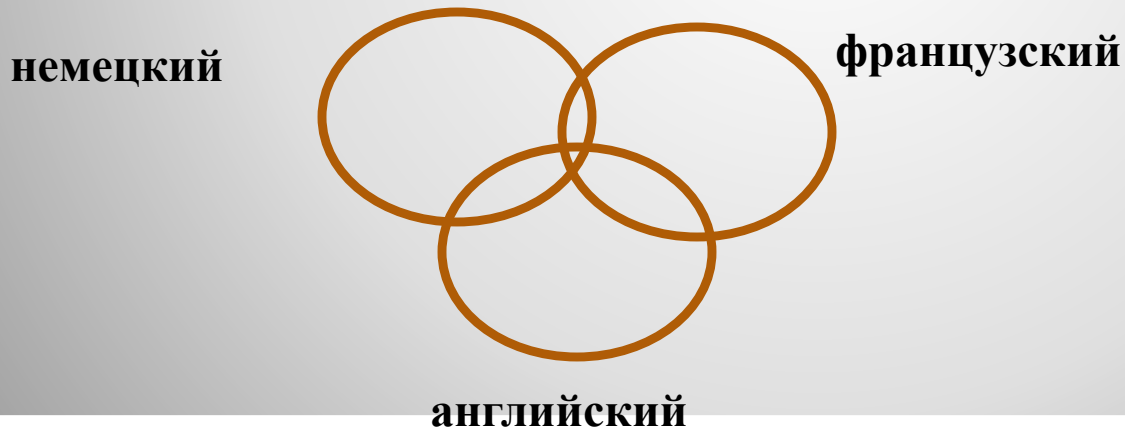
Задача:

Из 100 туристов, отправляющихся в заграничное путешествие, немецким языком владеют 30 человек, английским – 28, французским – 42. Английским и немецким одновременно владеют 8 человек, английским и французским – 10, немецким и французским – 5, всеми тремя языками – 3.

Сколько туристов не владеют ни одним языком?

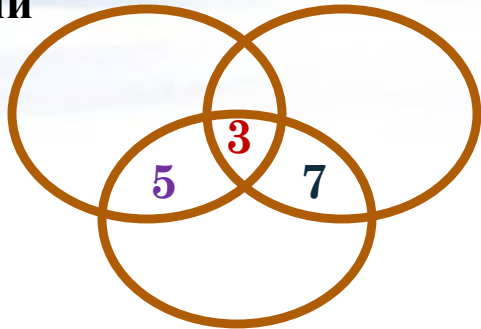
Решение:

Выразим условие задачи графически. Обозначим кругом тех, кто знает английский, другим кругом – тех, кто знает французский, и третьим кругом – тех, кто знают немецкий.



Всеми тремя языками владеют три туриста, значит, в общей части кругов вписываем число 3.

немецкий



французский

английский

Английским и французским языками владеют 10 человек, а 3 из них владеют ещё и немецким. Значит, английским и французским владеют $10 - 3 = 7$ человек.

В общую часть английского и французского кругов вписываем цифру 7.

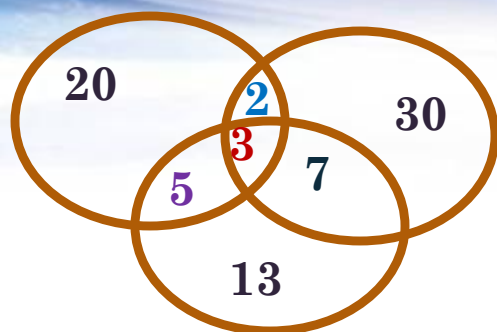
Английским и немецким языками владеют 8 человек, а 3 из них владеют ещё и французским. Значит, английским и немецким владеют $8 - 3 = 5$ человек.



В общую часть английского и немецкого кругов вписываем число 5.

немецкий

французский



английский

Немецким и французским языками владеют 5 человек, а 3 из них владеют ещё и английским. Значит, немецким и французским владеют $5-3=2$ человека.

В общую часть немецкого и французского кругов вписываем цифру **2**.

