Решение вероятностных задач с помощью комбинаторики

Задача 1. Брошены две монеты. Какова вероятность того, что выпадет: 1) два орла; 2) орёл и решка

- Составим таблицу вариантов:

1-я монета	2-я монета	
	О	Р
О	ОО	ОР
Р	РО	РР

Число возможных исходов $n = 2 \cdot 2 = 4$

1) Событию А – выпадет два орла – благоприятствует 1 исход, т.е. $m = 1$

$P(A) = 1 : 4 = 0{,}25$

2) Событию В – выпадет орёл и решка – благоприятствует 2 исхода, т.е. $m = 2$

$P(A) = 2 : 4 = 0{,}5$

ПРАВИЛО ПРОИЗВЕДЕНИЯ

- Если существует К вариантов выбора первого элемента и для каждого из них есть С вариантов выбора второго элемента, то существует

К · С

различных пар с выбранными первыми и вторым элементами.

Пример: бросили две игральные кости, вариантов выбора различных пар элементов $6 \cdot 6 = 36$

Задача 2. Брошены две игральные кости: одна белого, другая красного цвета. Какова вероятность того, что выпадет: 1) на белой кости 6 очков, а на красной – нечётное число очков; 2) на одной кости выпадет 6 очков, а на другой – нечётное число очков

Белая кость	Красная кость					
	1	2	3	4	5	6
1	11	12	13	14	15	**16**
2	21	22	23	24	25	26
3	31	32	33	34	35	**36**
4	41	42	43	44	45	46
5	51	52	53	54	55	**56**
6	**61**	62	**63**	64	**65**	66

1) Исходы, благоприятствующие событию A — появлению на белой кости 6 очков, на красной — нечётного числа очков, выделены в последней строке таблицы. Их 3, т. е. $m = 3$. Таким образом, $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$.

2) Исходы, благоприятствующие событию B — появлению на одной кости 6 очков, а на другой — нечётного числа очков, выделены в таблице исходов (к трём исходам, рассмотренным в предыдущем задании, добавляются ещё три за счёт появления 6 очков на второй кости и нечётного числа очков на первой). Таким образом, $m = 6$, и, следовательно, $P(B) = \frac{m}{n} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

Ответ 1) $\frac{1}{12}$; 2) $\frac{1}{6}$

Задача 3: Какова вероятность того, что сумма очков, выпавших на двух брошенных костях, равна 5

Общее число исходов испытания, как и в задаче 2, $n = 36$. Выпишем из последней таблицы все исходы, благоприятствующие интересующему нас событию A — сумма очков на двух костях равна 5:

$$14;\ 23;\ 32;\ 41.$$

Таким образом, $m = 4$ и $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

Ответ $\frac{1}{9}$.

Задача 4: В ящике имеется 3 одинаковых по размеру кубика: красный (К), чёрный (Ч) и белый (Б). Вытаскивая их наугад, кладём 3 кубика на стол последовательно один за другим. Какова вероятность того, что появится последовательность кубиков «Ч Б К»

