

Лекция 10

КОНСТРУИРОВАНИЕ И РАСЧЕТ ИЗГИБАЕМЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

План лекции:

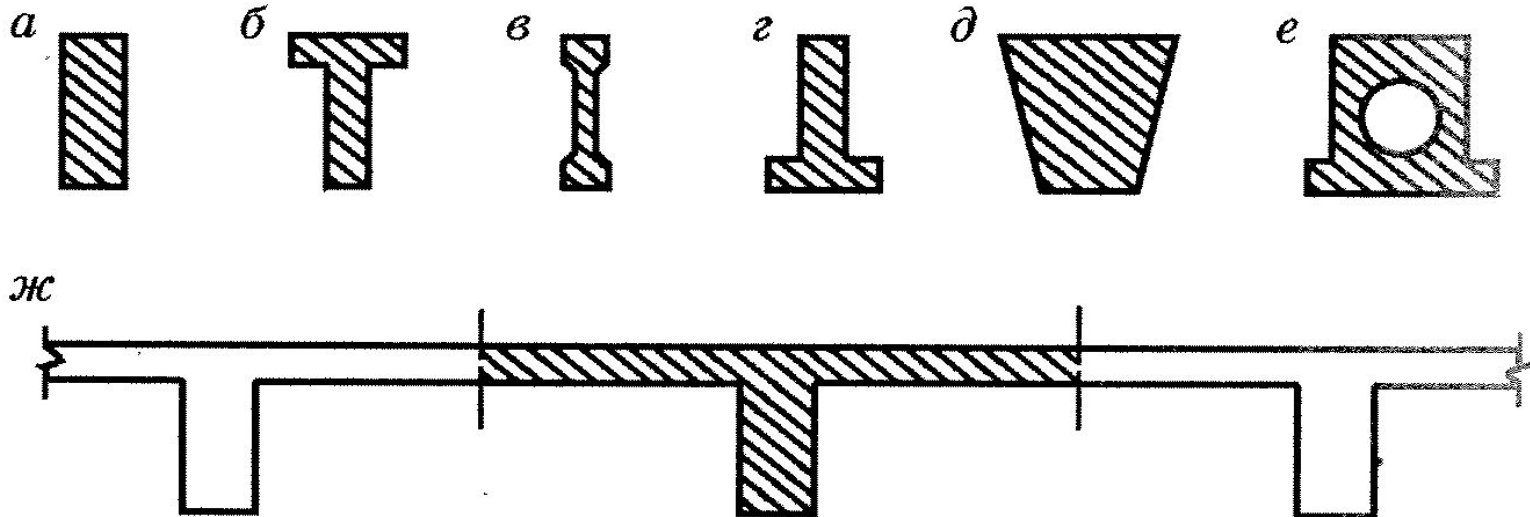
- конструирование однопролетных балок, плит и панелей;
- расчет прочности изгибаемых элементов по нормальным сечениям;
- расчет прочности изгибаемых элементов по наклонным сечениям;

10.1 Конструирование однопролетных балок, плит и панелей

10.1.1 Балки

Железобетонные балки могут быть **однопролетными** и **многопролетными**, а по способу изготовления – **сборными**, **монолитными** и **сборно-монолитными**.

Формы поперечного сечения балок различны. Наиболее распространена прямоугольная (а), тавровая с полкой поверху (б) и двутавровая (в). Применяется также тавровая с полкой понизу (г), трапециевидная (д), полая (е). Тавровое сечение могут иметь отдельные балки и балки, входящие в состав ребристого перекрытия, состоящего из плиты, монолитно связанной с балками (ж).



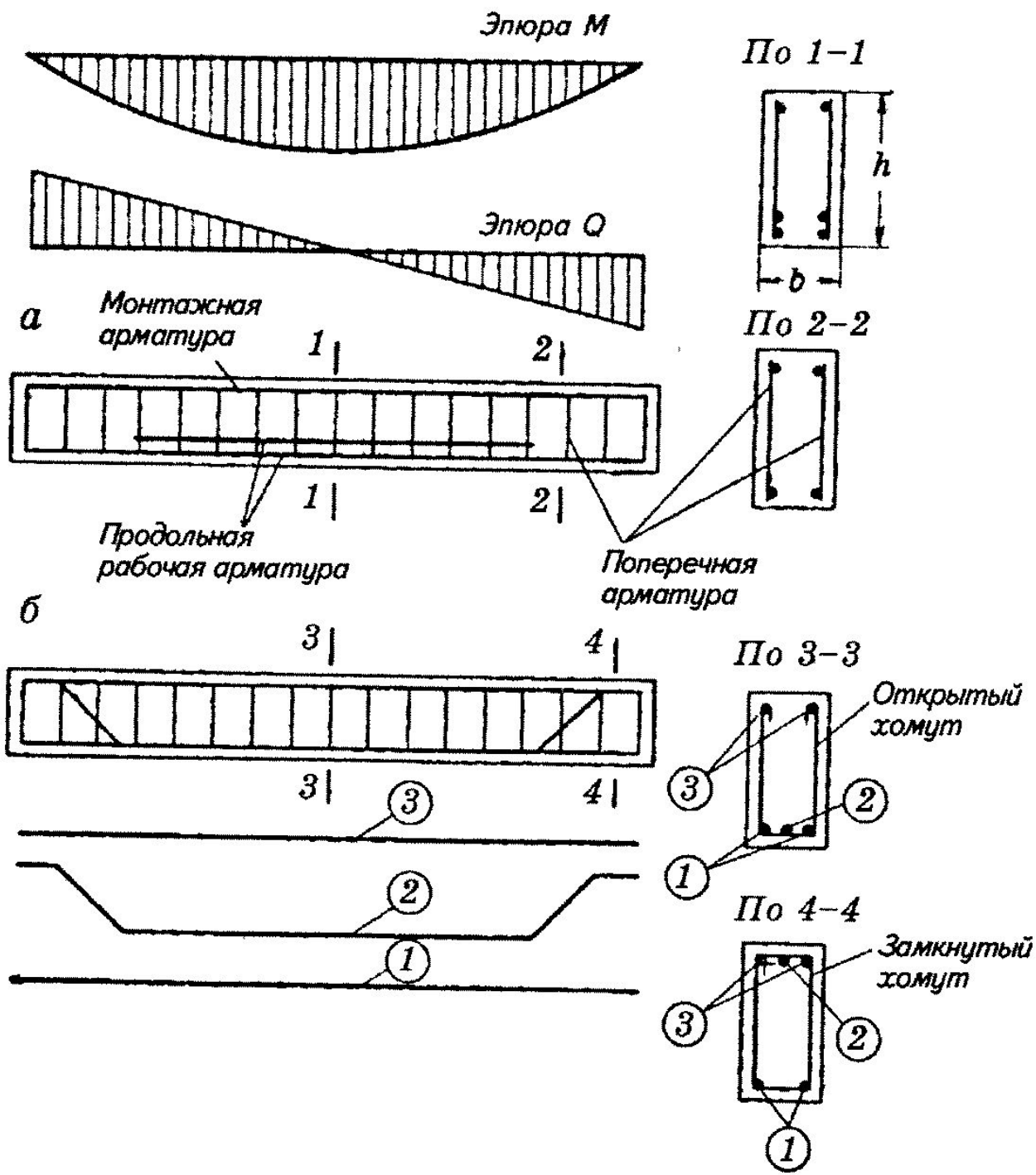
Высота поперечных сечений балок обычно составляет $1/10 - 1/20$ пролета, ширина – $1/2 - 1/4$ высоты.

В целях унификации размеров поперечных сечений высоту балок h принимают кратной 50 мм при $h \leq 500$ мм и 100 мм при $h > 500$ мм.

Ширину балок принимают равной 100, 120, 150, 180, 200, 250 мм и далее, кратной 50 мм.

Продольную рабочую арматуру располагают у растянутой грани балки с соблюдением минимально необходимой толщины защитного слоя. Эта арматура предназначена воспринимать растягивающие усилия, вызванные изгибающими моментами.

Поперечные силы воспринимаются бетоном и поперечной арматурой (поперечными стержнями или хомутами). Кроме того, в балках из конструктивно-производственных соображений устанавливают монтажную арматуру для крепления поперечной арматуры и образования пространственного арматурного каркаса.



Балки армируют преимущественно сварными каркасами, а нередко и вязаными.

АРМИРОВАНИЕ ОДНОПРОЛЕТНЫХ БАЛОК:

- а – сварными каркасами;
- б – вязаными каркасами

Количество плоских сварных каркасов в сечении балки может быть различным. При ширине сечения балки до **100 – 150 мм** устанавливают **один** каркас, при большей ширине сечения – **два** и более. Для экономии стали часть продольной рабочей арматуры, количество которой определяют по наибольшему изгибающему моменту, может быть оборвана в пролете в соответствии с эпюрой изгибающих моментов. Однако **не менее двух стержней** (при ширине балки **150 мм и более**) всегда должно быть доведено до опоры. Отдельные плоские каркасы соединительными стержнями объединяются в пространственный каркас, что придает им устойчивость и облегчает изготовление балок.

При армировании вязаными каркасами для восприятия поперечных сил устанавливают **хомуты**: открытые при числе продольных стержней у сжатой грани не более двух или замкнутые при большем числе стержней, а также во всех случаях, когда сжатая арматура учитывается расчетом. При ширине балки более **350 мм** рекомендуется принимать четырёхветвевые хомуты (открытые или закрытые), образуемые из двух двухветвевых хомутов, устанавливаемых в одной плоскости. В вязаных каркасах часть продольной рабочей арматуры на приопорных участках целесообразно *отгибать и заводить в сжатую зону*.

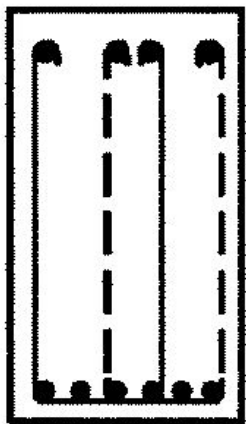
На этих участках обычно требуется меньшее количество продольной растянутой арматуры, но в то же время необходима арматура для восприятия поперечных сил (главных растягивающих напряжений). Отогнутая арматура эффективно сопротивляется действию таких усилий. Отгибы устраивают под углом **45°**, однако в высоких балках (высотой более 800 мм) угол наклона отгибов может быть увеличен до **60°**, а в низких балках и в плитах, наоборот, уменьшен до **30°**.

Стержни отгибают по дуге окружности радиусом не менее **10d** и заканчивают прямыми участками длиной не менее **10d** в сжатой зоне, **20d** – в растянутой. Концы стержней из круглой (гладкой) стали в вязаных каркасах должны заканчиваться крюками для обеспечения надежной анкеровки арматуры в бетоне.

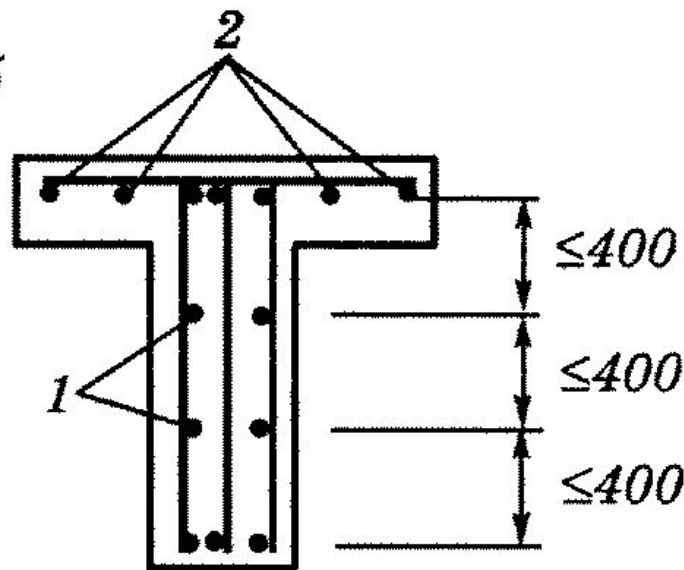
Площадь сечения продольной и поперечной арматуры определяют расчетом, однако при назначении диаметров арматурных стержней следует руководствоваться также конструктивными соображениями.

