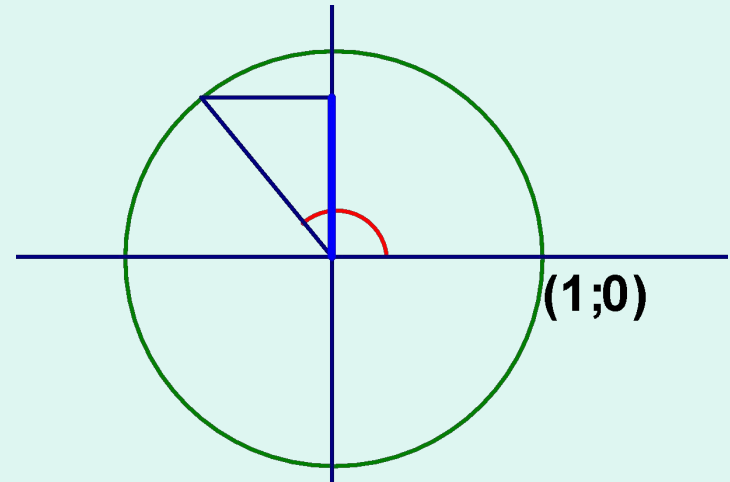


Тригонометрические уравнения

Определения тригонометрических функций

Синусом угла x называется
ордината точки
единичной окружности,
полученной из точки $(1; 0)$
поворотом на угол x



$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

Обратные тригонометрические функции

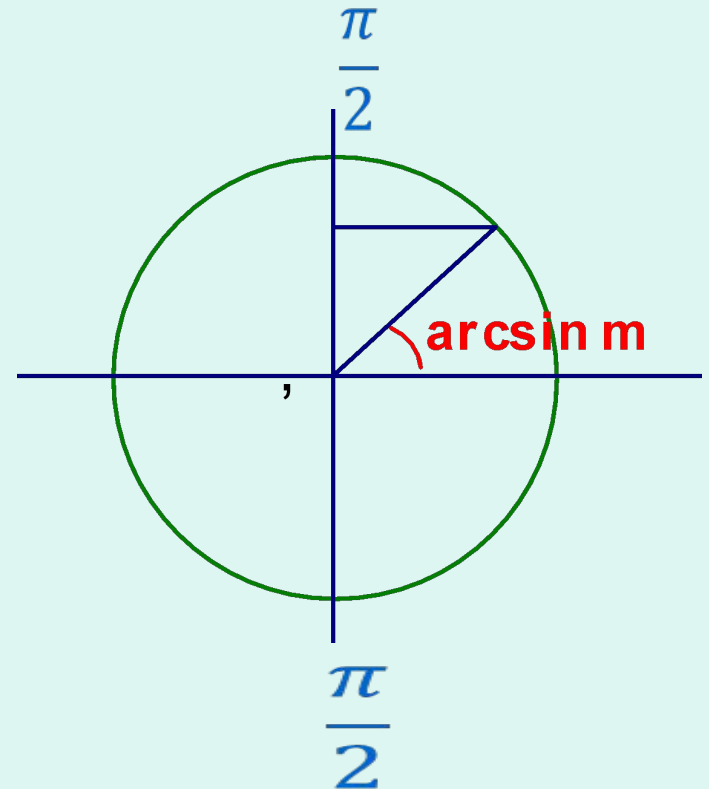
$$\frac{\pi}{2}$$

Арксинусом числа m называется
угол, принадлежащий промежутку

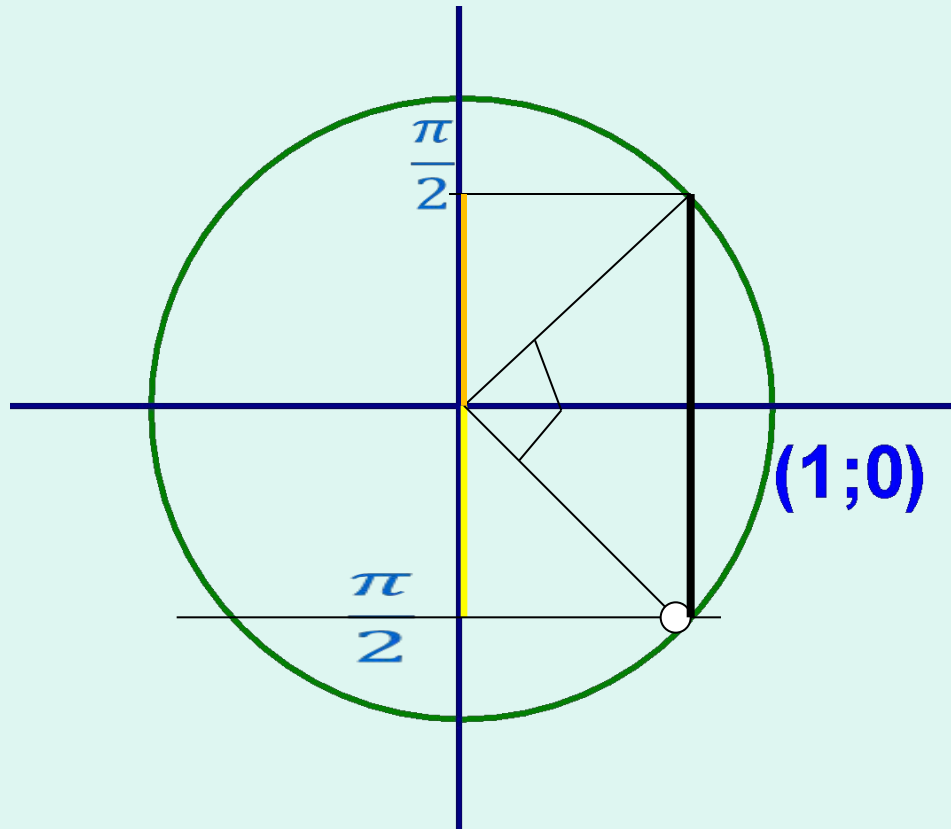
$$\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right]$$

