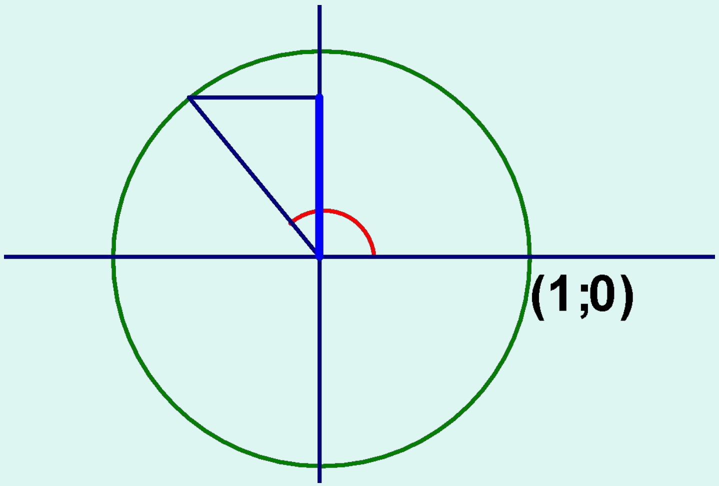
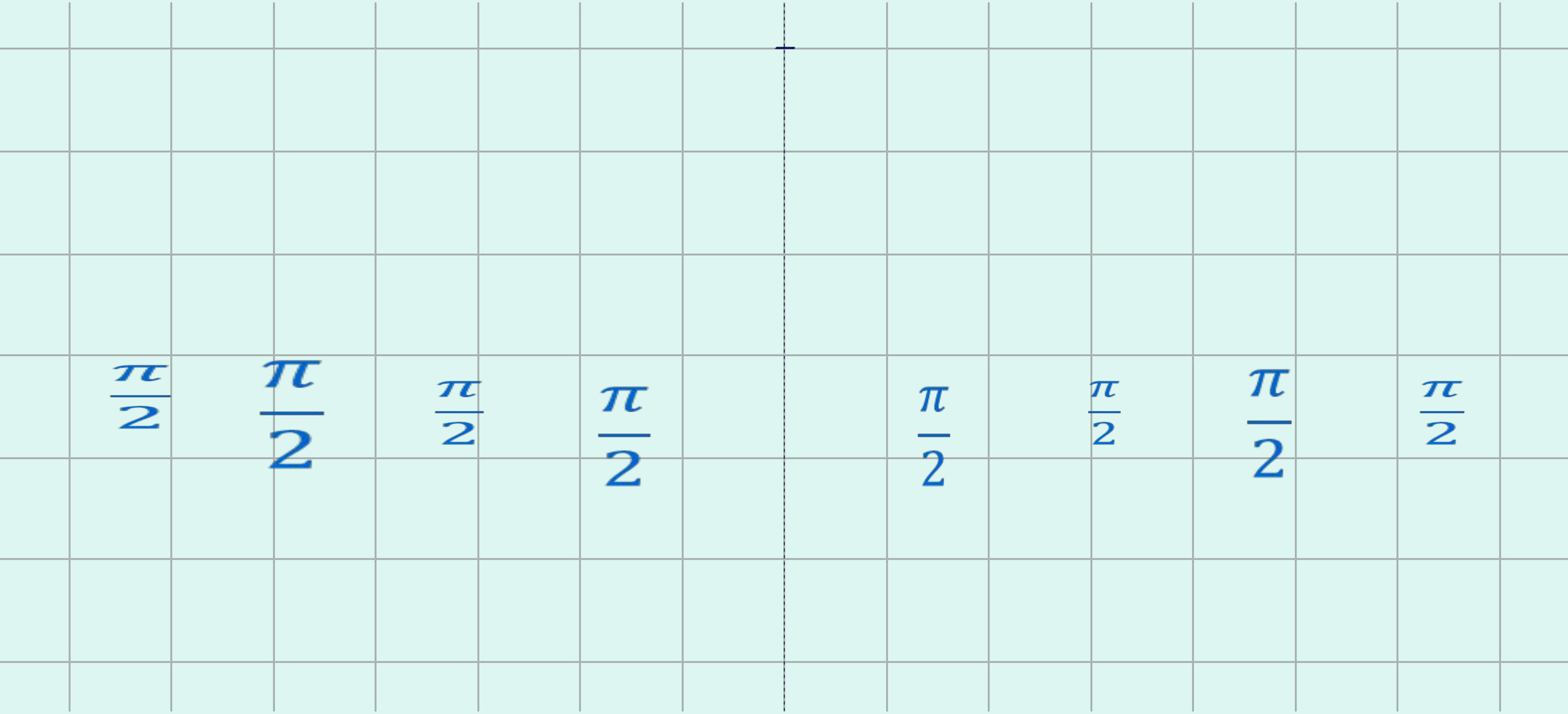
Тригонометрические уравнения

Определения тригонометрических функций

Синусом угла x называется ордината точки единичной окружности, полученной из точки (1; 0) поворотом на угол x




$\frac{\pi}{2}$
$\frac{\pi}{2}$
$\frac{\pi}{2}$
$\frac{\pi}{2}$
$\frac{\pi}{2}$
$\frac{\pi}{2}$
$\frac{\pi}{2}$
$\frac{\pi}{2}$