*Продольная рабочая арматура должна приниматься диаметром не менее **10** и не более **40 мм**. Диаметр хомутов вязаных каркасов принимается не менее **6 мм** при высоте сечения балки до 800 мм и не менее **8 мм** при большей высоте. Монтажная продольная арматура должна быть диаметром **10 – 12 мм**.*

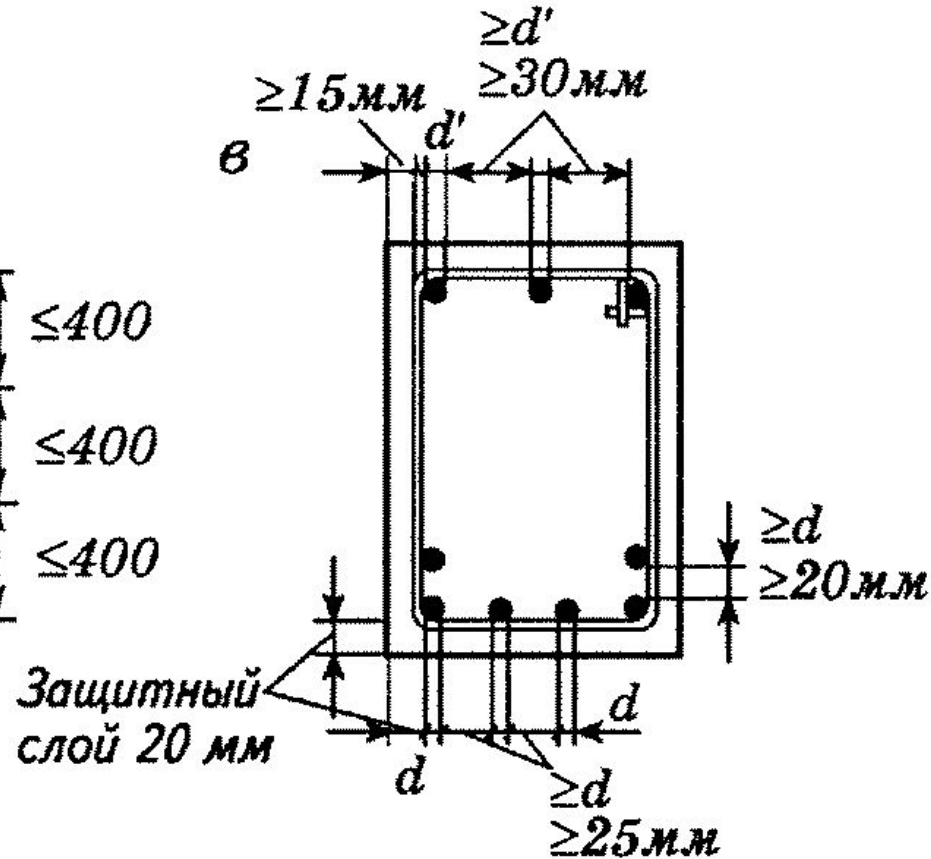
a



б



в

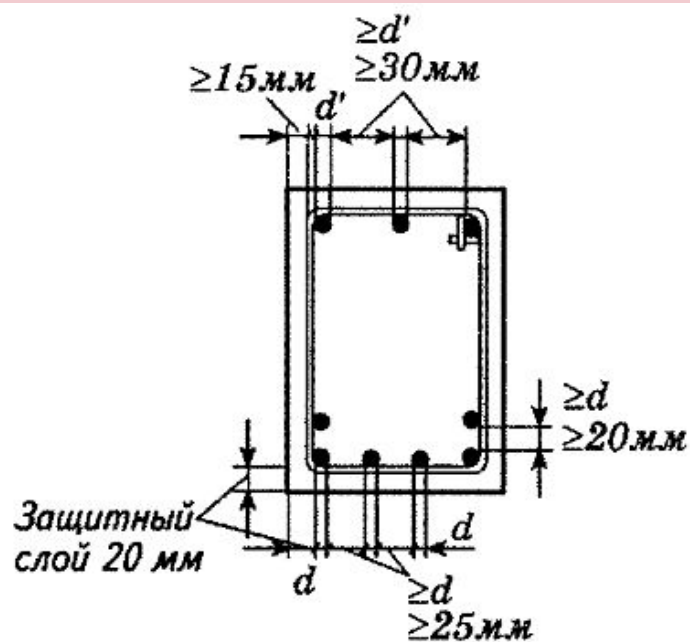
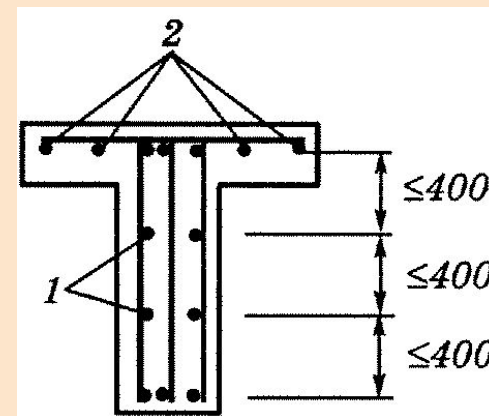


Поперечные сечения балок,
армированных сварными и
вязаными каркасами

a – четырехветвевые хомуты вязаных каркасов; *б* – армирование балок таврового сечения; *в* – расстояние в свету между продольными стержнями; 1 – арматура $\varnothing 10 - 12$ мм у боковых граней балок; 2 – продольные стержни сварной сетки для армирования полки таврового сечения

При высоте сечения балок более **700 мм** около каждой боковой грани рекомендуется устанавливать продольные стержни диаметром 10 – 12 мм через каждые **400 мм** по высоте сечения. Суммарная площадь сечения этих стержней должна составлять не менее **0,1 %** площади поперечного сечения ребра балки.

В отдельных балках таврового сечения наряду со сварными каркасами для армирования полки применяют также сварные сетки.

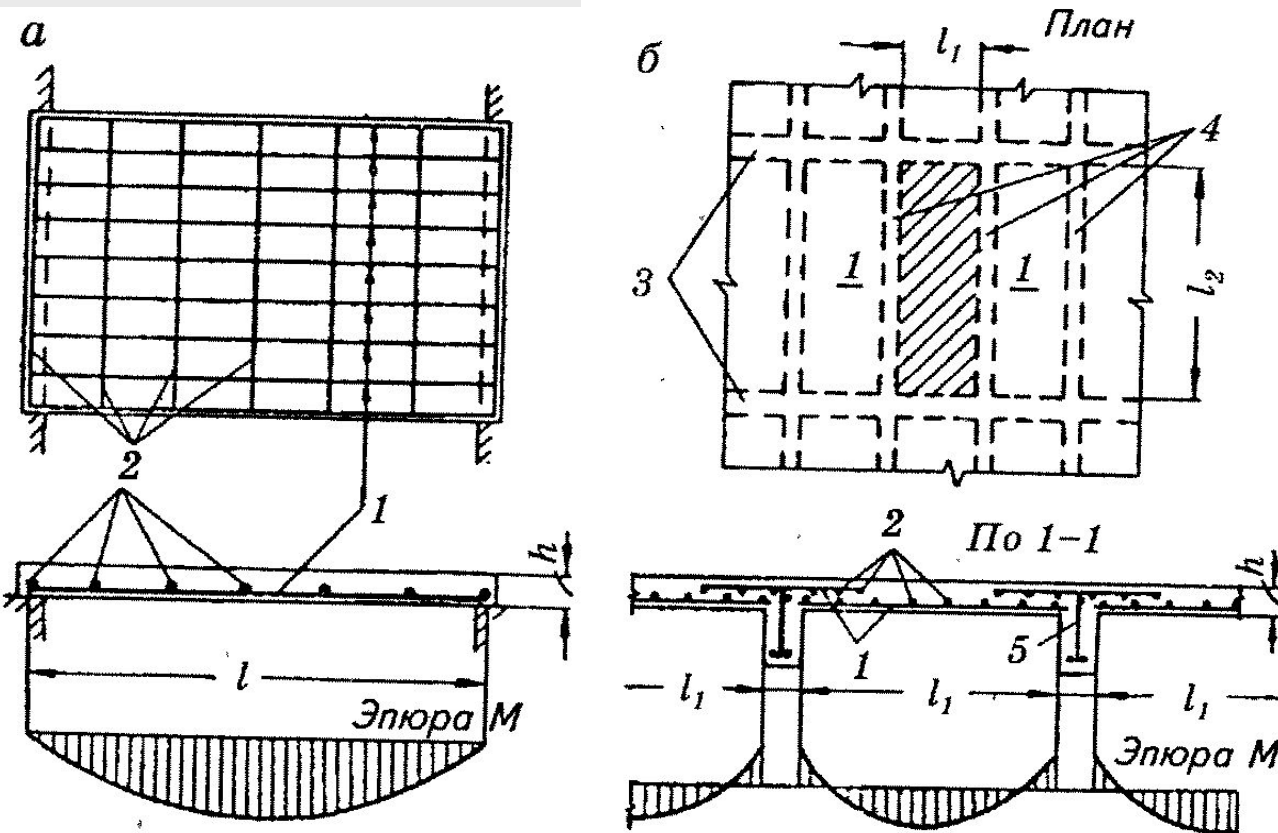


Для удобства укладки и уплотнения бетонной смеси, а также для надежного сцепления арматуры с бетоном расстояния в свету между отдельными продольными стержнями (или между стержнями соседних плоских сварных каркасов) принимают не менее диаметра стержней и не менее: для нижней арматуры **25 мм** и для верхней – **30 мм**.

10.1.2 ПЛИТЫ И ПАНЕЛИ

Плитами называют железобетонные элементы, в которых один размер (толщина) значительно меньше двух других.

Плиты могут быть **сплошными гладкими** и **ребристыми**; по числу пролетов – **однопролетными** (а) и **многопролетными** (б); по способу изготовления – **сборными, монолитными** и **сборно-монолитными**.



а – однопролетная свободно опертая плита;

б – многопролетная неразрезная плита, монолитно связанная с балками;

1 – рабочая арматура;

2 – распределительная (монтажная) арматура;

3 – главные балки;

4 – второстепенные балки;

5 – арматурный каркас второстепенной балки.

Плиты армируют сетками, состоящими из стержней, расположенных в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Если рабочая арматура нужна только в одном направлении, то арматура второго направления играет роль распределительной и монтажной.

Она необходима

- для распределения сосредоточенных нагрузок в направлении, перпендикулярном рабочей арматуре,
- для сдерживания температурных и усадочных деформаций бетона,
- для связи рабочих стержней и создания сетки, удобной для переноса и укладки в конструкцию.

Сплошные плиты обычно имеют толщину $h = 50 - 100$ мм.

Балочные плиты, в которых отношение большого пролета к меньшему

$$l_2/l_1 > 3,$$

а также все плиты (независимо от отношения размеров в плане), опертые только по двум противоположным краям, имеют рабочую арматуру в **одном направлении**.