Известно, что немецким языком владеют 30 человек, но $5+3+2=10$ из них владеют и другими языками, значит, только немецкий знают 20 человек. Английский язык знают 28 человек, но $5+3+7=15$ человек владеют и другими языками, значит, только английский знают 13 человек. Французский язык знают 42 человека, но $2+3+7=12$ человек владеют и другими языками, значит, только французский знают 30 человек.



По условию задачи всего 100 туристов. $20+30+13+5+2+3+7=80$ туристов знают хотя бы один язык, следовательно, 20 человек не владеют ни одним языком.

Ответ: 20 человек.

Спортивная задача

В классе 38 человек. Из них 16 играют в баскет 17 - в хоккей, 18 - в футбол. Увлекаются двумя видами спорта –

баскетболом и хоккеем - четверо,
баскетболом и футболом - трое,
футболом и хоккеем - пятеро.

Трое не увлекаются ни баскетболом, ни хоккеем футболом.

Сколько ребят увлекаются одновременно тремя видами спорта?

Сколько ребят увлекается лишь одним из этих видов спорта?

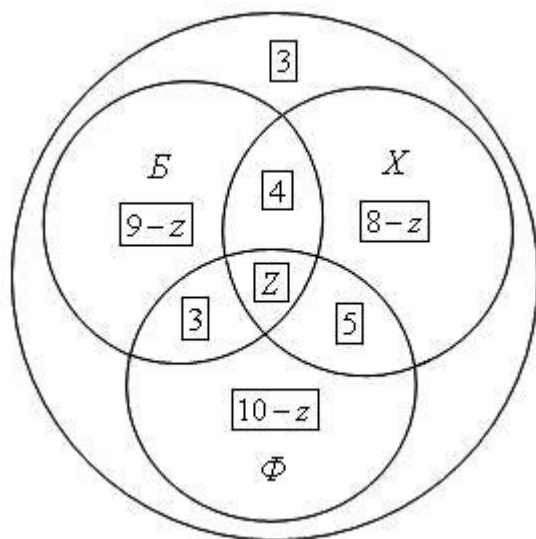


РЕШЕНИЕ

Пусть большой круг изображает всех учащихся класса, а три меньших круга Б, Х и Ф изображают соответственно баскетболистов, хоккеистов и футболистов.

Тогда фигура Z, общая часть кругов Б, Х и Ф, изображает ребят, увлекающихся тремя видами спорта.

Из рассмотрения кругов Эйлера видно, что
одним лишь видом спорта –
баскетболом занимаются



$$16 - (4 + z + 3) = 9 - z;$$

одним лишь хоккеем
 $17 - (4 + z + 5) = 8 - z;$

одним лишь футболом
 $18 - (3 + z + 5) = 10 - z.$

Составляем уравнение, пользуясь тем, что класс разбился на отдельные группы ребят; количества ребят в каждой группе обведены на рисунке рамочками:

$$3 + (9 - z) + (8 - z) + (10 - z) + 4 + 3 + 5 + z = 38,$$

$$z = 2.$$

Таким образом, двое ребят увлекаются всеми тремя видами спорта.

Складывая числа $9 - z$, $8 - z$ и $10 - z$, где $z = 2$, найдем количество ребят, увлекающихся лишь одним видом спорта: 21 человек.

Ответ.

Двое ребят увлекаются всеми тремя видами спорта человека.

Увлекающихся лишь одним видом спорта: 21 человек.

Спортивная задача

В футбольной команде «Спартак»

30 игроков:

18 нападающих.