синус которого равен m

$$-1 \leq m \leq 1$$

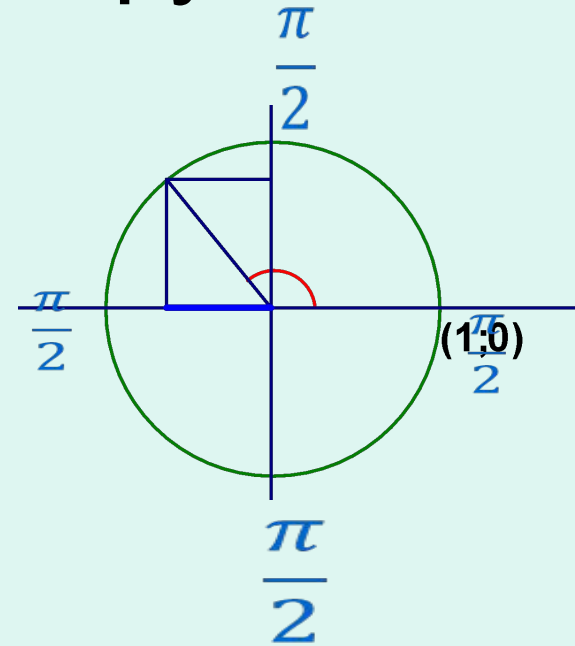


$$\arcsin(-a) = -\arcsin a$$



Определения тригонометрических функций

Косинусом угла x называется
абсцисса точки
единичной окружности,
полученной из точки $(1; 0)$
поворотом на угол x





A grid with 14 vertical columns and 6 horizontal rows. A vertical blue line is positioned between the 7th and 8th columns. Four labels, each consisting of the Greek letter pi over the number 2, are placed on the horizontal lines between the 4th and 5th rows. The labels are located in the 5th, 6th, 8th, and 9th columns from the left.