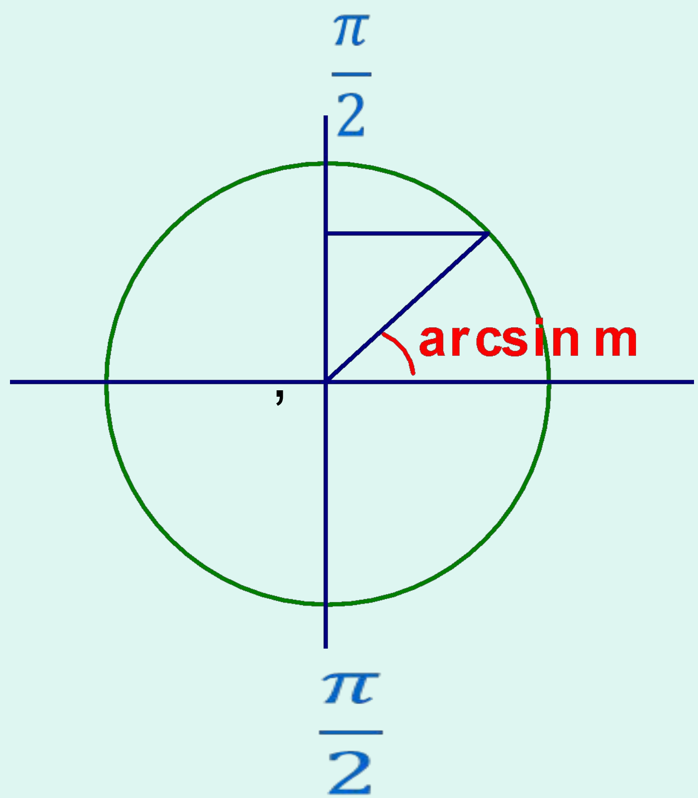
Обратные тригонометрические функции

$\frac{\pi}{2}$

Арксинусом числа m называется

угол, принадлежащий промежутку

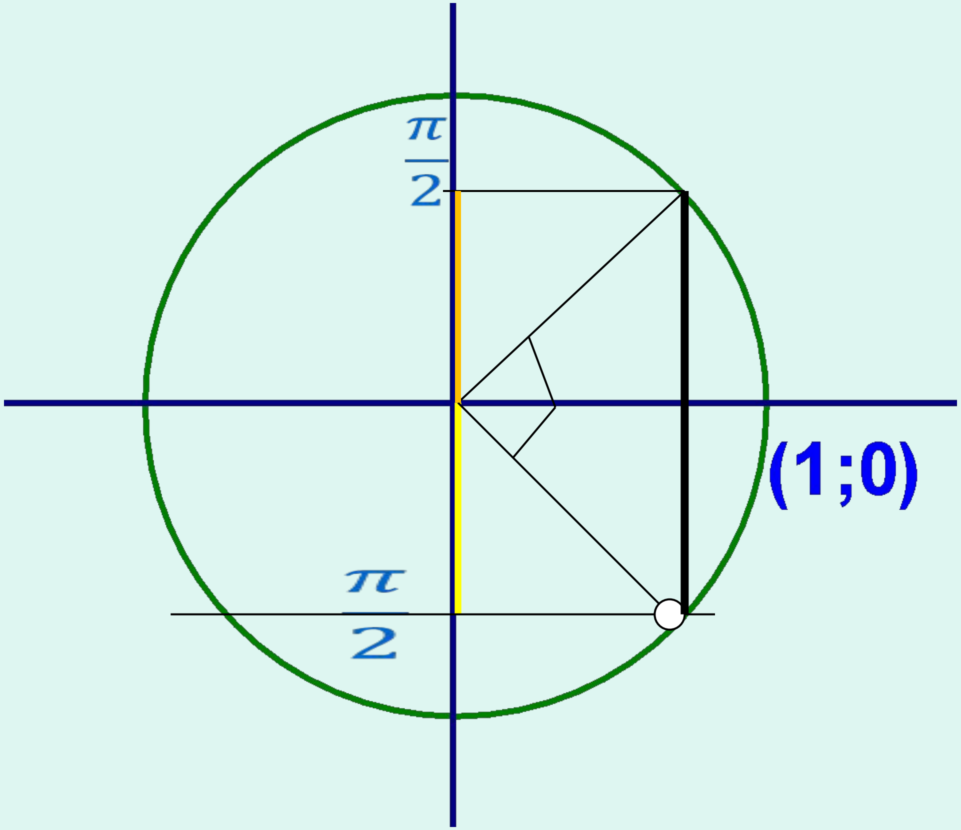
$$\left[\frac{-\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$$