В плитах, изгибаемых в двух направлениях, например в плитах с отношением

$$l_2/l_1 \leq 3$$

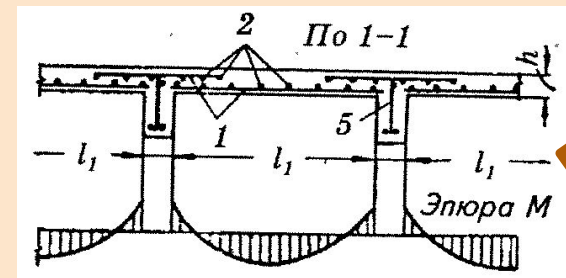
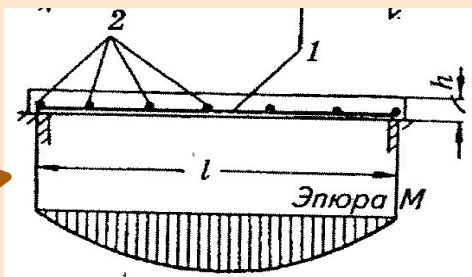
рабочую арматуру располагают **в обоих направлениях**.

В **балочных** плитах рабочая арматура должна быть расположена ближе к растянутой грани плиты, чем монтажная, при условии соблюдения минимально допустимой толщины защитного слоя. В плитах, изгибаемых **в двух направлениях**, ближе к растянутой грани располагают арматуру, параллельную короткой стороне l_1 , так как в этом направлении значения изгибающих моментов выше, чем в направлении стороны l_2 .

Размещать рабочую арматуру ближе к растянутой грани важно для увеличения плеча внутренней пары, что ведет к уменьшению усилия, воспринимаемого арматурой, а следовательно, к экономии стали.

В свободно опертых плитах арматурные сетки размещают только у нижней растянутой грани, а в неразрезной многопролетной плите в соответствии с эюрой моментов – как у нижней грани (в пролете), так и у верхней (над опорами).

Расчетные пролеты плит принимают равными: при монолитной связи плиты с поддерживающими ее балками – пролету в свету; при свободном опирании – пролету в свету плюс половина толщины плиты.



Диаметр рабочей арматуры плит принимают 5—12 мм; монтажной (распределительной) — 4—8 мм. Общую площадь сечения рабочей арматуры определяют расчетом, а монтажной арматуры — по конструктивным соображениям; она должна составлять не менее 10% расчетной площади сечения рабочей арматуры в сечении с наибольшим изгибающим моментом.

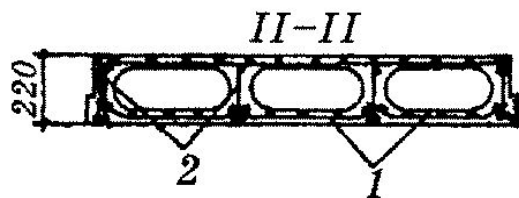
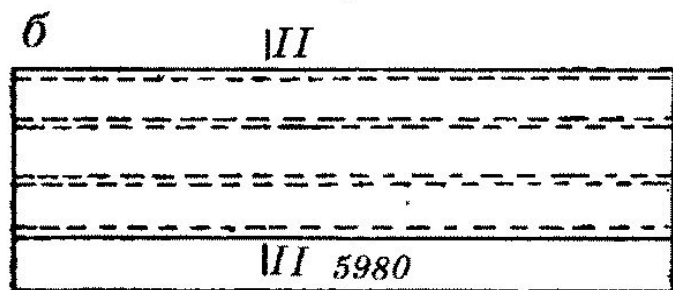
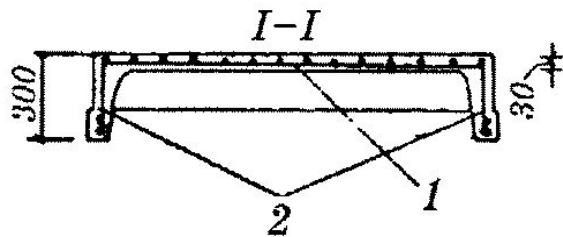
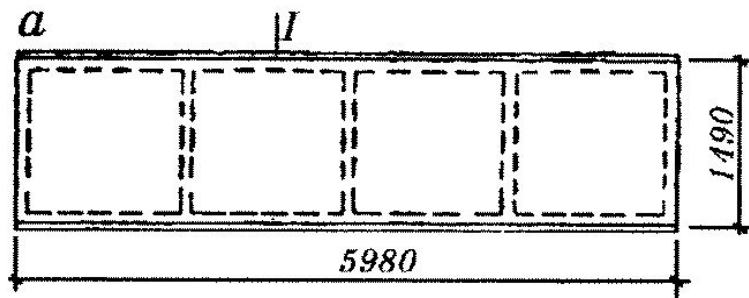
Расстояния между стержнями в целях более полного вовлечения в совместную работу арматуры и бетона, а также во избежание продавливания бетона в ячейках сетки принимают:

а) между осями рабочих стержней в средней части пролета и над опорами (вверху) — не более 200 мм при толщине плиты $h_{\text{п}} \leq 150$ мм и не более $1,5 h_{\text{п}}$ при $h_{\text{п}} > 150$ мм; на всех остальных участках — не более 350 мм;

б) между осями стержней распределительной арматуры — также не более 350 мм.

Для армирования плит целесообразны стандартные сварные сетки — рулонные и плоские, рабочая арматура которых изготавливается из обыкновенной арматурной проволоки диаметром 3—5 мм или из горячекатаной стали периодического профиля класса А — III диаметром 6—10 мм.

Сборные железобетонные плиты, применяемые для междуэтажных перекрытий, покрытий, лестничных площадок и других конструкций, целесообразно изготавливать в виде крупноразмерных ребристых или пустотелых элементов.



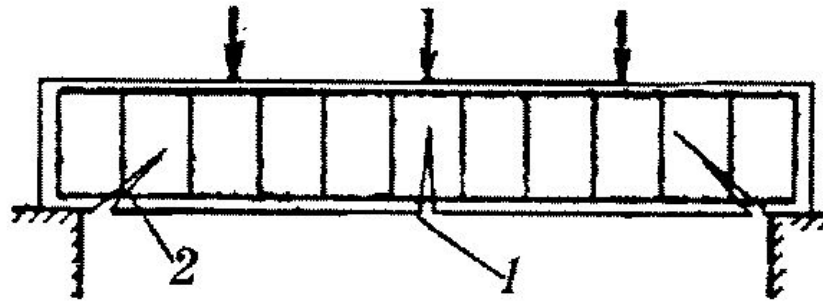
- а – ребристая панель покрытия;
- б – пустотная панель для междуэтажного перекрытия;
- 1 – арматурные сетки;
- 2 – плоские арматурные каркасы ребер

Учитывая, что бетон растянутой зоны в стадии разрушения не участвует в восприятии усилий, площадь сечения бетона растянутой зоны может быть уменьшена до размеров, минимально необходимых лишь для размещения в ней растянутой арматуры. Уменьшение площади бетона приводит к снижению расхода материалов и собственного веса конструкций. Такие плиты проектируют ребристыми. Когда необходимо получить гладкую поверхность потолка, могут быть применены плиты с ребрами, обращенными вверх, или пустотелые.

10.2 Расчет прочности изгибаемых элементов по нормальным сечениям

Предельное состояние балки по несущей способности характеризуется разрушением либо в нормальном к оси элемента сечении (1), либо в наклонном (2).

Разрушение по **нормальному** сечению вызывается действием **изгибающего момента**, а по **наклонному** сечению – действием **поперечных сил** и реже моментов.



В разрушении железобетонных балок по нормальным сечениям различают два случая расчета:

а) первый случай, когда расчет ведется в предположении, что первопричиной исчерпания прочности элемента будет достижение в растянутой арматуре расчетных сопротивлений;

б) второй случай, когда расчет ведется в предположении, что прочность элемента исчерпывается вследствие разрушения сжатой зоны бетона раньше, чем напряжения в растянутой арматуре достигнут расчетного сопротивления.

10.2.1 ЭЛЕМЕНТЫ С ОДИНОЧНОЙ АРМАТУРОЙ

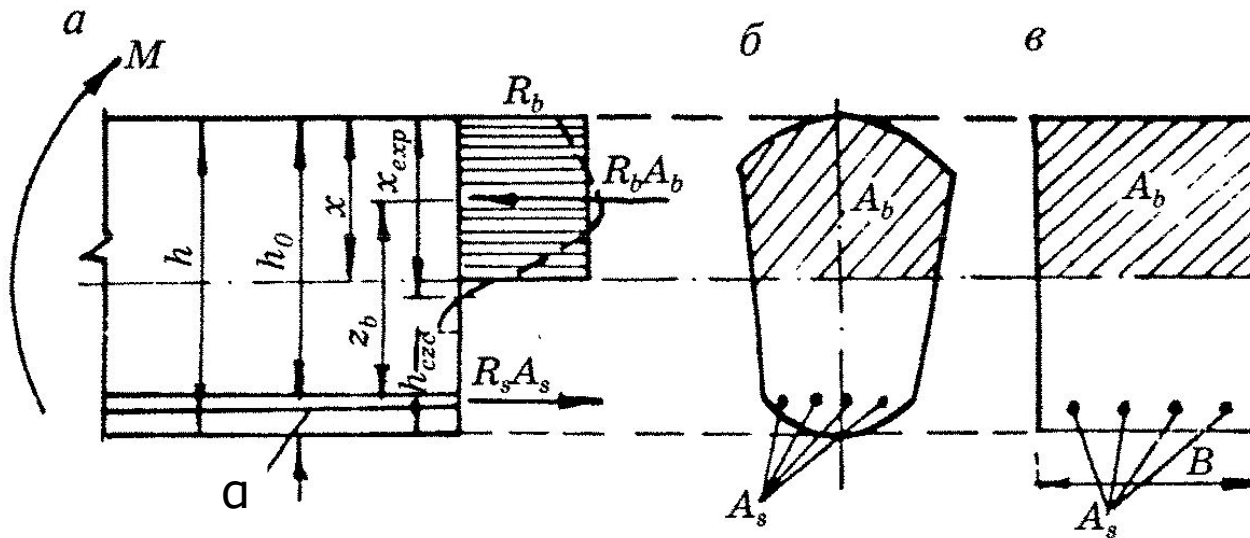
При первом случае расчета предельное состояние элементов с одиночной арматурой, т.е. с рабочей арматурой, расположенной только в растянутой зоне, характеризуется достижением в арматуре расчетного сопротивления R_s , а затем или одновременно (но не ранее) – достижением в бетоне расчетного сопротивления сжатию.

В предельном состоянии внутренние усилия будут равны:

- в растянутой арматуре – $R_s A_s$

- в сжатом бетоне при прямоугольной эпюре напряжений – $R_b A_b$.

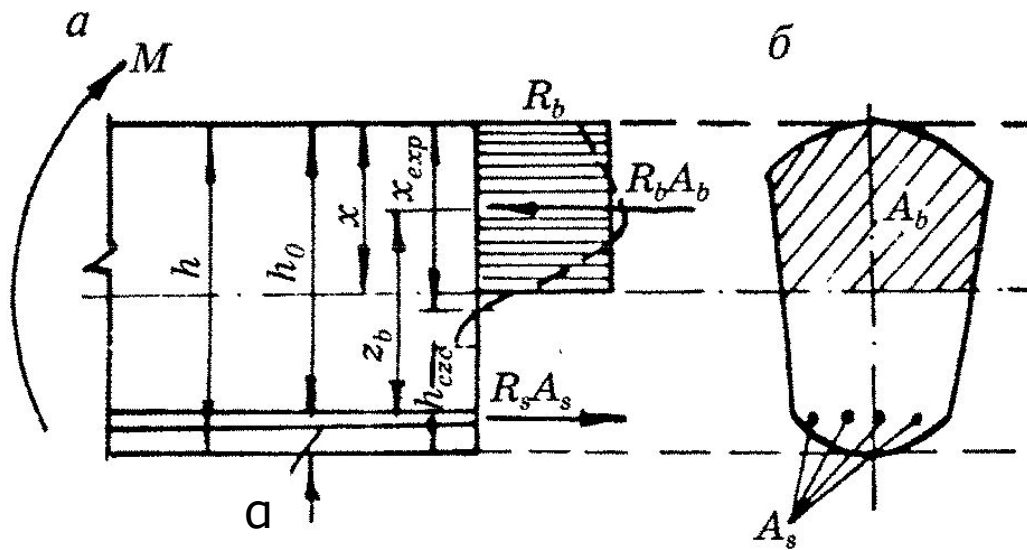
Сопротивлением бетона в растянутой зоне пренебрегают, так как рассматривают сечение, проходящее через трещину.