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

Обратные тригонометрические функции

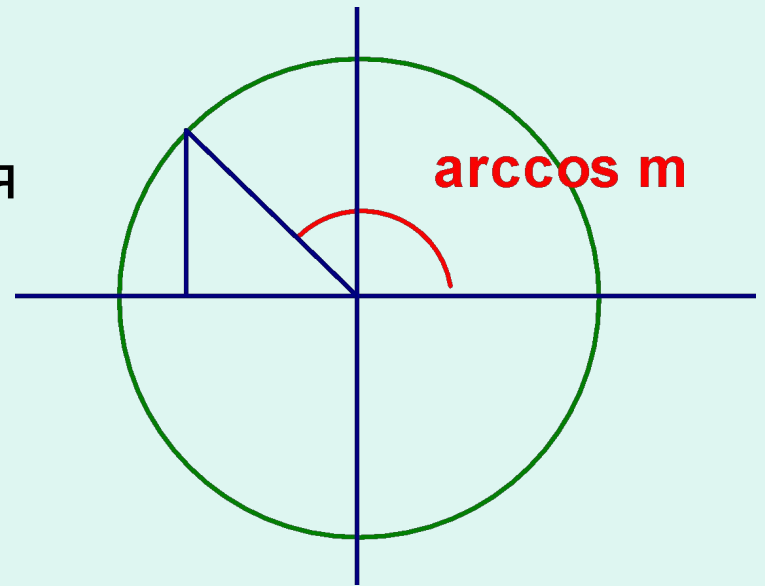
$$\frac{\pi}{2}$$

Аркосинусом числа m называется
угол, принадлежащий промежутку

$$[0; \pi]$$

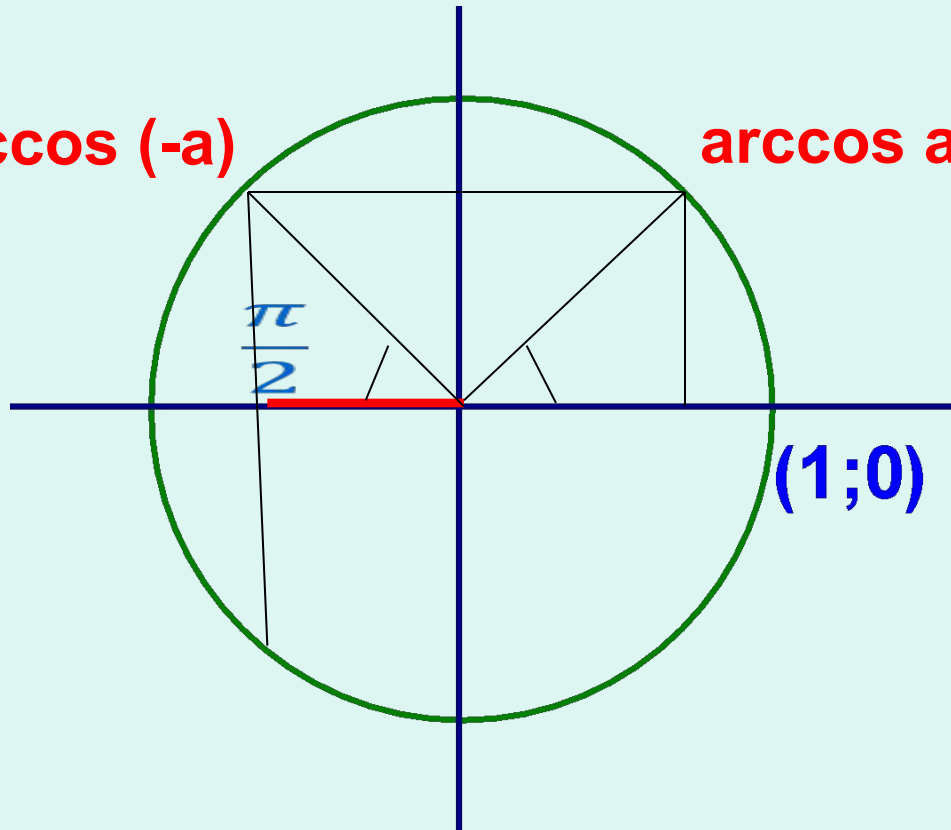
косинус которого равен m

$$-1 \leq m \leq 1$$



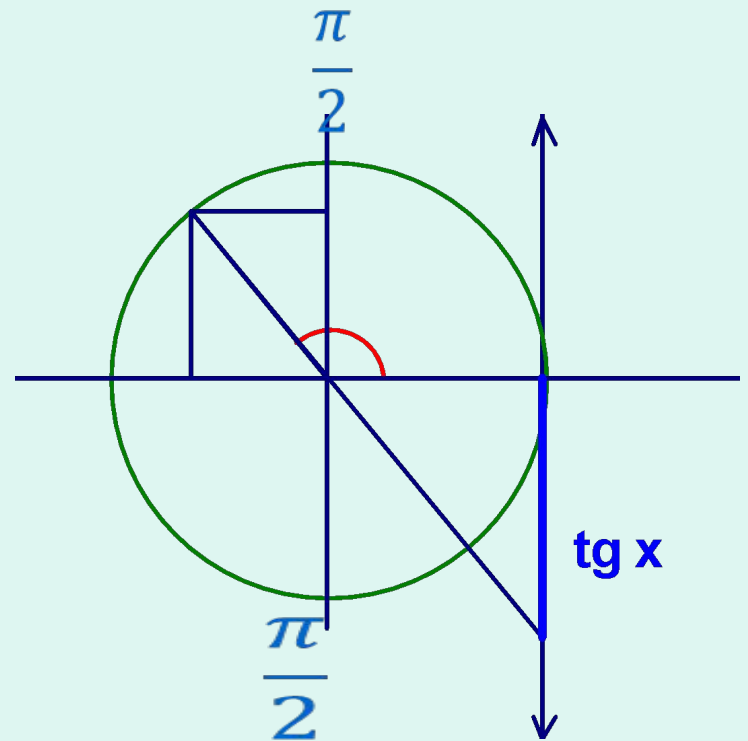
arccos (-a)