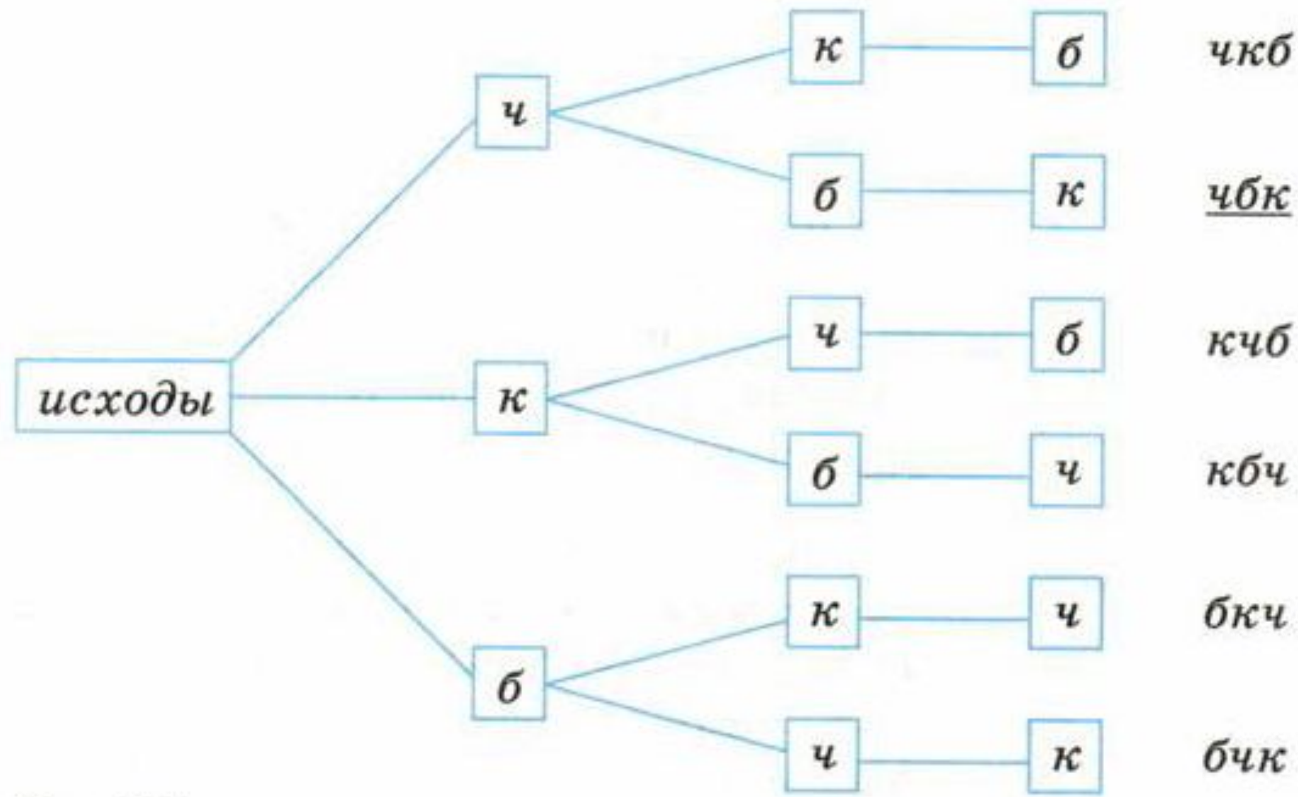


Рис. 27

Общее число n исходов расстановки в ряд вынутых из ящика 3 кубиков (согласно применённому дважды правилу произведения) равно $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ (см. на рисунке 27 дерево исходов). Только один из этих исходов является благоприятствующим событию «ч б к», т. е. $m = 1$. Таким образом, вероятность интересующего нас события $P = \frac{1}{6}$.

Ответ $\frac{1}{6}$.

Задача 5: В ящике имеется 3 одинаковых по размеру кубика: два чёрных (Ч1 и Ч2) и один красный (К). Вытаскивая кубики наугад один за другим, их ставят на стол. Какова вероятность того, что сначала будут вынуты два чёрных кубика, а последним – красный?