11 полузащитников,

17 защитников

Вратари

3 могут быть нападающими и защитниками,

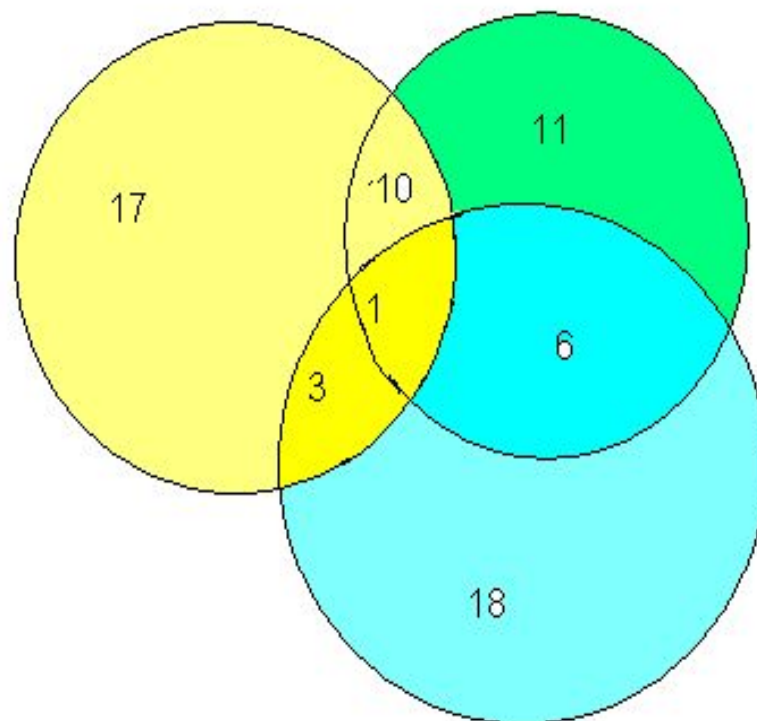
10 защитниками и полузащитниками,

6 нападающими и защитниками

1 и нападающим, и защитником, и полузащитником.

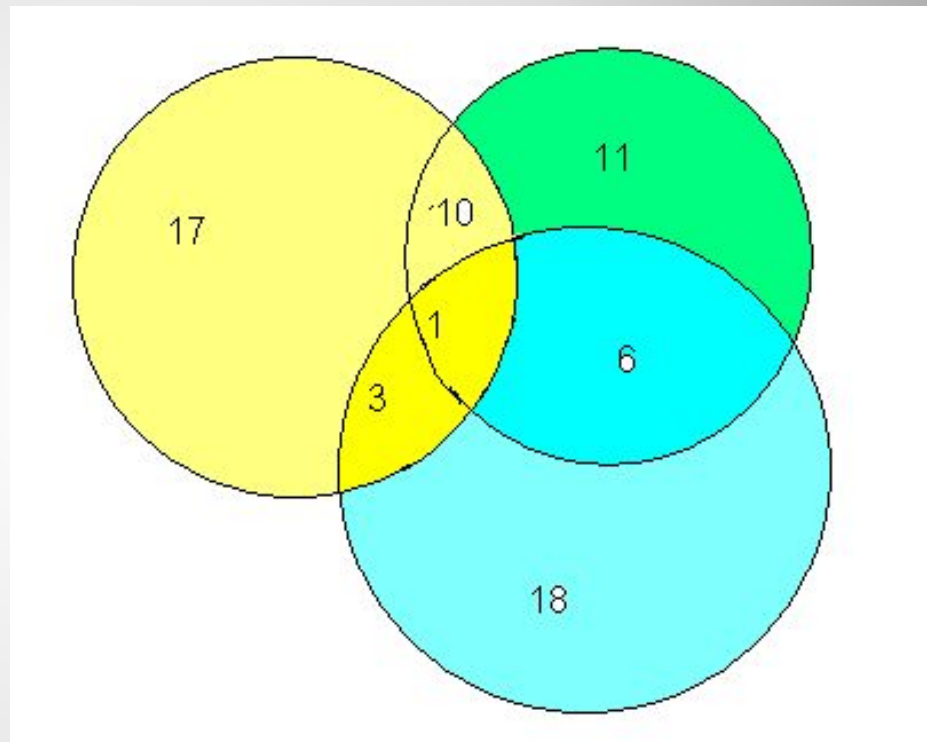
Вратари не заменимы.

Сколько в команде «Спартак» вратарей?



Решение

- $18+11+17-3-10-6+1=28$ (игроков) на этой диаграмме. Но в команде всего 30 футболистов. Значит вратарей будет $30-28=2$.
Ответ: 2 вратаря.



Решите самостоятельно

1. В большой дружной семье много детей. Семеро из них любят яблоки, пятеро – груши, шестеро – персики, четверо – яблоки и персики, трое - яблоки и груши, двое – персики и груши, а один – и яблоки, и груши, и персики.

Сколько детей было в этой семье?

Выводы

- **Применение кругов Эйлера (диаграмм Эйлера-Венна) позволяет легко решить задачи, которые обычным путем разрешимы лишь при составлении системы трех уравнений с тремя неизвестными.**