arccos a



Определения тригонометрических функций

Тангенсом угла x называется
отношение синуса к косинусу



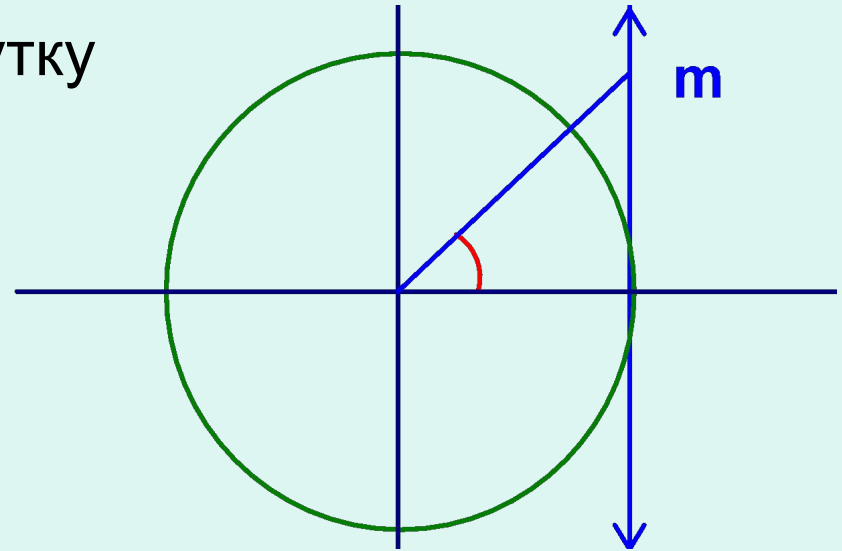
Обратные тригонометрические функции

Арктангенсом числа m называется

угол, принадлежащий промежутку

$$\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right]$$

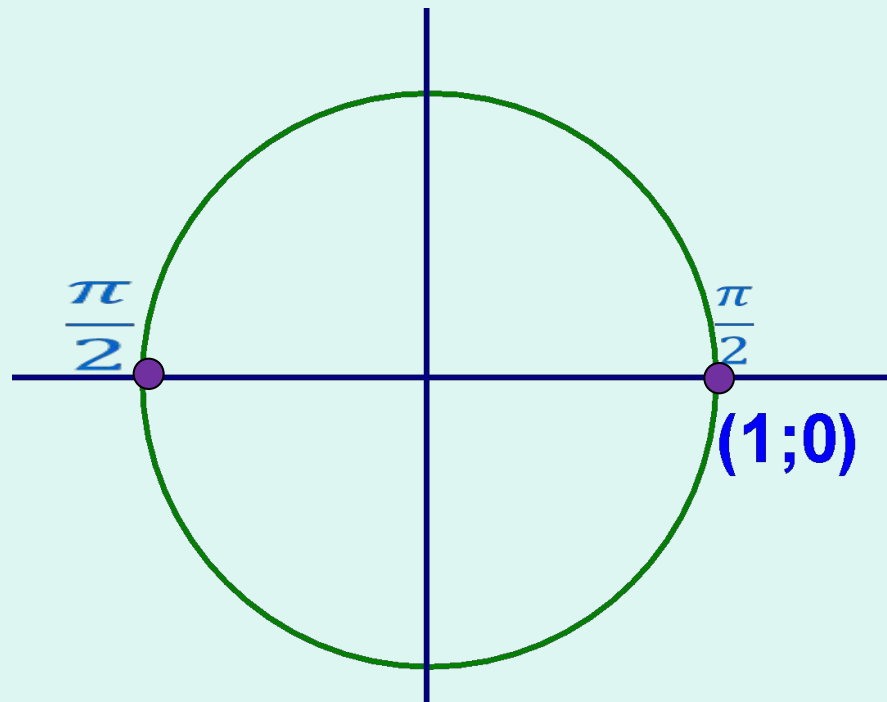
тангенс которого равен m



Решение простейших уравнений

Решим
уравнение

$$\sin x = 0$$

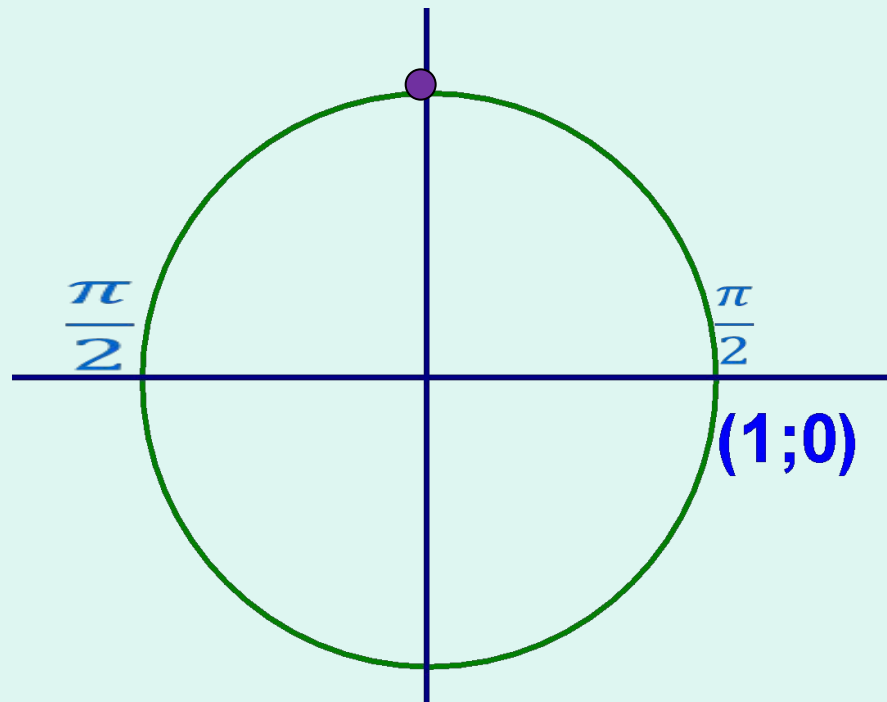


$$\sin x = 0, \quad x = \pi n, \quad n \in \mathbf{Z};$$

Решение простейших уравнений

Решим
уравнение

$$\sin x = 1$$

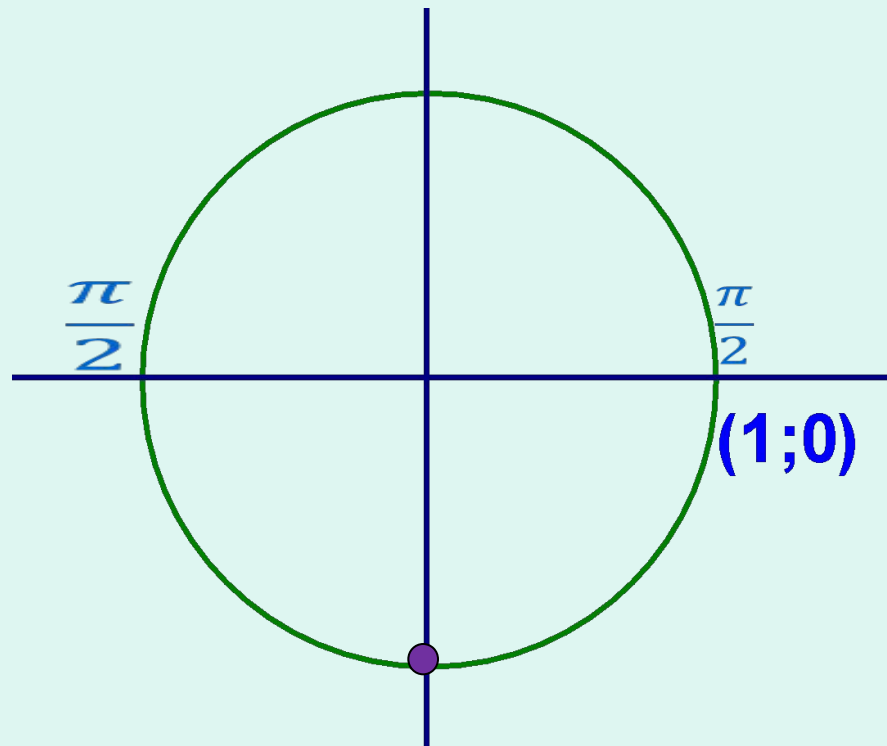


$$\sin x = 1, \quad x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad n \in \mathbf{Z};$$