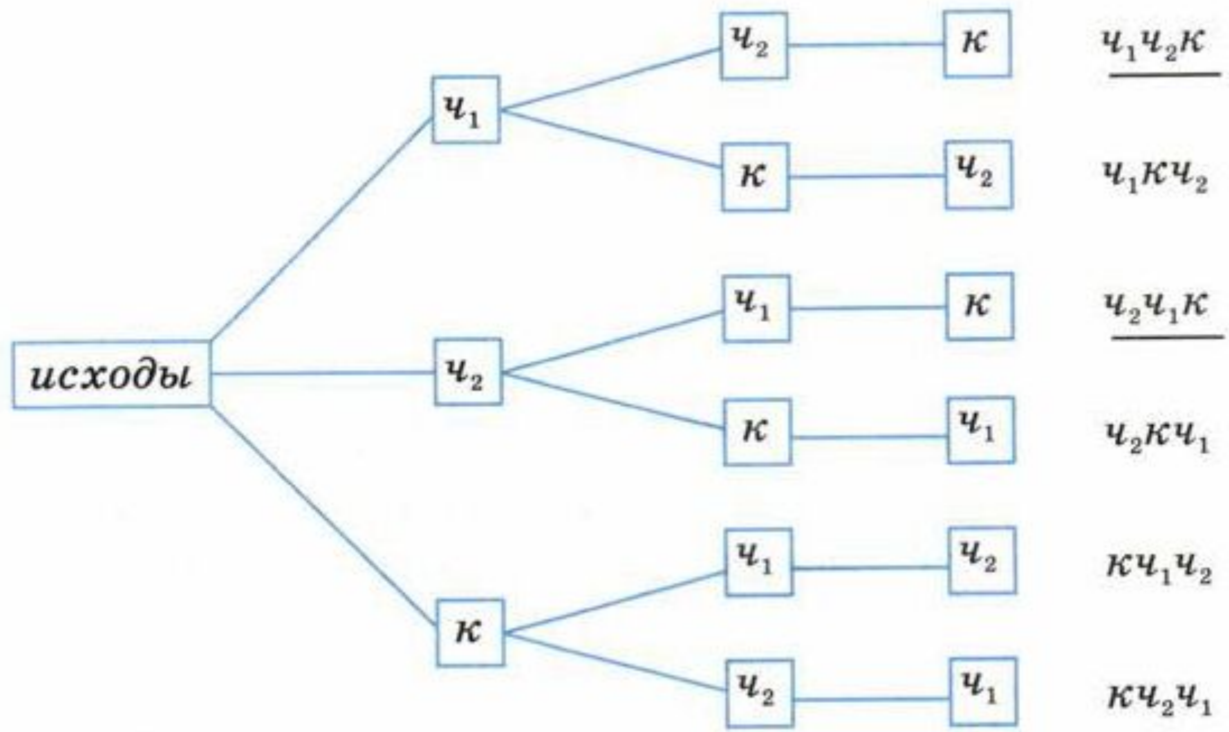


Рис. 28

Общее число исходов, как и в предыдущей задаче, равно 6 (см. рисунок 28 с деревом исходов). Однако благоприятствующими рассматриваемому событию будут 2 исхода: «$ч_1$ $ч_2$ к» и «$ч_2$ $ч_1$ к», поэтому вероятность изучаемого события равна $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Ответ $\frac{1}{3}$

Задача 6: В коробке лежат 2 белых и 3 чёрных шара. Наугад вынимают одновременно 2 шара. Найти вероятность события:

1) А – вынуты 2 белых шара;
2) В – вынуты 2 чёрных шара;
3) С – вынуты белый и чёрный шары

Из 5 шаров можно составить $\frac{(5-1)5}{2}=10$ различных пар (см. граф на рисунке 29). Таким образом, число всевозможных исходов испытания $n = 10$.

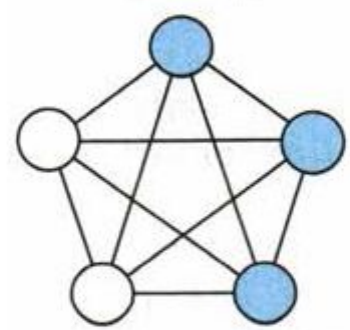
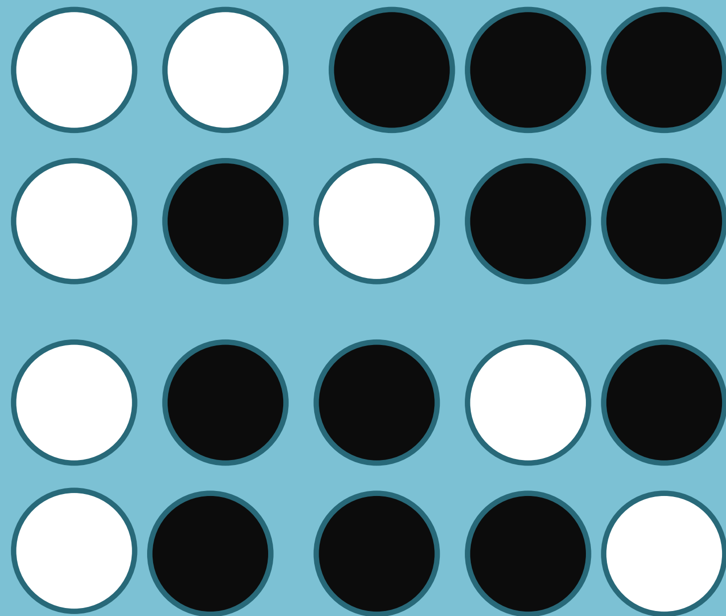
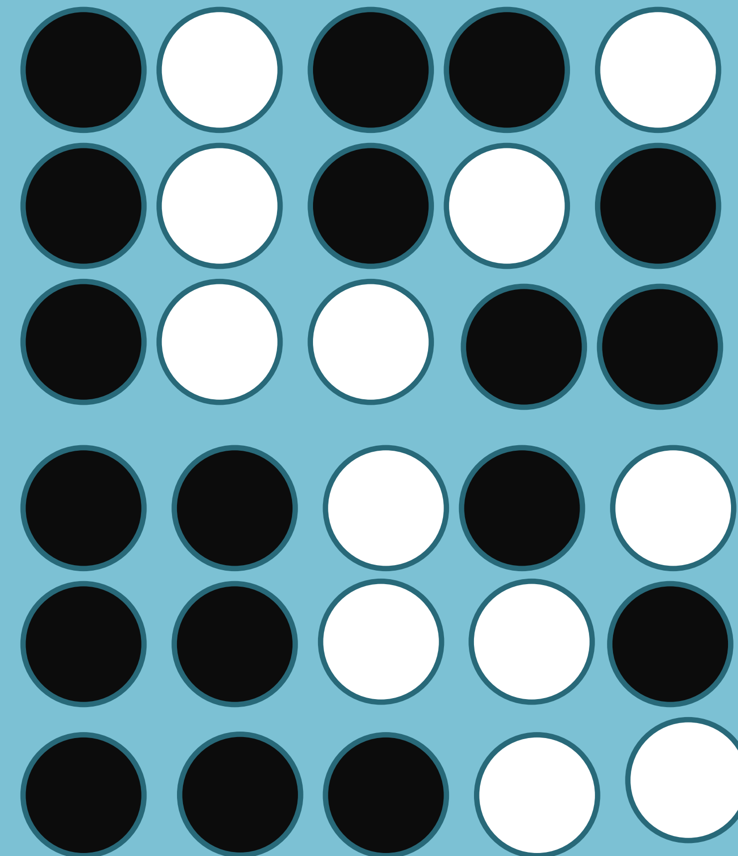