синус которого равен m

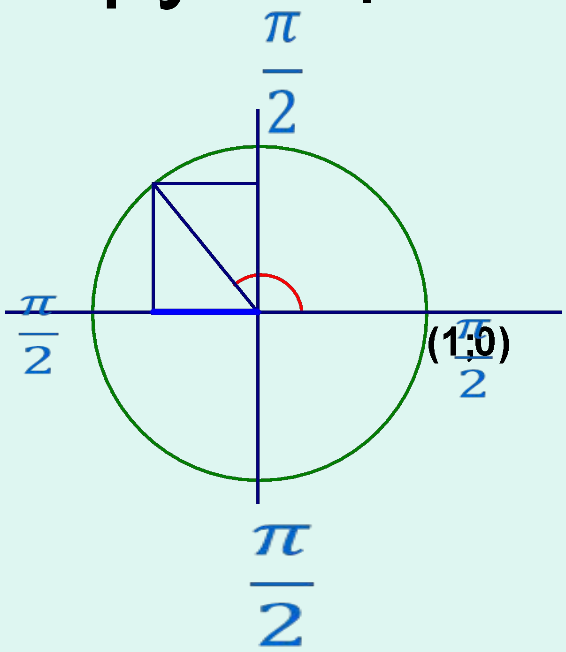
$$-1 \le m \le 1$$

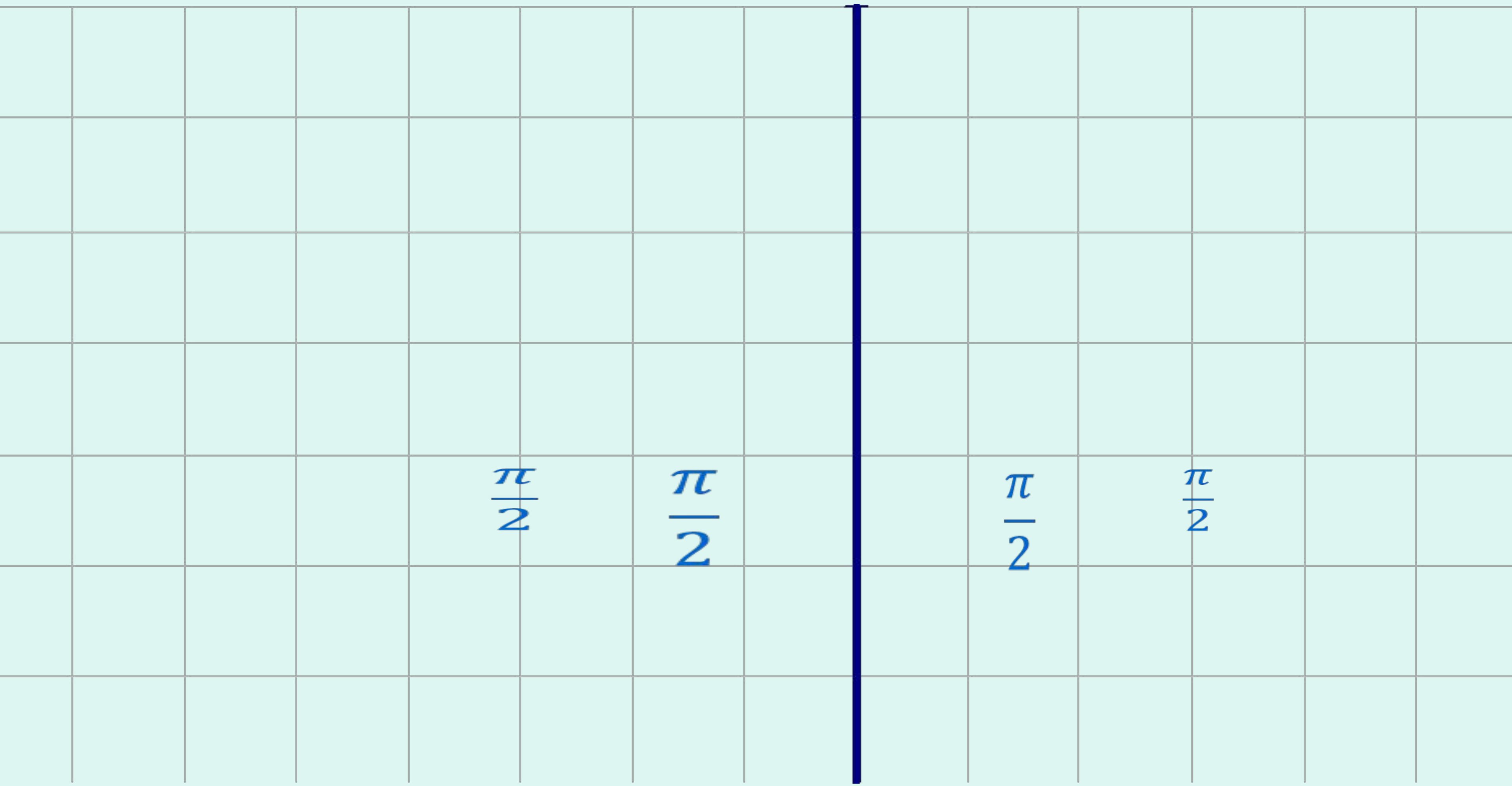
arcsin (-a)=-arcsin a



Определения тригонометрических функций

Косинусом угла х называется абсцисса точки единичной окружности, полученной из точки (1; 0) поворотом на угол х