Решение простейших уравнений

Решим
уравнение

$$\sin x = -1$$

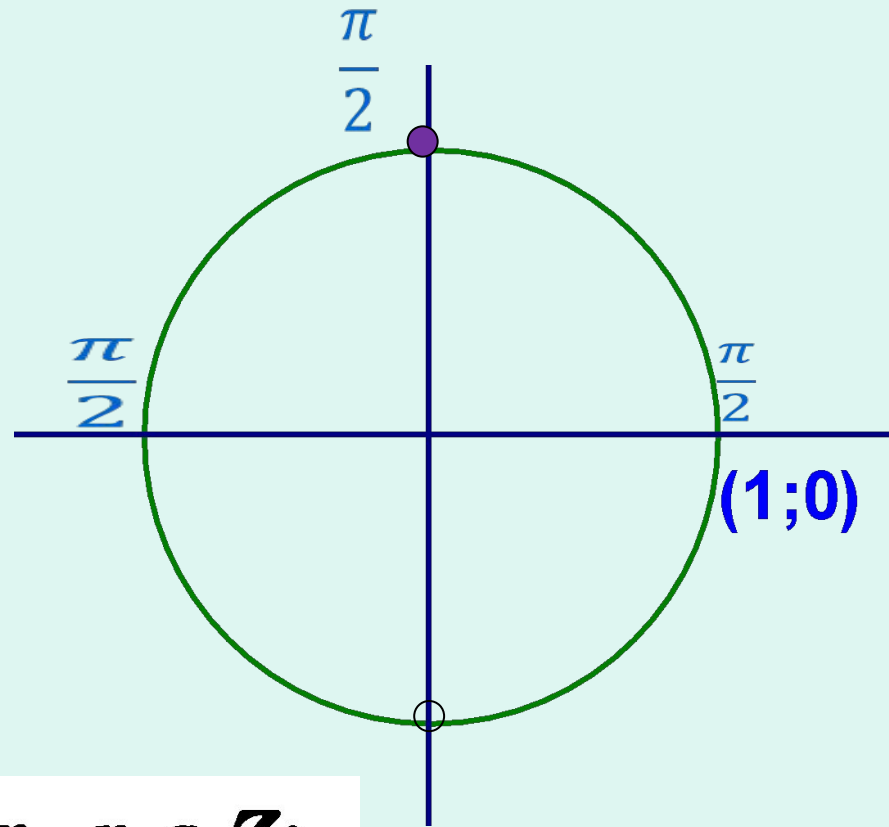


$$\sin x = -1, \quad x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad n \in \mathbf{Z}.$$

Решение простейших уравнений

Решим
уравнение

$$\cos x = 0$$

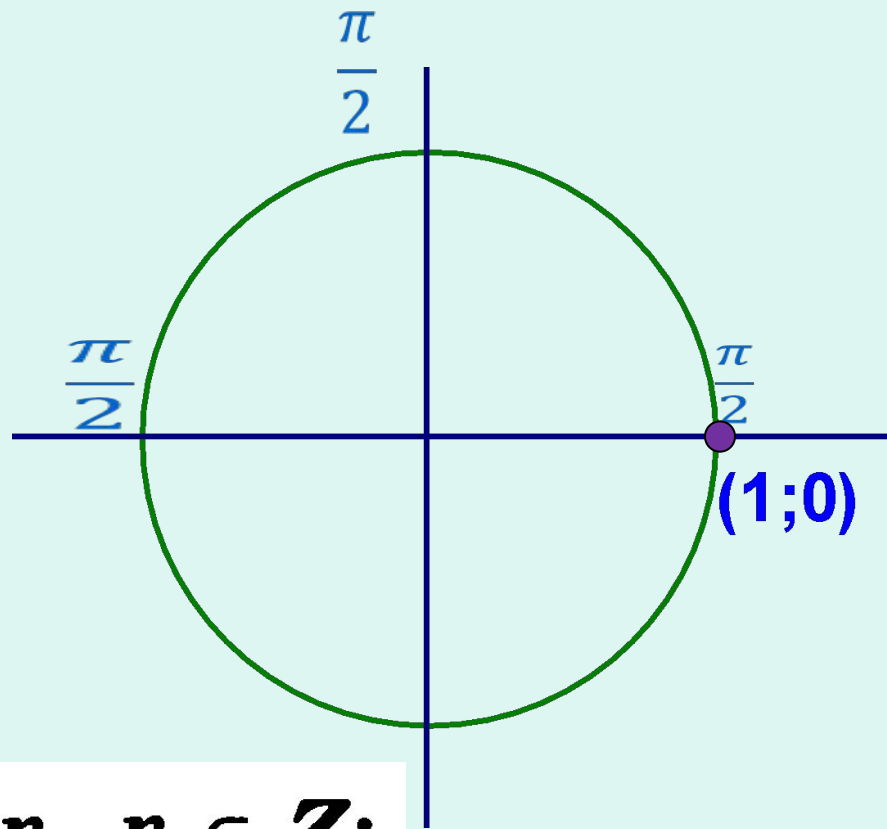


$$\cos x = 0, \quad x = \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbf{Z};$$