Выведем расчетные формулы для элементов с сечением любой формы, симметричной относительно вертикальной оси (б), исходя из двух условий равновесия в предельном состоянии.

Уравнение моментов относительно оси, проходящей через точку приложения равнодействующей усилий в растянутой арматуре A_s :

$$M - R_b A_b Z_b = 0 \quad \text{или} \quad M = R_b A_b Z_b$$



Статический момент площади сжатой зоны бетона относительно оси, нормальной к плоскости действия изгибающего момента и проходящей через точку приложения равнодействующей усилия в арматуре A_s :

$$S_b = A_b Z_b, \quad \text{тогда}$$

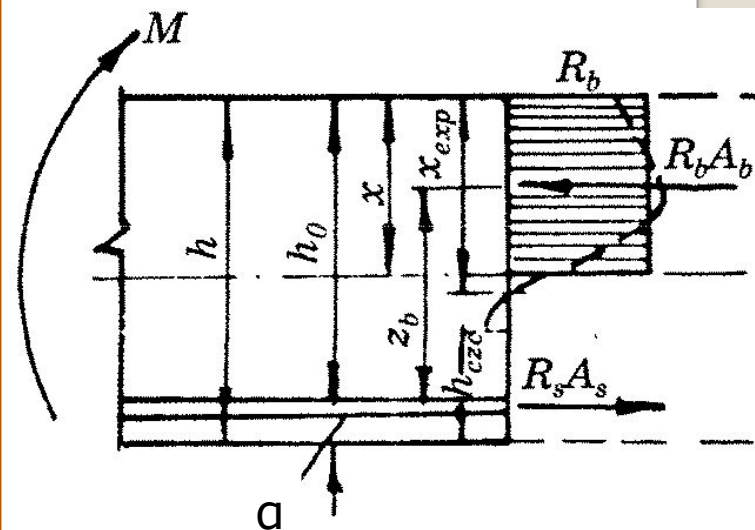
$$M \leq R_b S_b$$

т.е., несущая способность элемента будет обеспечена, если внешний момент не превысит величину предельного момента внутренних сил.

Положение нейтральной оси, а следовательно, и площадь сжатой зоны бетона определяют из уравнения проекций на ось элемента:

$$R_s A_s - R_b A_b = 0 \text{ или } R_s A_s = R_b A_b$$

В расчет изгибаемых элементов вводится не полная высота сечения h , а рабочая – полезная $h_0 = h - a$, где a – расстояние от равнодействующей усилий в арматуре A_s до растянутой грани балки.



Отношение высоты сжатой зоны сечения к рабочей высоте называют относительной высотой сжатой зоны сечения

$$\xi = x / h_0$$

С увеличением количества растянутой арматуры увеличивается площадь сжатой зоны бетона ($R_s A_s = R_b A_b$), а следовательно ξ и x . Очевидно, что существует граничное значение ξ_R и соответствующее предельное армирование, при превышении которого разрушение элемента будет начинаться уже не с растянутой арматуры, а со сжатой грани бетона.

Это и будет границей между первым и вторым случаями расчета.

Таким образом, расчет элементов по первому случаю, производится, если

$$\xi = x / h_0 \leq \xi_R$$

При $\xi > \xi_R$ расчет ведется по второму случаю.

Опыты показали, что величина ξ_R зависит от свойств бетона и арматуры. С увеличением прочности бетона ввиду меньшей пластичности наблюдается более раннее хрупкое разрушение сжатой зоны бетона, что ведет к уменьшению ξ_R . При увеличении же прочностных свойств арматуры ξ_R уменьшается.

На основании опытных данных получена следующая эмпирическая формула для определения граничного значения относительной высоты сжатой зоны:

$$\xi_R = \frac{\omega}{1 + \frac{\sigma_{SR}}{\sigma_{SC,U}} \left(1 - \frac{\omega}{1,1} \right)}, \quad (10.1)$$

где ω – относительная высота условной сжатой зоны, соответствующая нулевым напряжениям в арматуре, которая для элементов из обычного тяжелого бетона определяется по формуле

$$\omega = 0,85 - 0,008R_b$$

(напряжения подставляются в МПа)

Для элементов с ненапрягаемой арматурой классов А-I, А-II, А-III, В-I, Вр-I в формулу (10.1) подставляют $\sigma_{SR} = R_s$.

Для других видов арматуры см. пункт 3.12 СНиП 2.03.01-84 «Бетонные и железобетонные конструкции».

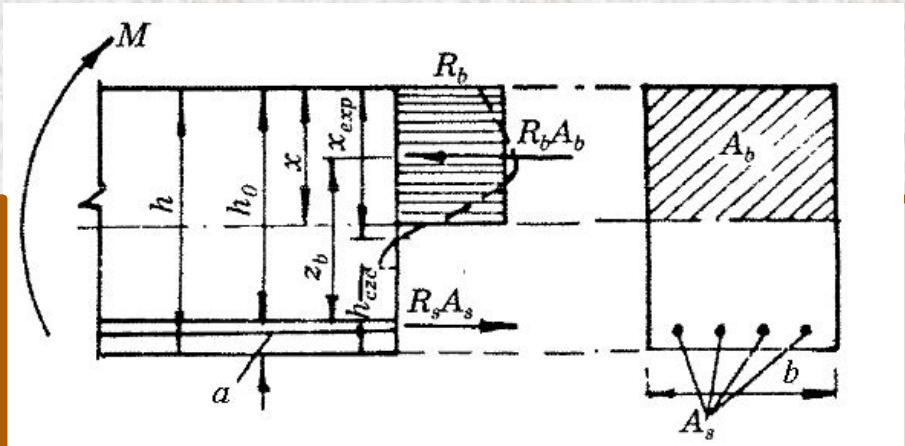
Значение предельного сжимающего напряжения в арматуре $\sigma_{sc,u}$ принимается равным 400 МПа при $\gamma_{b2} \geq 1$ и 500 МПа при $\gamma_{b2} < 1$.

Для элементов прямоугольного сечения $A_b = bx$ и $S_b = bx(h_0 - 0,5x)$

тогда $M \leq R_b bx(h_0 - 0,5x);$
 $R_s A_s = R_b bx .$

При определении несущей способности элемента при заданных размерах сечения бетона и арматуры находят величину x , определяющую положение нейтральной оси и площадь сжатой зоны бетона

$$x = R_s A_s / R_b b$$



или $\xi = x / h_0 = R_s A_s / b h_0 R_b = \mu R_s / R_b,$

где $\mu = A_s / b h_0$ – коэффициент армирования (отношение сечения растянутой арматуры к рабочей площади сечения)

Чтобы упростить практические расчеты прямоугольных сечений, расчетные формулы преобразуют, выделяя в них параметры, для которых можно составить таблицу.

Формулу $M \leq R_b b x (h_o - 0,5x)$ можно представить в виде

$$M = R_b b x \frac{h_o^2}{h_o} \left(1 - 0,5 \frac{x}{h_o} \right) = R_b b h_o^2 \xi (1 - 0,5\xi) = \alpha_m b h_o^2 R_b,$$

$$\alpha_m = \xi (1 - 0,5\xi).$$

Уравнение моментов относительно оси, проходящей через точку приложения равнодействующей усилий в сжатой зоне бетона:

$$M = R_s A_s Z_b = R_s A_s \zeta h_o, \quad (10.2)$$

$$\zeta = Z_b / h_o.$$

Для прямоугольного сечения

$$\zeta = (h_o - 0,5x) / h_o = 1 - 0,5\xi$$

Из формулы (10.2) площадь сечения растянутой арматуры

$$A_s = M / \zeta h_o R_s = M / Z_b R_s \quad (10.3)$$

В таблице 1 даны численные значения α_m и ζ в зависимости от значений ξ .

При подборе сечений железобетонных элементов в практических расчетах следует иметь в виду, что одинаковая несущая способность может быть обеспечена при разных размерах сечения и соответственно процентах армирования.

Из формулы (10.3) видно, что с увеличением высоты сечения элемента площадь сечения арматуры уменьшается. При проектировании конструкций необходимо стремиться к наиболее экономичному решению, при котором стоимость конструкции будет наименьшей.

Исследования показывают, что это требование соблюдается при $\xi = 0,2 \div 0,3$ для балок и $\xi = 0,1 \div 0,25$ – для плит.

Таблица 1

Значения параметров для расчета изгибаемых элементов с одиночной арматурой

ξ	ζ	α_m	ξ	ζ	α_m	ξ	ζ	α_m
0,01	0,995	0,01	0,24	0,88	0,211	0,48	0,76	0,365
0,03	0,985	0,03	0,26	0,87	0,226	0,5	0,75	0,375
0,05	0,975	0,049	0,28	0,86	0,241	0,52	0,74	0,385
0,07	0,970	0,068	0,3	0,85	0,255	0,55	0,725	0,399
0,09	0,965	0,086	0,32	0,84	0,269	0,57	0,715	0,407
0,1	0,95	0,095	0,34	0,83	0,282	0,59	0,705	0,416
0,12	0,94	0,113	0,36	0,82	0,295	0,6	0,7	0,42
0,14	0,93	0,13	0,38	0,81	0,308	0,65	0,674	0,439
0,16	0,92	0,147	0,4	0,8	0,32	0,7	0,65	0,455
0,18	0,91	0,164	0,42	0,79	0,332	0,8	0,6	0,48
0,2	0,9	0,18	0,44	0,78	0,343	0,9	0,55	0,495
0,22	0,89	0,196	0,46	0,77	0,354	1	0,5	0,5

Предельный момент, воспринимаемый элементом с одиночной арматурой, при котором бетон сжатой зоны не разрушается преждевременно, выражается формулой

$$M_R = \alpha_R b h_o^2 R_b,$$

$$\alpha_R = \xi_R (1 - 0,5 \xi_R).$$

Значения коэффициентов ξ_R и α_R для элементов из тяжелого бетона классов В20 – В60 (при $\gamma_{b2} = 1$) с ненапрягаемой арматурой даны в таблице 2.

Таблица 2

Значения коэффициентов ξ_R и α_R

Классы арматуры	Коэффициент	Класс бетона				
		В20	В30	В40	В50	В60
А-III (Ø10...40); Вр-I (Ø4;5)	ξ_R	0,591	0,541	0,495	0,453	0,411
	α_R	0,416	0,395	0,374	0,350	0,327
А-II	ξ_R	0,623	0,573	0,53	0,485	0,442
	α_R	0,429	0,409	0,390	0,367	0,344

Пример 1

Дано: расчетный момент $M = 150$ кНм;
размеры сечения $b = 25$ см, $h = 50$ см;
класс бетона В20 ($R_b = 11,5$ МПа);
арматура из стали класса А-III ($R_s = 365$ МПа).

Требуется определить площадь сечения арматуры A_s .

Решение. Определяем рабочую высоту сечения $h_0 = 50 - 3,5 = 46,5$ см

Из формулы $M = \alpha_m b h_0^2 R_b$ находим

$$\alpha_m = \frac{M}{b h_0^2 R_b}$$

$$\alpha_m = \frac{150 \cdot 10^2}{25 \cdot 46,5^2 \cdot 11,5} = 0,241$$

По полученному значению из таблицы 1 находим: $\xi = 0,28$; $\zeta = 0,86$

Определяем граничное значение ξ_R

$$\omega = 0,85 - 0,008 R_b$$

$$\omega = 0,85 - 0,008 \cdot 11,5 = 0,758$$

По формуле (10.1)

$$\xi_R = \frac{0,758}{1 + \frac{365}{400} \left(1 - \frac{0,758}{1,1}\right)} = 0,59$$

Поскольку $\xi = 0,28 < \xi_R = 0,59$, имеем первый случай расчета.