$\frac{\pi}{2}$
$\frac{\pi}{2}$
$\frac{\pi}{2}$
$\frac{\pi}{2}$

Обратные тригонометрические функции

$$\frac{\pi}{2}$$

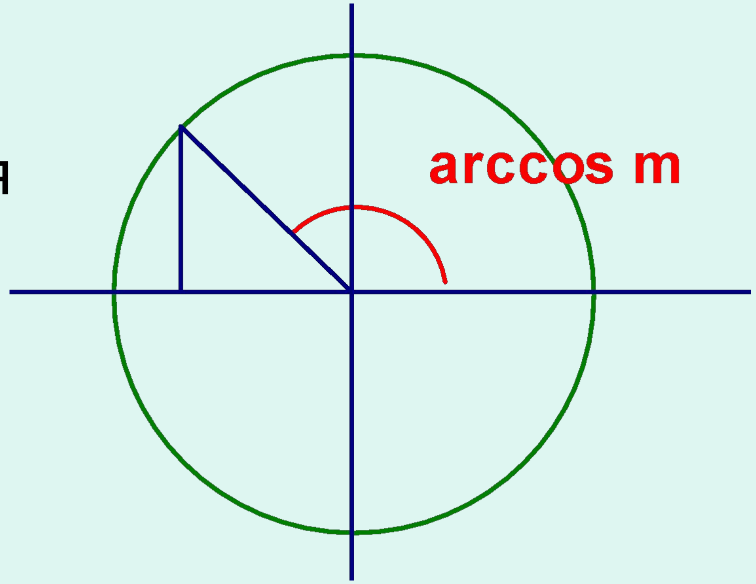
Аркосинусом числа m называется

угол, принадлежащий промежутку

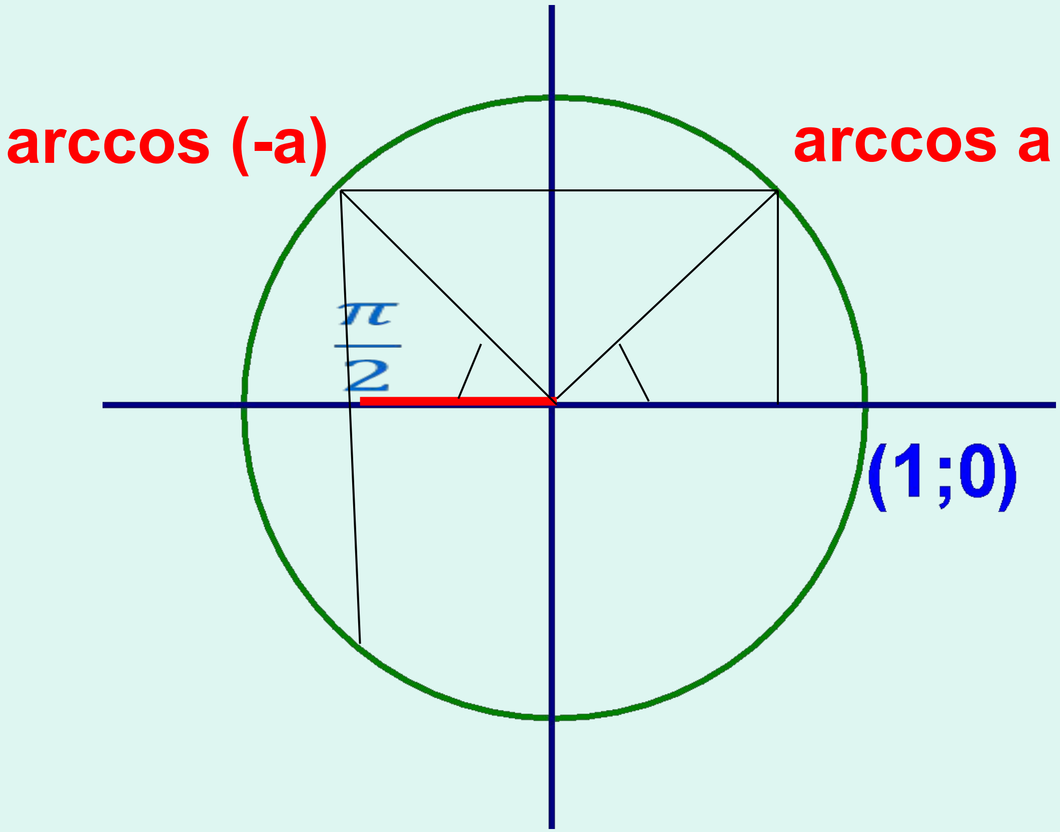
$$\left[0;\pi\right]$$

косинус которого равен m

$$-1 \le m \le 1$$

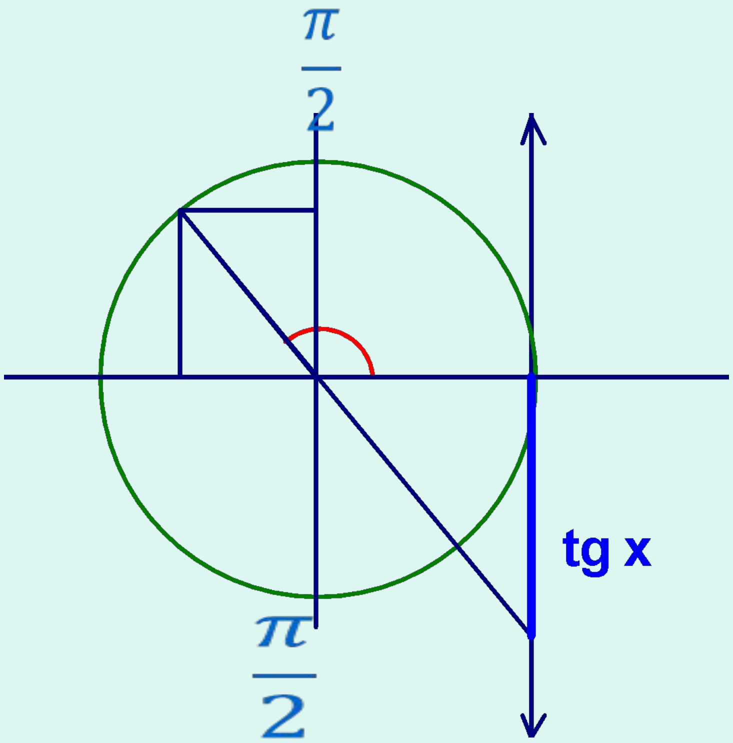


$$\frac{\pi}{2}$$



Определения тригонометрических функций

Тангенсом угла x называется