Решение простейших уравнений

Решим
уравнение

$$\cos x = 1$$

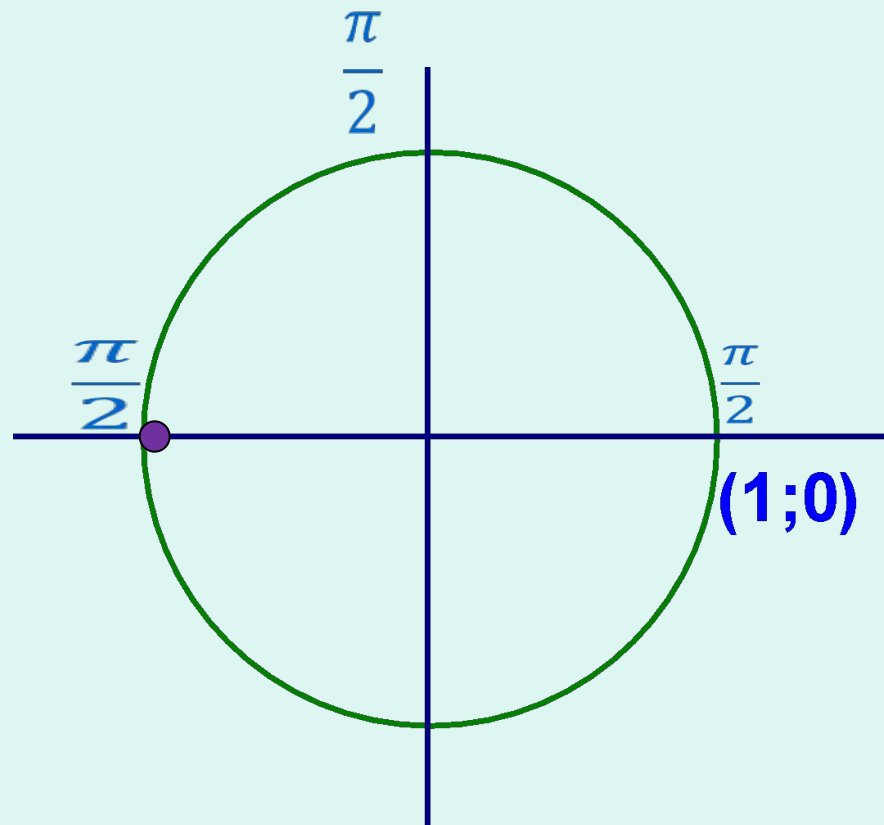


$$\cos x = 1, \quad x = 2\pi n, \quad n \in \mathbf{Z};$$

Решение простейших уравнений

Решим
уравнение

$$\cos x = -1$$



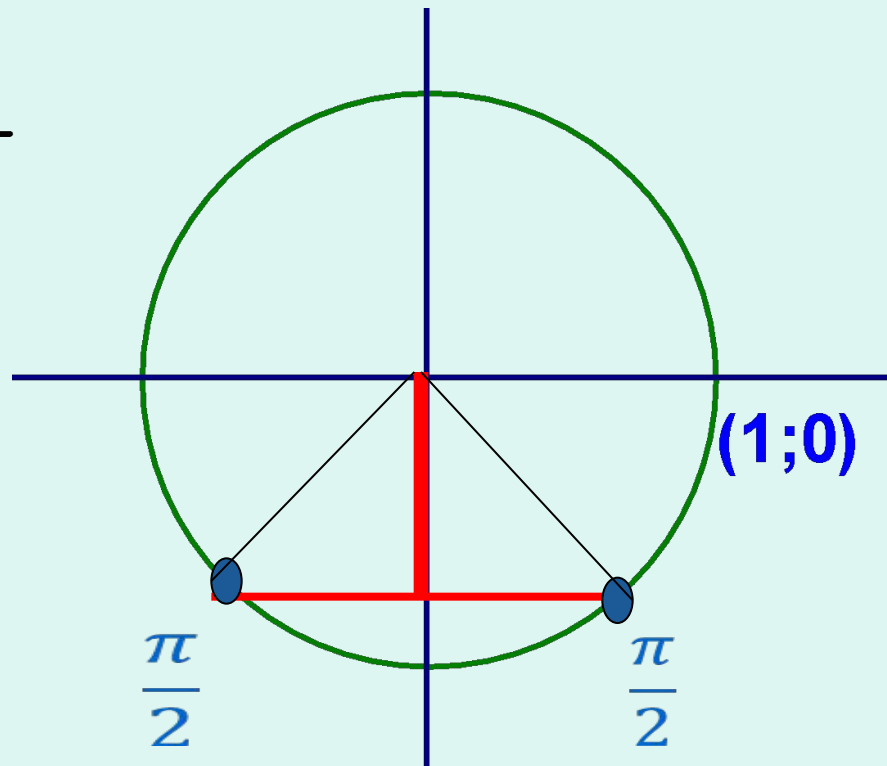
$$\cos x = -1, x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$$