По формуле (10.3) $A_s = \frac{150 \cdot 10^2}{0,86 \cdot 46,5 \cdot 36,5} = 10,28 \text{ см}^2$

Принимаем 4 \emptyset 18 А-III ($A_s = 10,18$ см², что меньше требуемого всего на 1%, это вполне допустимо).

Пример 2

Дано: расчетный момент $M = 100$ кНм;

класс бетона В30 ($R_b = 17$ МПа);

арматура из стали класса А-III ($R_s = 365$ МПа).

Требуется определить размеры сечения элемента b и h и площадь сечения арматуры A_s .

Решение. Задаемся шириной сечения $b = 20$ см. Из таблицы 1 находим значение

$\alpha_m = 0,289$ соответствующее оптимальному значению $\xi = 0,35$.

Далее по формуле $M = \alpha_m b h_0^2 R_b$ определяем рабочую высоту сечения

$$h_0 = \sqrt{\frac{M}{\alpha_m b R_b}}$$

$$h_0 = \sqrt{\frac{10000}{0,289 \cdot 20 \cdot 1,7}} = 31,9 \text{ см}$$

Полная высота сечения $h = h_0 + a = 31,9 + 3 = 34,9$ см. Принимаем $h = 35$ см.

Тогда $h_0 = 35 - 3 = 32$ см.

$$\alpha_m = \frac{M}{b h_0^2 R_b}$$

$$\alpha_m = \frac{10000}{20 \cdot 32^2 \cdot 1,7} = 0,287$$

По таблице 1 этому значению соответствуют $\zeta = 0,826$ и $\xi = 0,347 < \xi_R = 0,541$.

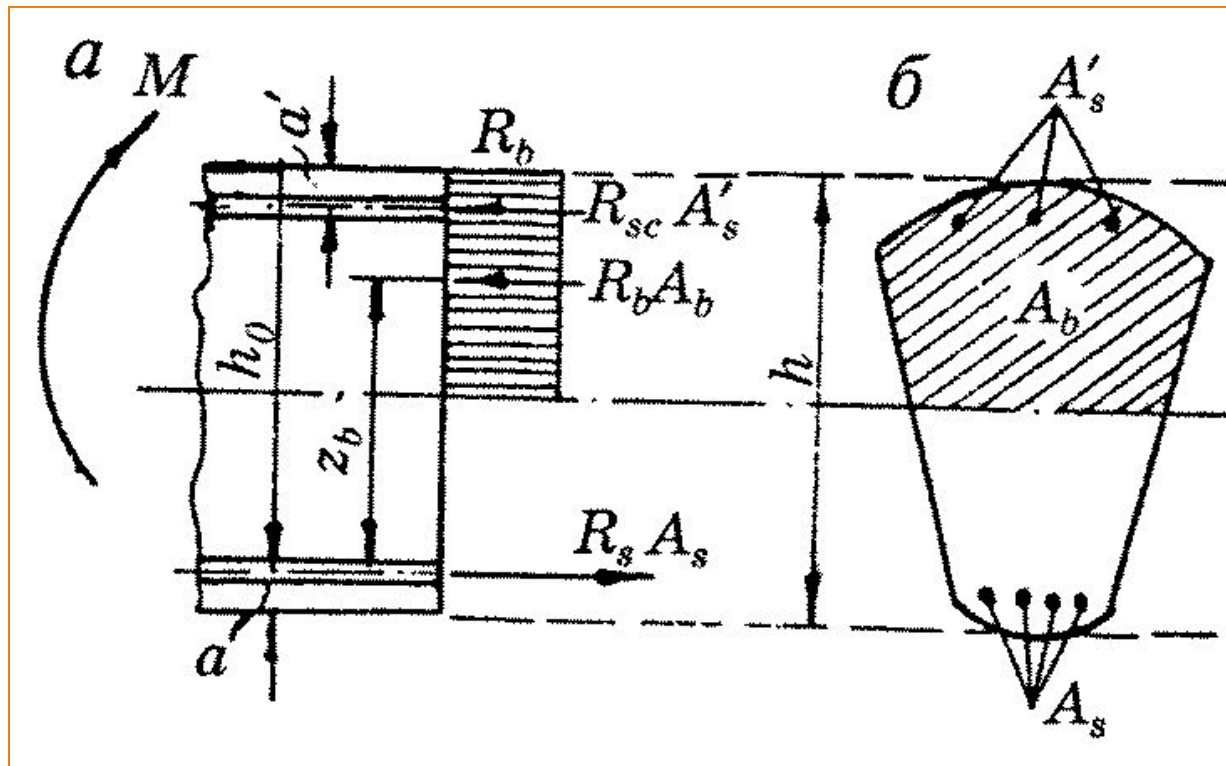
$$A_s = \frac{M}{\zeta h_0 R_s} = \frac{10000}{0,826 \cdot 34 \cdot 36,5} = 9,76 \text{ см}^2$$

Принимаем $2\emptyset 20$ А-III ($A_s = 6,28$ см²) и $2\emptyset 14$ А-III ($A_s = 3,08$ см²).

В сумме $A_s = 9,36$ см² отличается от требуемой менее чем 5%, что допустимо.

10.2.2 ЭЛЕМЕНТЫ С ДВОЙНОЙ АРМАТУРОЙ

Если изгибаемый элемент подвергается действию двузначного момента, а также в случаях, когда размеры сечения ограничиваются эксплуатационными или эстетическими требованиями, применяют двойную рабочую арматуру, расположенную у двух противоположных граней



Момент, воспринимаемый изгибаемым элементом с двойной арматурой

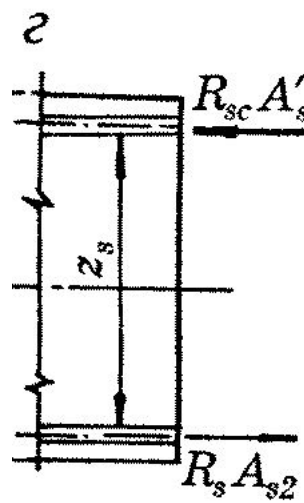
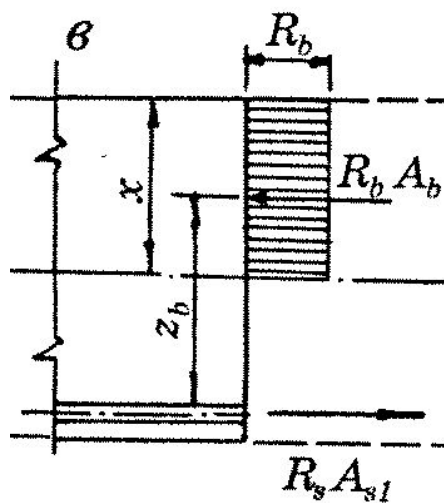
$$M = M_1 + M'$$

где M_1 – момент, воспринимаемый сжатой зоной бетона и соответствующей частью растянутой арматуры A_{s1} как в элементе с одиночной арматурой, рисунок **б**

$$M_1 = R_b A_b z_b$$

M' – момент, воспринимаемый сжатой арматурой A'_s и соответствующей частью растянутой арматуры A_{s2} , рисунок **г**

$$M' = R_{s,c} A'_s (h_0 - a')$$



Условие равновесия в предельном состоянии представим в виде

$$M \leq R_b S_b + R_{s,c} S_s \quad (10.4)$$

где

$$S_b = A_b z_b$$

$$S_s = A'_s (h_0 - a')$$

Положение нейтральной оси и площади сечения сжатой зоны бетона (при заданной форме поперечного сечения) определяются из уравнения проекций на продольную ось элемента

$$R_s A_s - R_{s,c} A'_s = R_b A_b \quad (10.5)$$

Для элементов прямоугольного сечения расчетные формулы (10.4) и (10.5) примут вид

$$M \leq R_b b x (h_0 - 0,5x) + R_{s,c} A'_s (h_0 - a')$$

$$R_s A_s - R_{s,c} A'_s = R_b b x \quad (10.6)$$

При расчете элементов с двойной арматурой могут встретиться задачи двух видов: 1) сжатая арматура необходима для усиления сжатой зоны бетона (если увеличение размеров сечения нежелательно); 2) сжатая арматура предусмотрена по конструктивным соображениям или при условии действия двузначного изгибающего момента.

В задачах первого вида обычно бывают заданы размеры сечения и надо определить сечения растянутой и сжатой арматуры A_s и A'_s при расчетном моменте M . В этом случае сначала по формуле

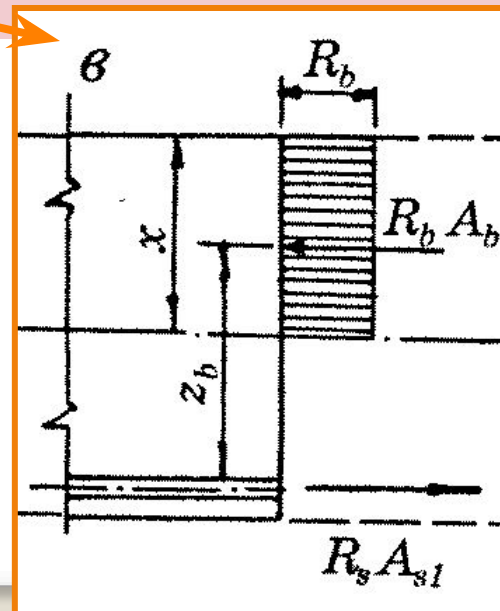
$$M_R = \alpha_R b h_0^2 R_b \quad (10.7)$$

Определяют предельную величину момента $M_1 = M_R$, который может быть воспринят элементом без сжатой арматуры

Если заданный расчетный момент M по величине превышает предельный момент M_R , который может быть воспринят элементом с одиночной арматурой, то необходимо усилить сжатую зону бетона сжатой арматурой.

Количество такой арматуры должно обеспечивать восприятие разности моментов $M' = M - M_R$, тогда

$$A'_s = \frac{M - \alpha_R b h_0^2 R_b}{R_{s,c} (h_0 - a')} \quad (10.8)$$



Общее сечение растянутой арматуры определяют как сумму A_{s1} и A_{s2} соответствующих моментам M_1 и M' , или из формулы (10.6) с подстановкой в нее $x = \xi_R h_0$, т.е.

$$A_s = \xi_R b h_0 \frac{R_b}{R_s} + A'_s \frac{R_{s,c}}{R_s} \quad (10.9)$$

В задачах второго вида заданы не только размеры сечения, но и площадь сечения арматуры A'_s . В этом случае сначала определяют

$$\alpha_m = \frac{M - R_{s,c} A'_s (h_0 - a')}{R_b b h_0^2} \quad (10.10)$$

Если окажется, что $\alpha_m > \alpha_R$, то заданное количество сжатой арматуры A'_s недостаточно, следует увеличить либо размеры сечения, либо количество арматуры.

Если же $\alpha_m \leq \alpha_R$, то из таблицы 1 находят ξ , а затем определяют сечение растянутой арматуры по формуле (10.9), подставляя в нее соответствующее значение ξ .

В приведенных формулах напряжения в сжатой арматуре приняты равными расчетному сопротивлению; поэтому пользоваться ими можно лишь в случае, когда такие напряжения в сжатой арматуре действительно могут быть достигнуты.

Следует помнить, что эпюра напряжений в сжатой зоне бетона даже в предельном состоянии будет фактически криволинейной.