отношение синуса к косинусу



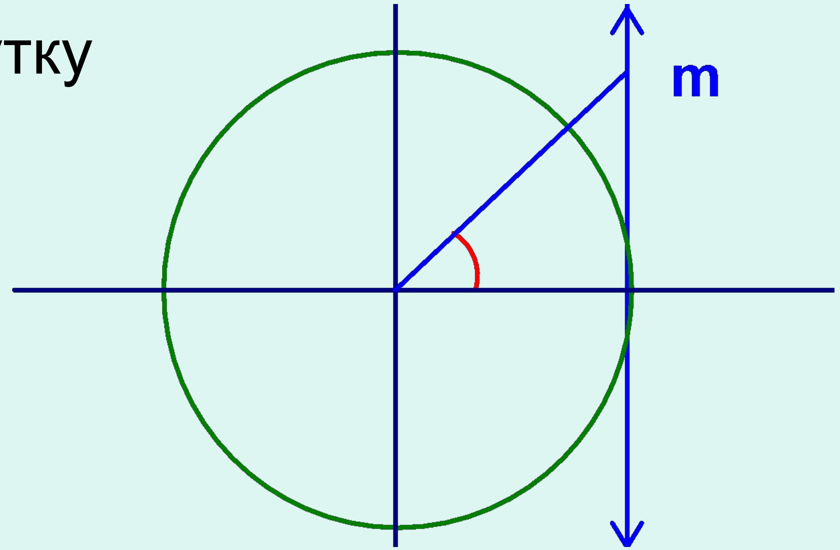
Обратные тригонометрические функции

Арктангенсом числа m называется

угол, принадлежащий промежутку

$$\left[\frac{-\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$$

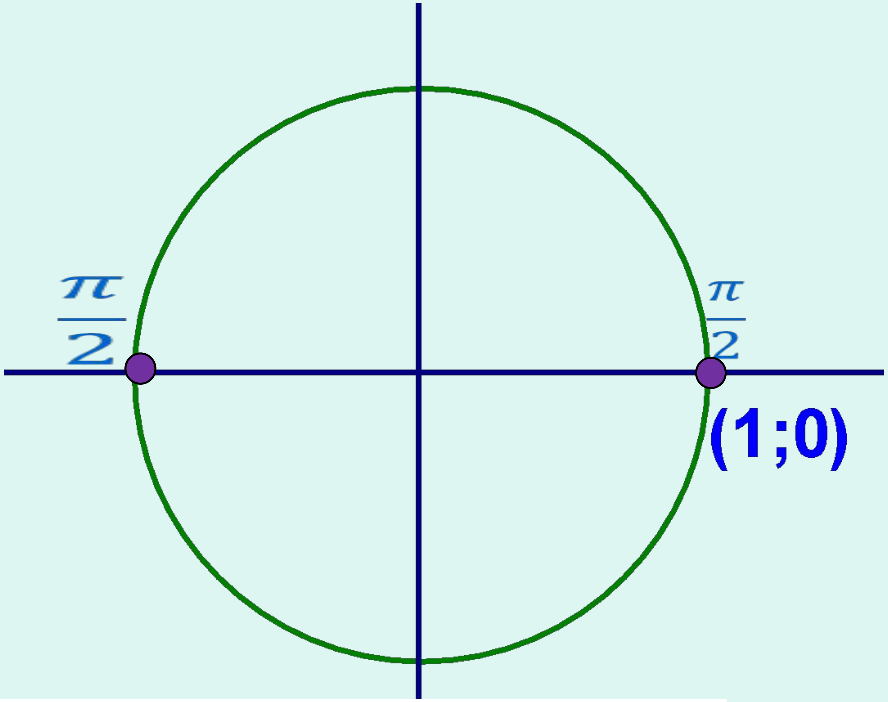
тангенс которого равен m



Решение простейших уравнений

Решим уравнение

$$\sin x = 0$$

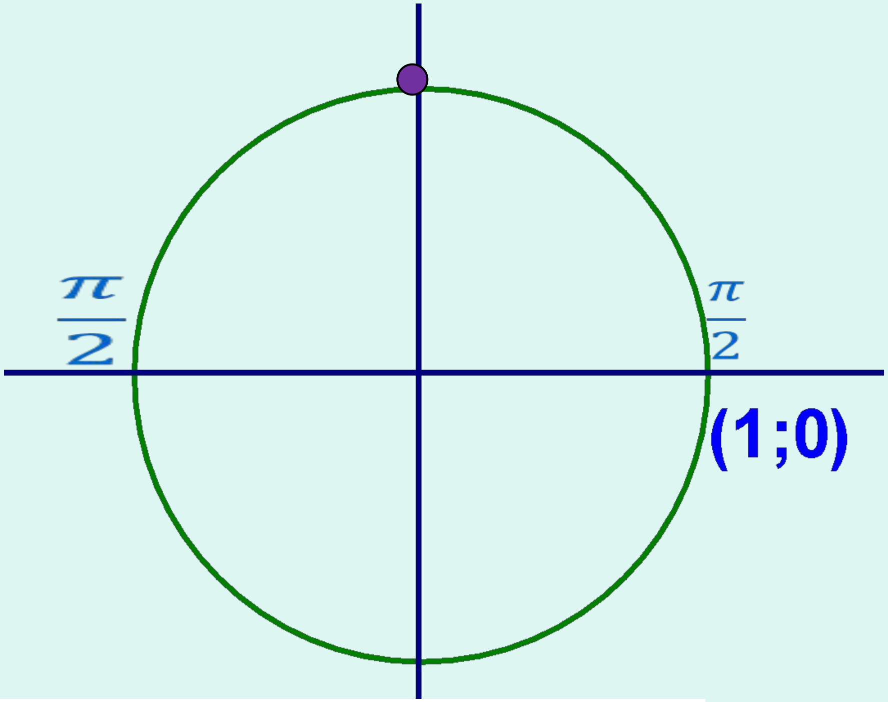


$$\sin x = 0,\ x = \pi n,\ n \in Z;$$

Решение простейших уравнений