Решение простейших уравнений

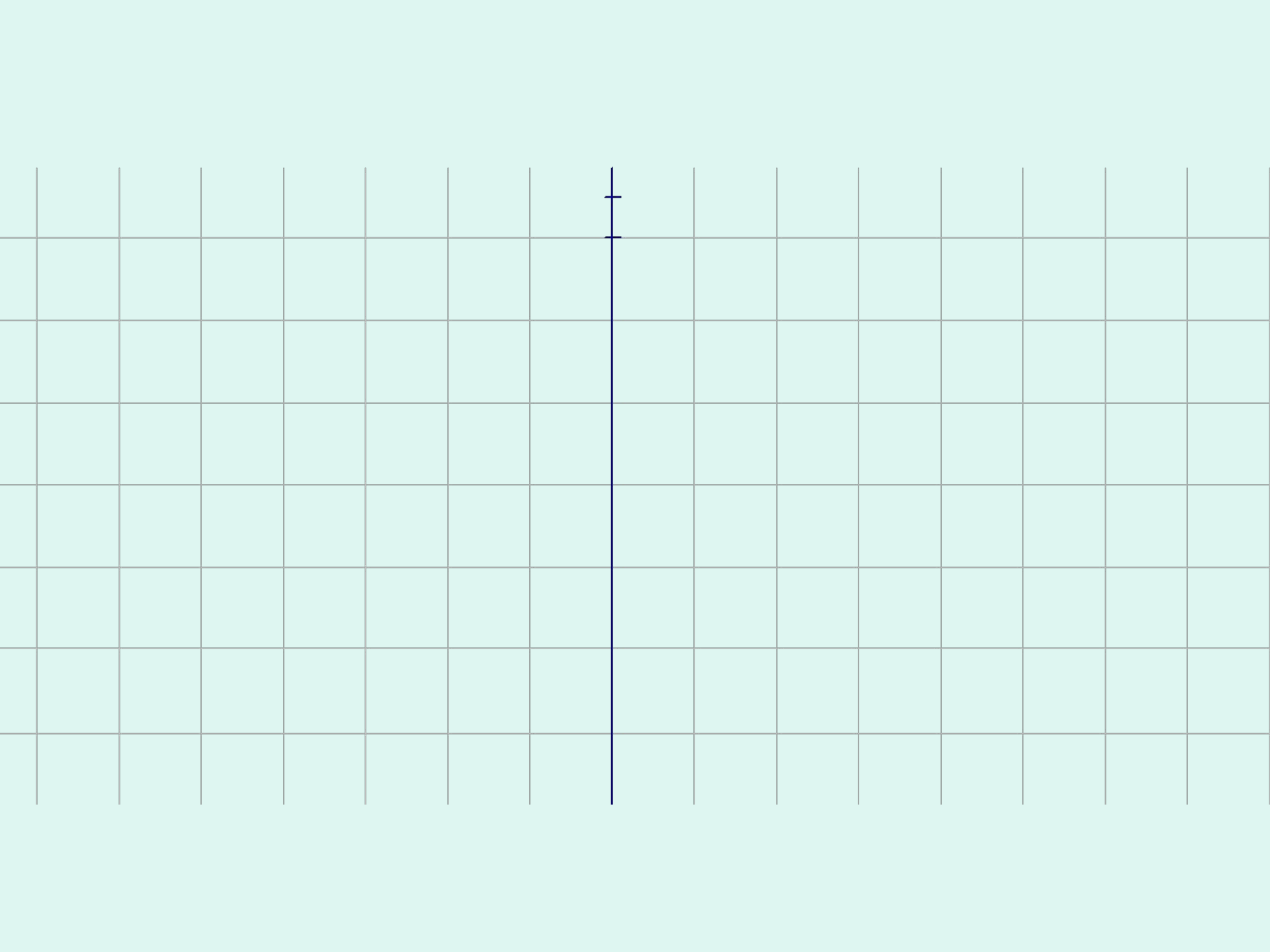
Решим
уравнение

$$\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$
$$\frac{\pi}{2}$$



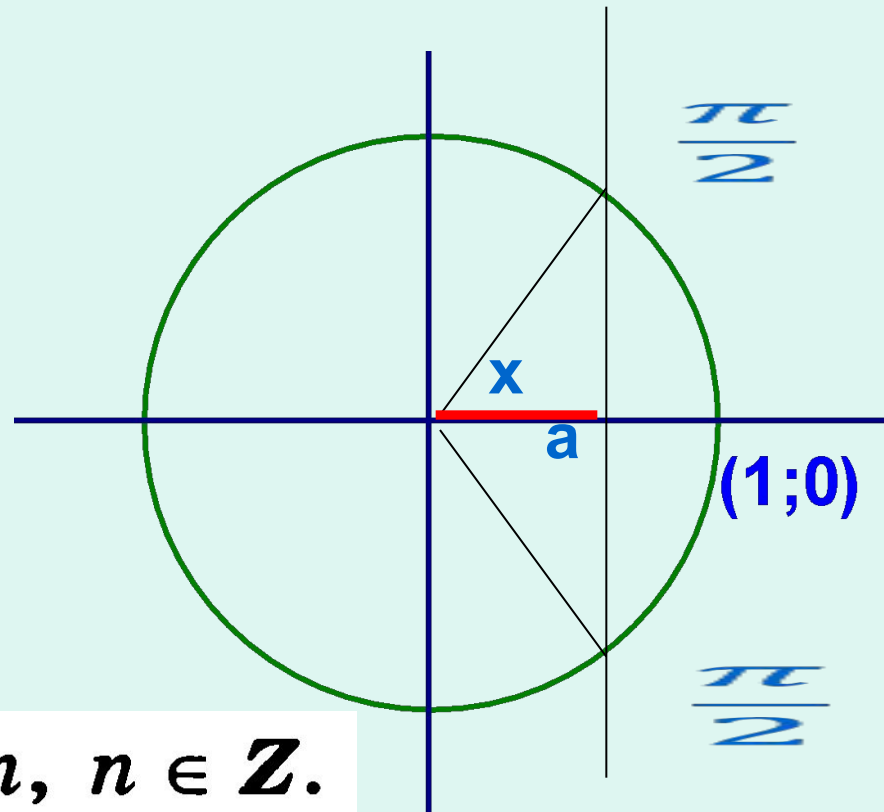
$$x = (-1)^n \arcsin a + \pi n, \quad n \in \mathbf{Z}.$$