Поэтому если равнодействующая усилий в сжатой арматуре окажется расположенной ближе к растянутой грани балки, чем равнодействующая сжимающих усилий в бетоне, то деформации и напряжения в сжатой арматуре могут оказаться менее предельных значений. В связи с этим формулами (10.4) – (10.10) следует пользоваться лишь при соблюдении условия

$$z_b \leq z_s \quad (10.11)$$

где z_b и z_s - расстояния от равнодействующей усилий в растянутой арматуре до равнодействующей усилий соответственно в бетоне и арматуре сжатой зоны.

Для прямоугольных сечений это условие может быть записано как

$$h_0 - 0,5x \leq h_0 - a' \quad (10.12)$$

или

$$x \geq 2a'$$

Если условие (10.11) или (10.12) не соблюдается, что может быть при избыточном количестве сжатой арматуры, то поступают следующим образом.

Если при определении высоты сжатой зоны по формуле (10.6) $\xi \leq 0$, прочность элемента проверяют по формуле

$$M \leq R_s A_s Z_s \quad (10.13)$$

т.е. без учета работы бетона.

Если при определении высоты сжатой зоны окажется $0 < x \leq a'$, то высоту сжатой зоны определяют с учетом половины сжатой арматуры

$$x = \frac{R_s A_s - 0,5 R_{s,c} A'_s}{R_b b} \leq a' \quad (10.14)$$

При удовлетворении условия (10.14) расчет производят по формулам (10.6) без учета сжатой арматуры.

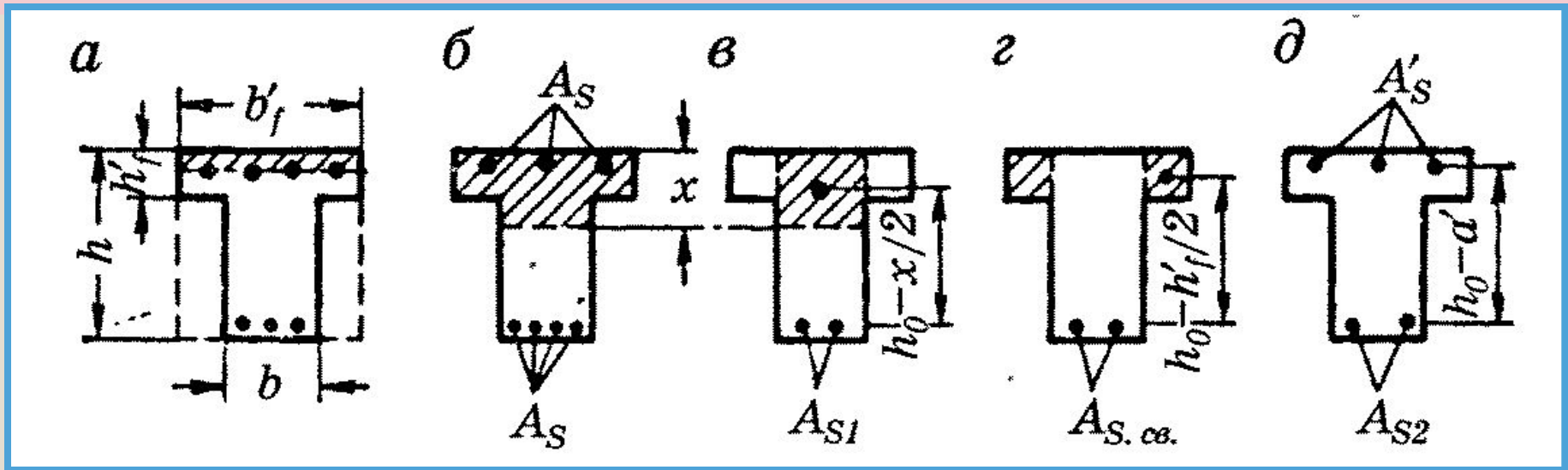
10.2.3 ЭЛЕМЕНТЫ ТАВРОВОГО СЕЧЕНИЯ

Изгибаемые элементы таврового сечения с полкой в сжатой зоне широко применяют в виде отдельных балок и в составе ребристых перекрытий. Целесообразность такой формы сечения обусловлена тем, что в нем сводится к минимуму площадь сечения неработающего растянутого бетона и, наоборот, развивается площадь сечения сжатой зоны. Элементы таврового сечения с полкой в растянутой зоне встречаются редко. Такие сечения рассчитываются как прямоугольные с шириной, равной ширине ребра таврового сечения.



Ширина свеса полки в каждую сторону от ребра не должна превышать половины расстояния в свету между соседними ребрами и $1/6$ пролета рассчитываемого элемента.

Кроме того, если в элементе расстояния между поперечными ребрами превышают расстояния между продольными ребрами или если поперечные ребра отсутствуют, то при $h_f < 0,1h$ вводимая в расчет ширина свеса полки в каждую сторону от ребра не должны быть более $6h'_f$ (рисунок). При наличии поперечных ребер или при $h_f \geq 0,1h$ ширина полки b'_f принимается равной расстоянию в свету между продольными ребрами.



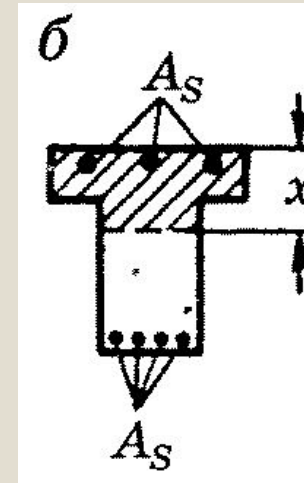
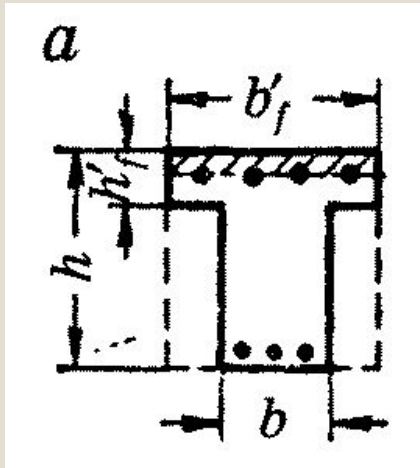
Для отдельных балок расчетная ширина свеса полки в каждую сторону от ребра должна быть: при $h_f \geq 0,1h$ не более $6h'_f$;
 при $0,05h \leq h'_f \leq 0,1h$ не более $3h'_f$.

При $h'_f < 0,05h$ свесы полки в расчет не вводят, и сечение рассчитывают как прямоугольное с размерами h и b .

При расчете тавровых сечений могут встретиться два случая:

1) Нейтральная ось проходит в пределах толщины полки

2) Нейтральная ось пересекает ребра

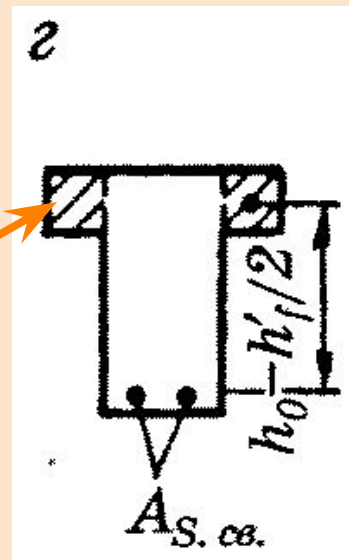
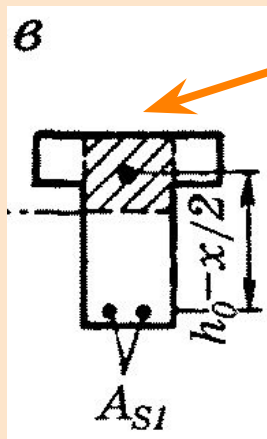


Нейтральная ось проходит в полке при условии, что

$$R_s A_s \leq R_b b'_f h'_f + R_{s,c} A'_s$$

В этом случае тавровое сечение рассчитывают как прямоугольное с шириной, равной b'_f , так как площадь бетона, расположенная ниже нейтральной оси, не работает; следовательно, сечение может быть дополнено до прямоугольного (пунктир на рисунке).

Когда нейтральная ось проходит в ребре, сжатая зона сечения складывается из сжатой зоны ребра



и полностью сжатых свесов, которые работают в условиях, близких к осевому сжатию.

Составив уравнения моментов относительно оси, проходящей через точку приложения равнодействующей усилий в растянутой арматуре, получим условие прочности:

$$M \leq R_b b x (h_0 - 0,5x) + R_b (b'_f - b) h'_f (h - 0,5h'_f) + R_{s,c} A'_s (h_0 - a') \quad (10.15)$$

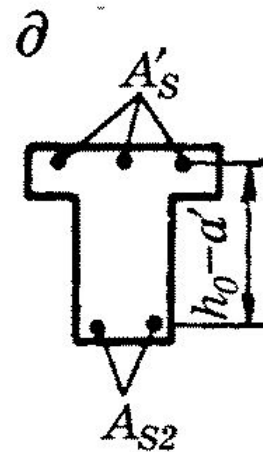
Положение нейтральной оси определяется из уравнения проекций на продольную ось элемента

$$R_s A_s = R_b b x + R_b (b'_f - b) h'_f + R_{s,c} A'_s \quad (10.16)$$

Несущая способность таврового сечения, представляемая правой частью уравнения (10.15), определяется суммой трех слагаемых:

- момента M_1 , воспринимаемого ребром с площадью сжатой зоны бетона $b x$ и соответствующей частью растянутой арматуры A_{s1} ;
- момента $M_{св}$, воспринимаемого свесами сжатой полки с площадью $(b'_f - b) h'_f$ и соответствующей частью растянутой арматуры $A_{s,св}$ (рисунок г);
- момента M' , воспринимаемого сжатой арматурой A'_s и соответствующей частью растянутой арматуры A_{s2} (рисунок д).

При практических расчетах, как правило, известны расчетный изгибающий момент M , размеры сечения и площадь сечения сжатой арматуры A'_s , которые принимают по конструктивным соображениям. Необходимо определить площадь сечения растянутой арматуры.



Расчет начинают с определения положения нейтральной оси. Для этого (поскольку A_s неизвестна) сначала определяют величину момента, предполагая, что нейтральная ось проходит по нижнему краю полки, т.е. принимая $x = h'_f$:

$$M_f = R_b b'_f h'_f (h_o - 0,5h'_f) + R_{sc} A'_s (h_o - a'). \quad (5.33)$$

Если заданный расчетный момент $M \leq M_f$, вычисленного по формуле (5.33), то нейтральная ось проходит в полке и тавровое сечение рассчитывают как прямоугольное с шириной, равной b'_f . При $M > M_f$ нейтральная ось проходит в ребре и расчет производят по формулам (5.31) и (5.32). Сначала определяют $M_{св}$ и M' и соответствующие площади растянутой арматуры:

$$A_{s,св} = \frac{M_{св}}{R_s (h_o - 0,5h'_f)} \quad (5.34)$$

и

$$A_{s2} = A'_s \frac{R_{sc}}{R_s}. \quad (5.35)$$

Затем определяют момент M_1 как разность заданного расчетного момента и моментов, воспринимаемых свесами полки и сжатой арматурой:

$$M_1 = M - M_{св} - M'.$$

По моменту M_1 определяют площадь сечения A_{s1} . С этой целью вычисляют

$$\alpha_m = M_1 / (bh_o^2 R_b).$$

По таблице 5.1 находят ζ и определяют

$$A_{s1} = M_1 / (R_s \zeta h_o).$$

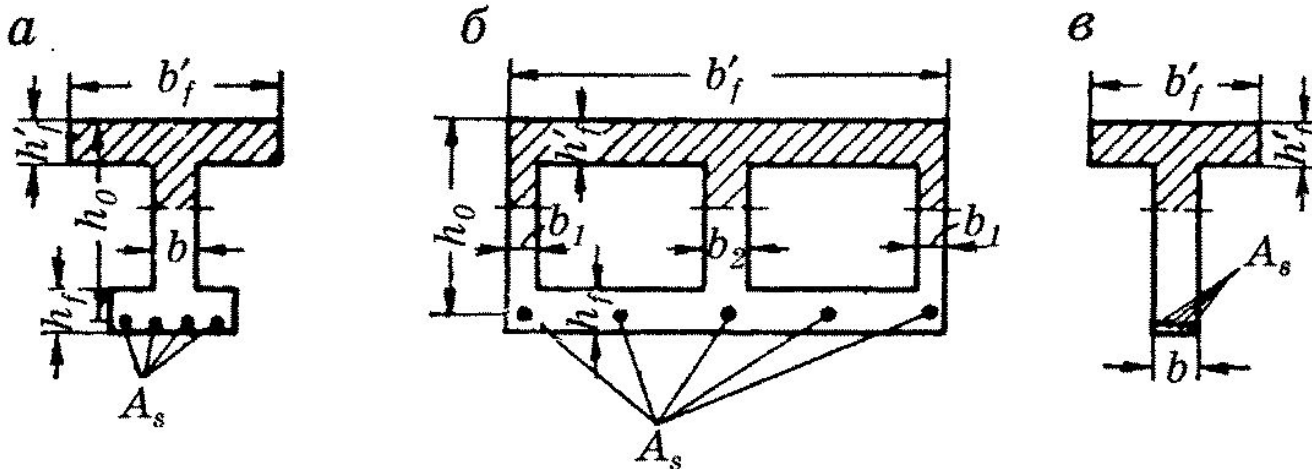
Полное сечение растянутой арматуры

$$A_s = A_{s1} + A_{s,св} + A_{s2}.$$

10.2.4 ЭЛЕМЕНТЫ ДВУТАВРОВОГО И КОРОбЧАТОГО СЕЧЕНИЙ

При расчете по несущей способности элементов двутаврового или коробчатого сечений их приводят к эквивалентному тавровому сечению. При этом растянутая полка в расчете не учитывается, так как бетон, расположенный ниже нейтральной оси, растянут и вследствие образования трещин из работы выключается. Вся растянутая арматура сосредоточивается в ребре с сохранением неизменной величины рабочей высоты сечения h_0 .

При переходе от коробчатого сечения к эквивалентному тавровому ширина b'_f и толщина h'_f сжатой полки сохраняются такими же, как в коробчатом сечении, ширина ребра принимается равной сумме толщин вертикальных стенок коробчатого элемента (на рисунке $b = b_1 + b_2 + b_1'$), а вся растянутая арматура сосредоточена в ребре с сохранением той же рабочей высоты h_0 . Растянутая полка в расчете по несущей способности не учитывается.

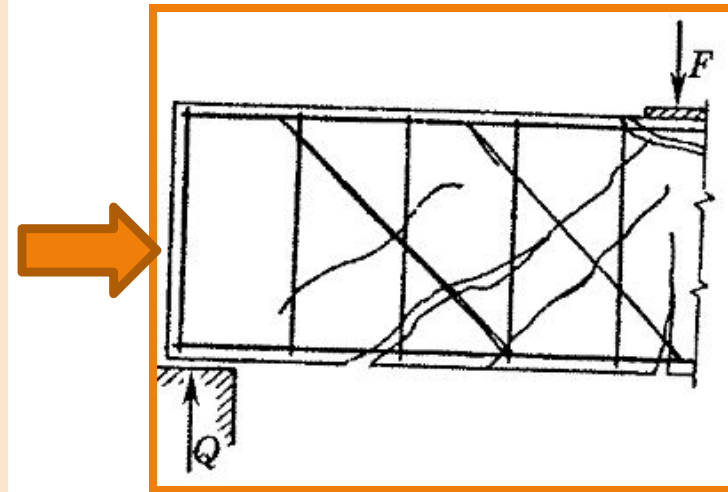
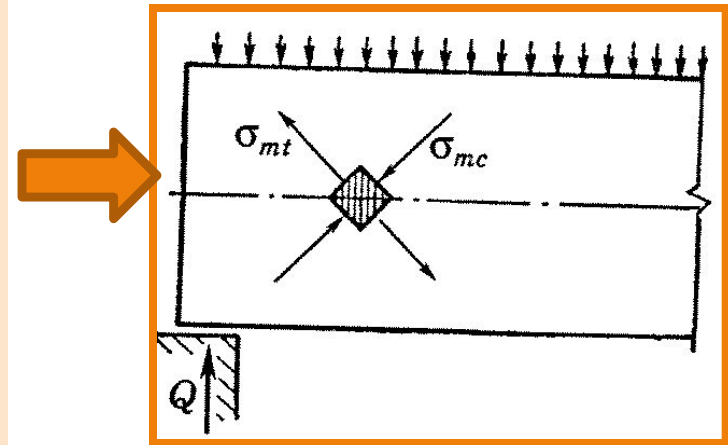


10.3 РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ ИЗГИБАЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПО НАКЛОННЫМ СЕЧЕНИЯМ

При изгибе железобетонных элементов на участках со значительными поперечными силами (около опор) от действия главных напряжений σ_{mt} может образоваться **наклонная трещина**, которая разделит элемент на части, соединенные между собой бетоном сжатой зоны и арматурой.

При увеличении нагрузки ширина трещин увеличивается, напряжения в арматуре (продольной, поперечной, отогнутой), пересекаемой трещиной, а также в сжатом бетоне над трещиной возрастают и достигают предельных.

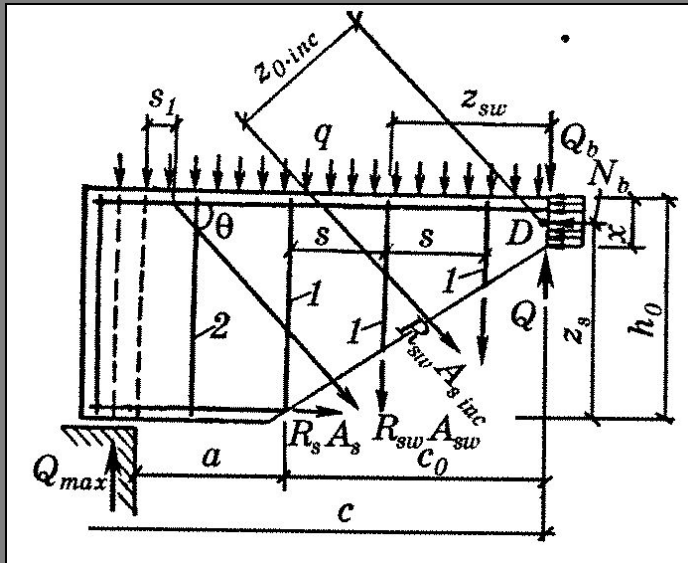
Разрушение элемента по наклонному сечению может произойти либо в результате достижения предела текучести арматурой, пересекаемой трещиной, а вслед за тем взаимного поворота обеих частей элемента и разрушения сжатого бетона над трещиной, либо (при достаточно большом количестве хорошо заанкеренной продольной арматуры) в результате разрушения бетона от совместного действия среза и сжатия.



При обоих видах разрушения в предельном состоянии должны соблюдаться следующие условия прочности, вытекающие из уравнения моментов всех сил, приложенных к рассматриваемой части элемента, относительно точки приложения равнодействующей сжимающих усилий в сечении над трещиной и уравнения проекций тех же усилий на нормаль к продольной оси элемента

$$M \leq R_s A_s z_s + \sum R_s A_{sw} z_{sw} + \sum R_s A_{s,inc} z_{s,inc}, \quad (11.1)$$

$$Q \leq \sum R_{sw} A_{sw} + \sum R_{sw} A_{s,inc} \sin \theta + Q_b. \quad (11.2)$$



1 – поперечные стержни, принимающие участие в работе

2 – стержни, не пересекаемые трещиной

Третьим условием прочности является уравнение проекции всех сил на продольную ось элемента, из которого обычно определяется высота сжатой зоны над наклонной трещиной.

Обозначения, принятые в формулах (11.1), (11.2) :

M – момент внешних расчетных нагрузок, приложенных к рассматриваемой части элемента, относительно оси, проходящей через точку приложения равнодействующей сжимающих усилий в бетоне;

Q – расчетная поперечная сила у конца наклонного сечения в сжатой зоне;

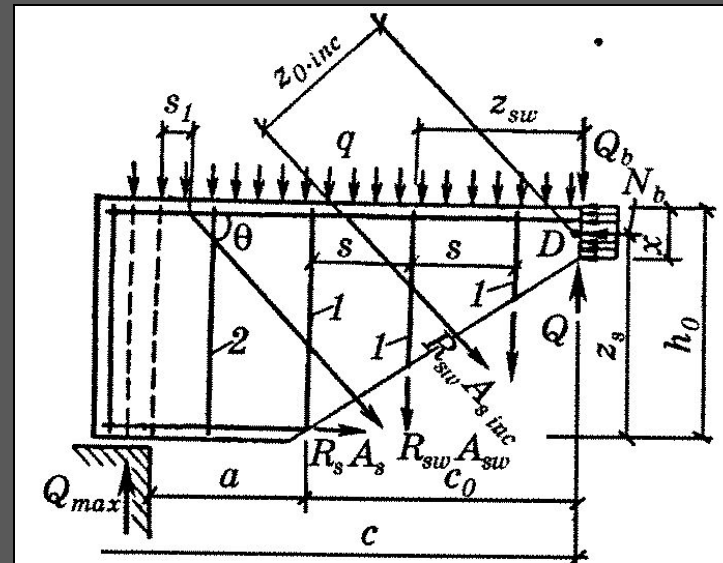
A_{sw} – площадь сечения всех поперечных стержней, расположенных в плоскости, пересекающей рассматриваемое наклонное сечение;

A_{s,inc} - площадь сечения всех отогнутых стержней, расположенных в одной (наклонной к оси элемента) плоскости, пересекающей рассматриваемое наклонное сечение;

Z_{sw} и **Z_{s,inc}** - расстояния от точки приложения равнодействующей сжимающих усилий в бетоне до усилий, действующих соответственно в поперечных стержнях (хомутах) и отгибах;

θ - угол наклона отогнутой арматуры к продольной оси элемента;

Q_b - величина поперечной силы, воспринимаемой бетоном над наклонной трещиной (проекция предельного усилия в бетоне на нормаль к продольной оси элемента).



Как показали опыты, Q_b зависит от геометрических размеров сечения, класса бетона и крутизны наклонного сечения. Эта зависимость выражается эмпирической формулой

$$Q_b = \frac{\varphi_{b2}(1 + \varphi_f + \varphi_n)R_{bt}bh_0^2}{c} = M_b/c \quad (11.3)$$

где c – длина проекции опасного наклонного сечения на продольную ось элемента;

b – ширина прямоугольного сечения, ширина ребра таврового или двутаврового сечения, суммарная толщина стенок коробчатого сечения;
 φ_{b2} – коэффициент, учитывающий вид бетона (для тяжелого бетона – **2**, для легкого – **1,5**;

φ_f – коэффициент, учитывающий влияние сжатых полок;

φ_n – коэффициент, учитывающий влияние продольных сил;

$$\varphi_f = \frac{0,75(b'_f - b)h'_f}{bh_0} \leq 0,5$$

При действии продольных сжимающих сил:

$$\varphi_n = 0,1 \frac{N}{R_{bt}bh_0} \leq 0,5$$

При действии продольных растягивающих сил:

$$\varphi_n = -0,2 \frac{N}{R_{bt}bh_0} \leq |0,8|$$

где N – продольное усилие от внешних нагрузок и преднапряжения (P).