Решим уравнение

$$\sin x = 1$$

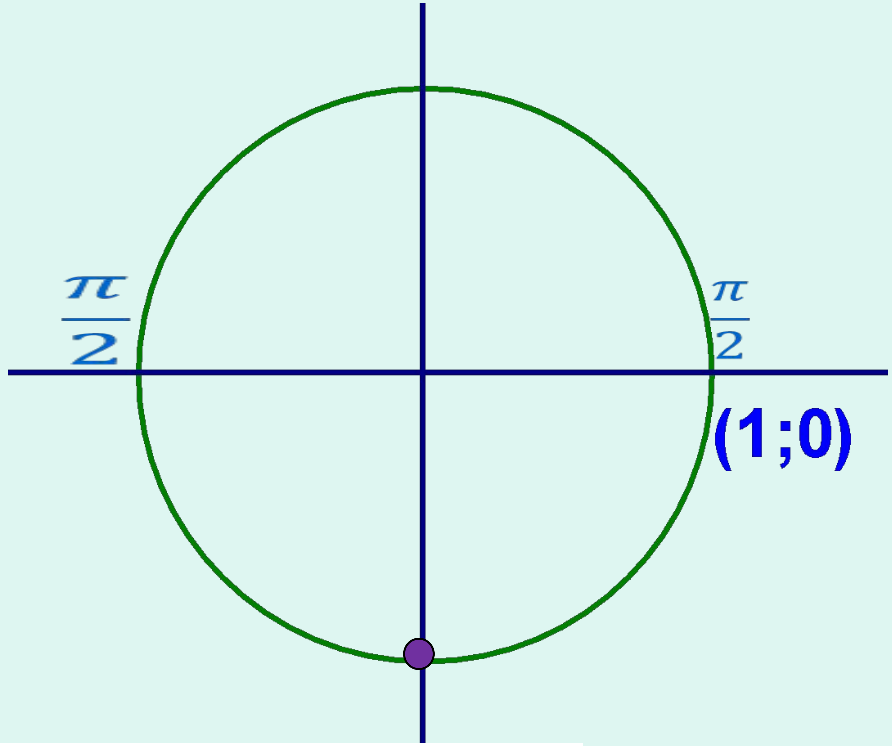


$$\sin x = 1,\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z;$$

Решение простейших уравнений

Решим уравнение

$$\sin x = -1$$

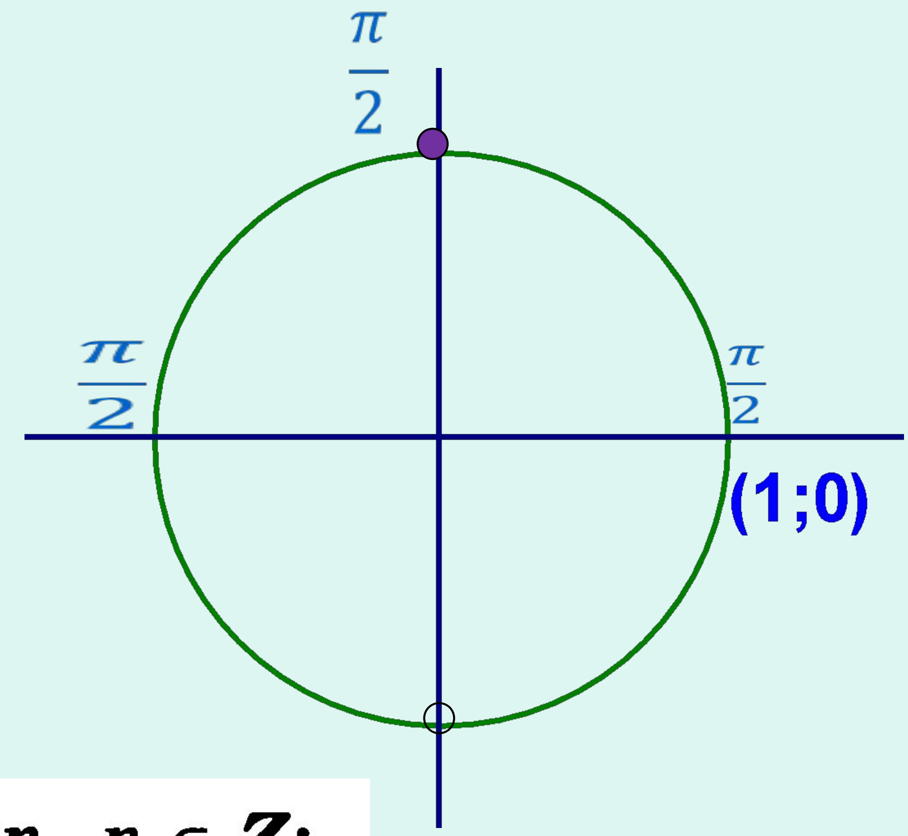


$$\sin x = -1,\ x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z.$$

Решение простейших уравнений

Решим уравнение

$$\cos x = 0$$

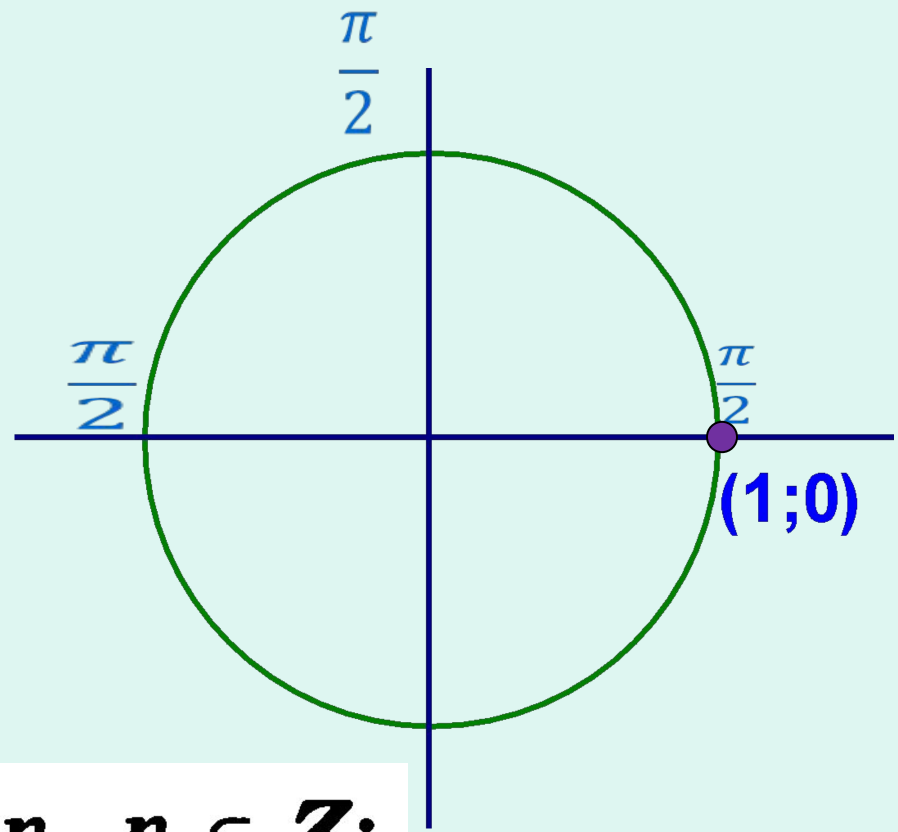


$$\cos x = 0,\ x = \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z;$$