Решение простейших уравнений

Решим
уравнение

$$\cos x = a$$



$$x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$$

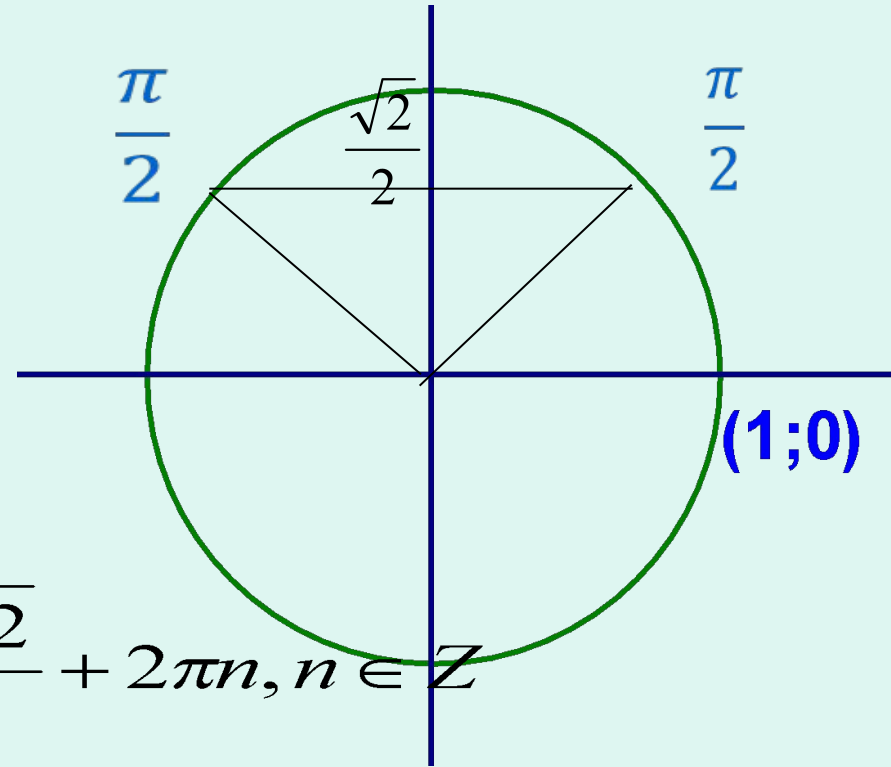
Решение простейших уравнений

Решим

уравнение

$$2 \sin\left(\frac{3}{4}x - \frac{1}{2}\right) = \sqrt{2}$$

$$\sin\left(\frac{3}{4}x - \frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



$$\left(\frac{3}{4}x - \frac{1}{2}\right) = (-1)^n \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\left(\frac{3}{4}x - \frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \left(\frac{3}{4}x - \frac{1}{2}\right) = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

С1. а) Решите уравнение $2\sin^3x - 2\sin x + \cos^2x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

Решение.

а) Запишем уравнение в виде:

$$2\sin x(\sin^2x - 1) - \cos^2x = 0$$

$$\cos^2x \cdot (1 + 2\sin x) = 0.$$

Значит, или $\cos x = 0$, или

$$\sin x = -\frac{1}{2}$$

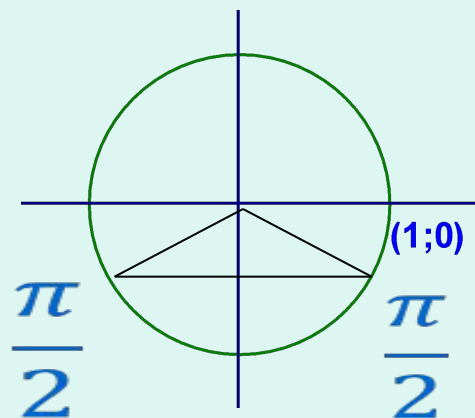
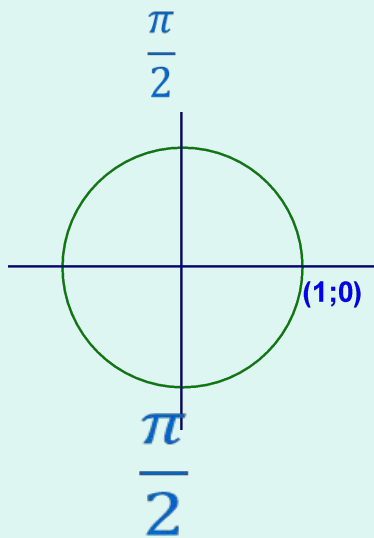
Значит, или $\cos x = 0$,

или

$$\sin x = -\frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k \text{ или } x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$



Чтобы отобрать корни, принадлежащие отрезку
 решим двойное неравенство относительно k

$$\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$$

•

$$-\frac{7\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} + \pi k \leq -2\pi \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$-\frac{7\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \leq \pi k \leq -2\pi - \frac{\pi}{2} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\pi k \leq -2\pi - \frac{\pi}{2} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$k \leq -2 - \frac{1}{2} \quad \longrightarrow$$

Теперь решим неравенство из второго решения уравнения

$$\bullet \quad -\frac{7\pi}{2} - \frac{\pi}{6} + 2\pi k - 2\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$-\frac{7\pi}{2} + \frac{\pi}{6} + 2\pi k - 2\pi + \frac{\pi}{6}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$k$$

$$\bullet \quad -\frac{7\pi}{2} - \frac{7\pi}{2} + 2\pi k - 2\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$-\frac{5\pi}{6} + 2\pi k - 2\pi + \frac{5\pi}{6}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$k$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z} \quad x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k \text{ или } x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$