Рис. 29





1) Событию A благоприятствует единственная пара белых шаров, т. е. $m = 1$. Находим $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{10}$.

2) Событию B благоприятствуют 3 исхода — 3 различные пары из 3 чёрных шаров (см. граф на рисунке 30), т. е. $m = 3$. Таким образом, $P(B) = \frac{m}{n} = \frac{3}{10}$.

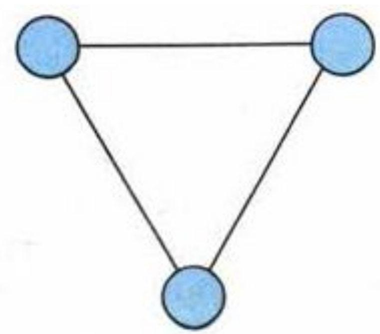


Рис. **30**

3) Событию C благоприятствуют 6 исходов (см. граф на рисунке 31), т. е. $m = 6$. Отсюда $P(C) = \frac{m}{n} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$.

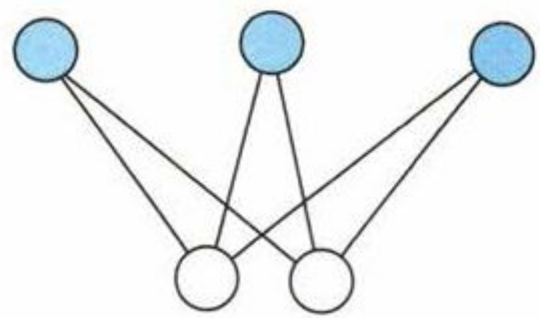


Рис. 31

Ответ 1) $\frac{1}{10}$; 2) $\frac{3}{10}$; 3) $\frac{3}{5}$.

Задача

- Стрелок 4 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,5. Найдите вероятность того, что стрелок первые 3 раза попал в мишени, а последний раз промахнулся.

Решение задачи:
Если нужно посчитать вероятность нескольких событий, все из которых должны произойти (т.е. должно произойти и первое, и второе, и третье, и т.д.), то нужно умножить вероятности всех этих событий.
Если нужно посчитать вероятность нескольких событий, хотя бы одно из которых должны произойти (т.е. должно произойти или первое, или второе, или третье, и т.д.), то нужно
сложить вероятности всех этих событий.
В нашем случае должны произойти все события: 1 выстрел - попал, 2-ой выстрел - попал, 3-ий выстрел - попал, 4-ый выстрел - не попал.
Вероятность того, что стрелок промахнется, т.е. не попадет
$P=1-0,5=0,5$.
Тогда:
$P=0,5*0,5*0,5*0,5=0,0625$
Ответ: 0,0625