Решение простейших уравнений

Решим уравнение

$$\cos x = 1$$

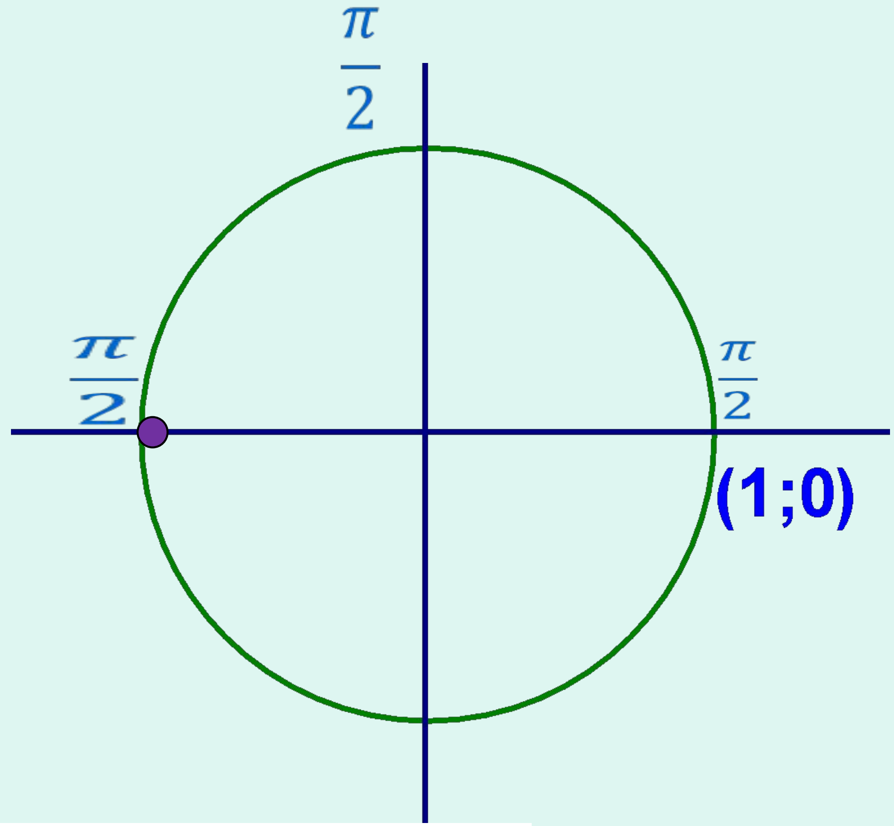


$$\cos x = 1,\ x = 2\pi n,\ n \in Z;$$

Решение простейших уравнений

Решим уравнение

$$\cos x = -1$$



$$\cos x = -1,\ x = \pi + 2\pi n,\ n \in Z.$$

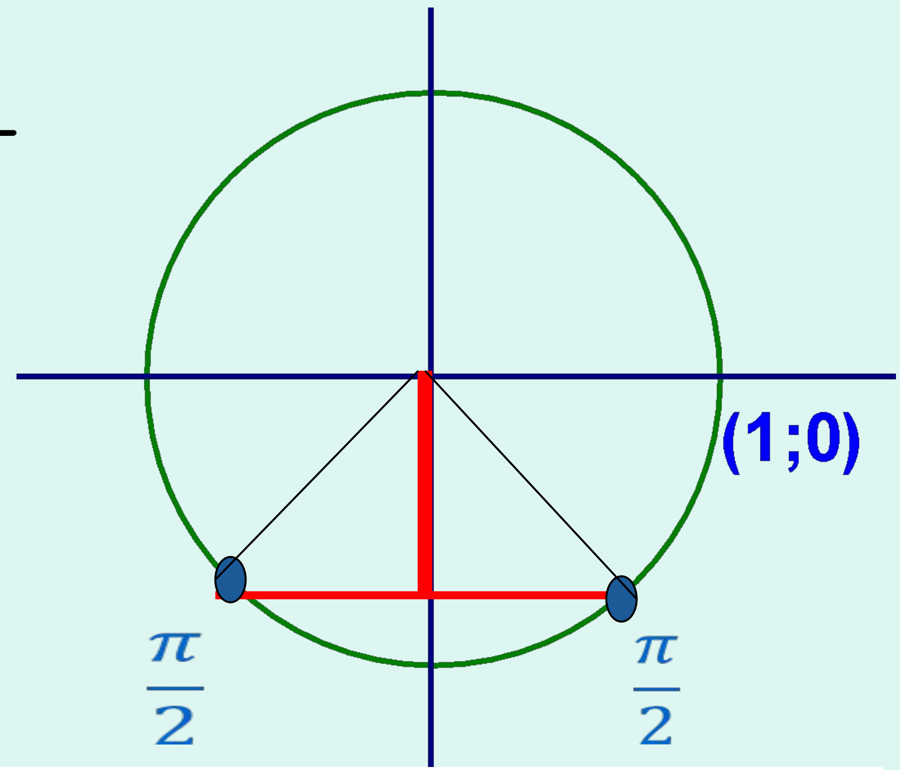
Решение простейших уравнений

Решим уравнение

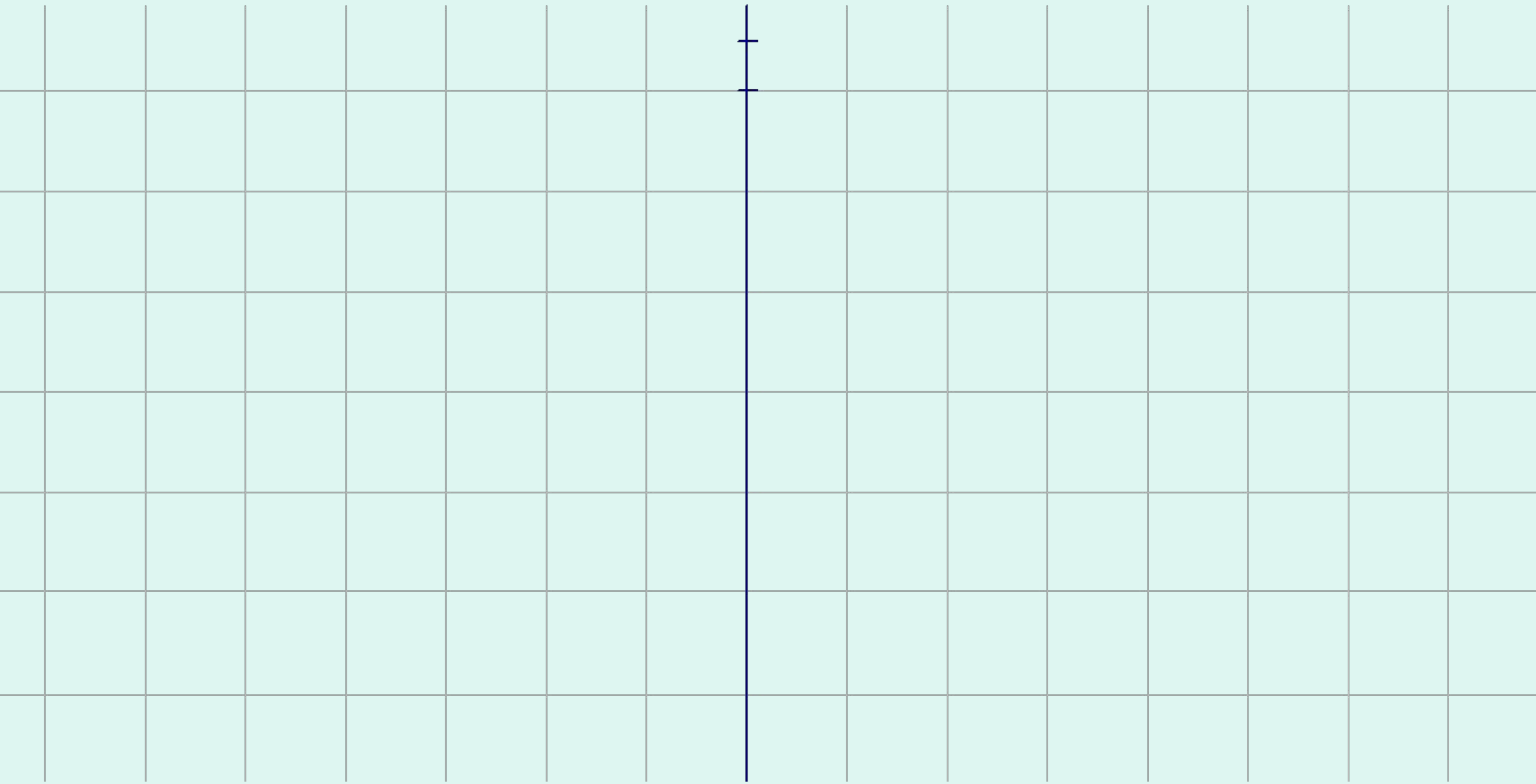
$$\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$