Значение $(1 + \varphi_f + \varphi_n)$ во всех случаях принимают не более **1,5**

10.3.1 РАСЧЕТ НАКЛОННЫХ СЕЧЕНИЙ ПО ПОПЕРЕЧНОЙ СИЛЕ

Расчет железобетонных элементов с поперечной арматурой на действие поперечной силы для обеспечения прочности по наклонной трещине должен производиться по наиболее опасному наклонному сечению из условия

$$Q \leq Q_b + Q_{sw} + Q_{s,inc} \quad (11.4)$$

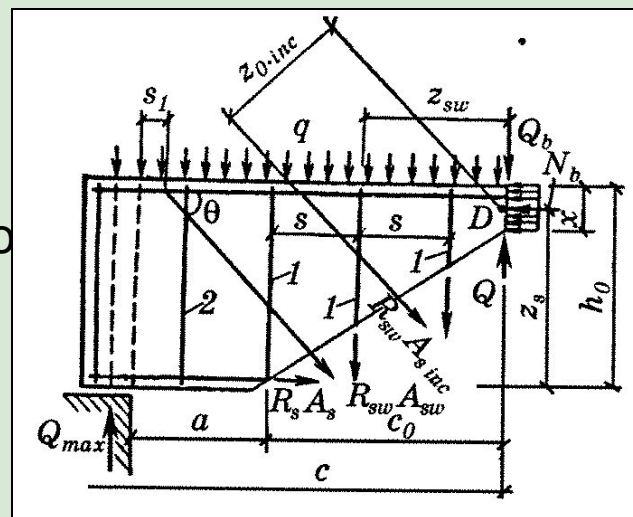
Значение Q_b , вычисленное по формуле (11.3), принимается не менее

$$\varphi_{b3} (1 + \varphi_f + \varphi_n) R_{bt} b h_0 \quad (11.5)$$

Коэффициент φ_{b3} принимается равным для бетона:
 тяжелого и ячеистого.....0,6
 мелкозернистого.....0,5

Поперечные усилия Q_{sw} и $Q_{s,inc}$ определяются как сумма проекций на нормаль к продольной оси элемента предельных усилий соответственно в хомутах и отгибах, пересекающих опасную наклонную трещину.

Длина c_0 проекции опасной наклонной трещины на продольную ось элемента определяется из минимума выражения:



$$Q_b + Q_{sw} + Q_{s,inc}$$

где в значение Q_b вместо c подставляется c_0 ; полученное значение c_0 принимается не более $2h_0$ и не более значения c , а также не менее h_0 , если $c > h_0$.

Для элементов с поперечной арматурой в виде хомутов, нормальных к продольной оси элемента и имеющих постоянный шаг в пределах рассматриваемого наклонного сечения, значение c_0 соответствует минимуму выражения $Q_b + Q_{sw}$ определяемого по формуле

$$c = \sqrt{\frac{\varphi_{b2}(1 + \varphi_n + \varphi_f)R_{bt}bh_0^2}{q_{sw}}}$$

где q_{sw} - усилие в хомутах на единицу длины элемента;

$$q_{sw} = \frac{R_{sw}A_{sw}}{s}$$

Для таких элементов поперечное усилие Q_{sw} определяется по формуле

$$Q_{sw} = q_{sw}c_0$$

При этом для хомутов, устанавливаемых по расчету, должно удовлетворяться условие

$$q_{sw} \geq \frac{\varphi_{b3}(1 + \varphi_f + \varphi_n)R_{bt}b}{2}$$

Кроме того, поперечная арматура должна удовлетворять требованиям пп. 5.26-5.28 СНиП 2.03.01-84 «Бетонные и железобетонные конструкции».

5.26 В балочных конструкциях высотой свыше **150 мм**, а также в многопустотных плитах высотой свыше **300 мм** должна устанавливаться поперечная арматура.

В сплошных плитах независимо от высоты, в многопустотных плитах высотой менее 300 мм и в балочных конструкциях высотой менее 150 мм допускается поперечную арматуру не устанавливать.

5.27 Поперечная арматура в балочных и плитных конструкциях устанавливается:

на опорных участках, равных при равномерно распределенной нагрузке $\frac{1}{4}$ пролета, а при сосредоточенных нагрузках – расстоянию от опоры до ближайшего груза, но не менее $\frac{1}{4}$ пролета, с шагом:

при высоте сечения элемента h	
равной или менее 450 мм.....	не более $h/2$ и не более 150 мм
то же, свыше 450 мм.....	не более $h/3$ и не более 500 мм

на остальной части пролета при высоте сечения элемента h свыше 300 мм устанавливается поперечная арматура с шагом не более $3/4h$ и не более 500 мм.

5.28 Поперечная арматура должна иметь надежную анкеровку по концам путем приварки или охвата продольной арматуры.

Расчет железобетонных элементов без поперечной арматуры на действие поперечной силы для обеспечения прочности по наклонной трещине должен производиться по наиболее опасному наклонному сечению из условия

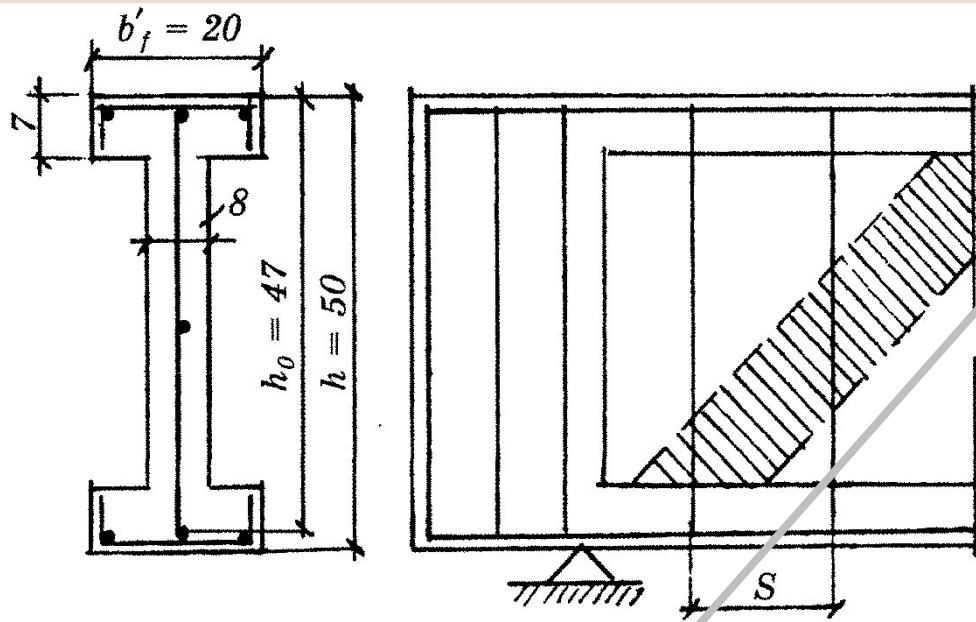
$$Q \leq \frac{\varphi_{b4} (1 + \varphi_n) R_{bt} b h_0^2}{c}$$

где правая часть условия принимается не более $2,5 R_{bt} b h_0$ и не менее $\varphi_{b3} (1 + \varphi_n) R_{bt} b h_0$

Коэффициент φ_{b4} принимается равным для бетона:
 тяжелого и ячеистого.....1,5
 мелкозернистого.....1,2

Пример . Расчетная поперечная сила $Q=100 \text{ кН}$, размеры сечения даны на рис. 5.19. Бетон тяжелый класса В20 ($R_b=11,5 \text{ МПа}$; $R_{bt}=0,9 \text{ МПа}$; $E_b=27 \cdot 10^3 \text{ МПа}$), арматура класса А III ($R_{sw}=285 \text{ МПа}$; $E_s=2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$). Количество поперечных стержней в каждой плоскости $n=1$.

Требуется определить площадь поперечных стержней и расстояния между ними.



$$Q \leq Q_{b,\min} = \varphi_{b3}(1 + \varphi_f + \varphi_n)R_{bt}bh_o,$$

$$\varphi_f = \frac{0,75(b'_f - b)h'_f}{bh_o} \leq 0,5;$$

Решение.

Проверяем условие

$$100 > 0,6 \cdot (1 + 0,07) \cdot 0,09 \cdot 8 \cdot 47 = 21,73 \text{ кН},$$

где согласно $\varphi_f = 0,75 \frac{(20 - 8) \cdot 7}{20 \cdot 47} = 0,07$; следовательно, попереч-

ное армирование требуется по расчету.

Расстояния между поперечными стержнями согласно конструктивным требованиям при высоте балки свыше 45 см должно быть не более $S = h/3 = 16,7 \text{ см}$ и не более 50 см.

Третье условие определяется формулой

$$S_{\max} = \frac{1,5 \cdot 0,09 \cdot 20 \cdot 47^2}{100} = 59,6 \text{ см.}$$

$$S_{\max} = \frac{\varphi_{b4}(1 + \varphi_n)R_{bt}bh_o^2}{Q},$$

Из трех значений S следует принять наименьшее, примем $S = 17 \text{ см.}$

Принимая $Q = Q_{bs}$, из формулы находим

$$Q_{bs} = 2\sqrt{\varphi_{b2}(1 + \varphi_f + \varphi_n)R_{bt}bh_o^2(q_{sw} + q)}$$

$$q_{sw} = \frac{Q^2}{8(1 + \varphi_f)bh_o^2R_{bt}} = \frac{100^2}{8(1 + 0,07) \cdot 8 \cdot 47^2 \cdot 0,09} = 0,735 \text{ кН / см.}$$

Из формулы определяем площадь сечения одного поперечного стержня

$$A_{sw} = \frac{q_{sw} \cdot s}{R_{sw}} = \frac{0,735 \cdot 17}{28,5} = 0,44 \text{ см}^2.$$

$$q_{sw} = \frac{R_{sw} A_{sw}}{s},$$

Принято: 1Ø8 А-III ($A_{sw} = 0,5 \text{ см}^2$) с шагом 17 см.

$$Q \leq 0,3\varphi_{w1}\varphi_{b1}R_bbh_o$$

Прочность по наклонной полосе между наклонными трещинами (на рис. 5.19 — заштрихована) проверяем по формуле предварительно вычислив входящие в нее коэффициенты по формулам

$$\varphi_{w1} = 1 + 5\alpha\mu_w \leq 1,3$$

$$\varphi_{w1} = 1 + 5 \frac{2 \cdot 10^5}{27 \cdot 10^3} \cdot \frac{0,5}{8 \cdot 17} = 1,136;$$

$$\varphi_{b1} = 1 - 0,01 \cdot 11,5 = 0,885$$

$$\varphi_{b1} = 1 - \beta R_b,$$

$$100 < 0,3 \cdot 1,136 \cdot 0,885 \cdot 1,15 \cdot 8 \cdot 47 = 130,4 \text{ кН,}$$

следовательно, прочность по наклонной полосе обеспечена.

10.3.2 РАСЧЕТ НАКЛОННЫХ СЕЧЕНИЙ НА ДЕЙСТВИЕ ИЗГИБАЮЩЕГО МОМЕНТА

Расчет железобетонных элементов на действие изгибающего момента для обеспечения прочности по наклонной трещине должен производиться по опасному наклонному сечению из условия

$$M \leq M_s + M_{sw} + M_{s,inc} \quad (11.6)$$

Момент M определяется от внешней нагрузки, расположенной по одну сторону от рассматриваемого наклонного сечения, относительно оси, перпендикулярной плоскости действия момента и проходящей через точку приложения равнодействующей усилий N_b в сжатой зоне.

Моменты M_s , M_{sw} и $M_{s,inc}$ определяются как сумма моментов относительно той же оси от усилий соответственно в продольной арматуре, хомутах и отгибах, пересекающих растянутую зону наклонного сечения.

На приопорных участках элементов момент M_s , воспринимаемый продольной арматурой, пересекающей растянутую зону наклонного сечения, определяется по формуле

$$M_s = R_s A_s z_s \quad (11.7)$$

где A_s - площадь сечения продольной арматуры, пересекающей наклонное сечение; z_s - расстояние от равнодействующей усилий в продольной арматуре до равнодействующей