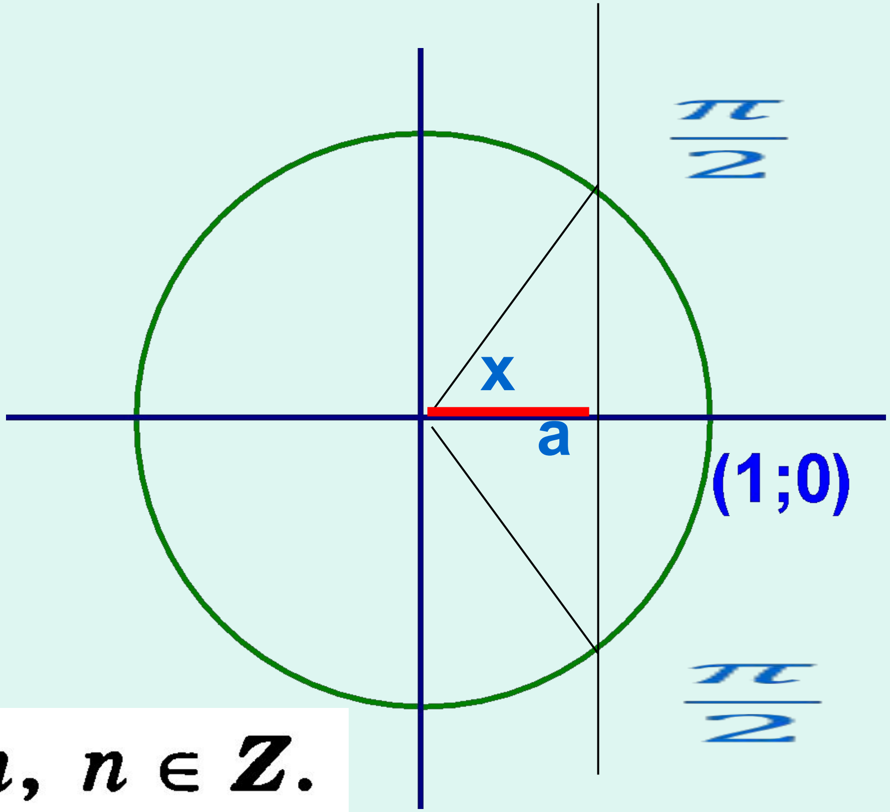
$$x = (-1)^n \arcsin a + \pi n,\ n \in \mathbb{Z}.$$



Решение простейших уравнений

Решим уравнение

$$\cos x = a$$



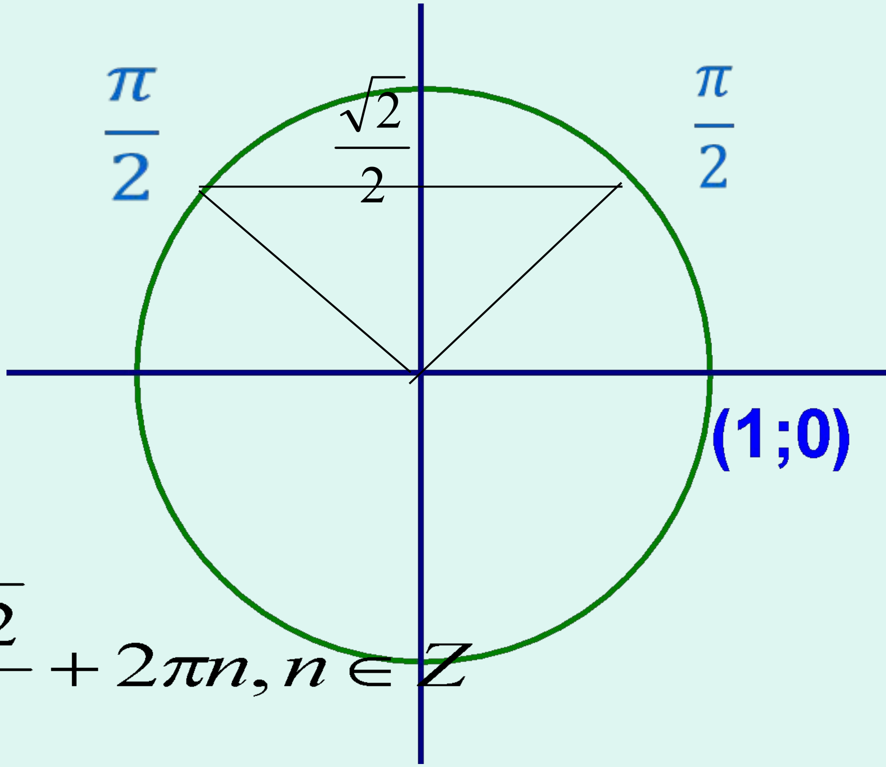
$$x = \pm \arccos a + 2\pi n,\ n \in Z.$$

Решение простейших уравнений

Решим уравнение

$$2\sin\left(\frac{3}{4}x-\frac{1}{2}\right)=\sqrt{2}$$

$$\sin\left(\frac{3}{4}x-\frac{1}{2}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$$



$$\left(\frac{3}{4}x-\frac{1}{2}\right)=(-1)^n\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}+2\pi n,\ n\in Z$$

$$\left(\frac{3}{4}x-\frac{1}{2}\right)=\frac{\pi}{4}+2\pi n,\ n\in Z \qquad \left(\frac{3}{4}x-\frac{1}{2}\right)=\frac{3\pi}{4}+2\pi n,\ n\in Z$$

$\frac{\pi}{2}$ $\frac{\pi}{2}$

С1. а) Решите уравнение $2\sin^3 x - 2\sin x + \cos^2 x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

Решение.

а) Запишем уравнение в виде:

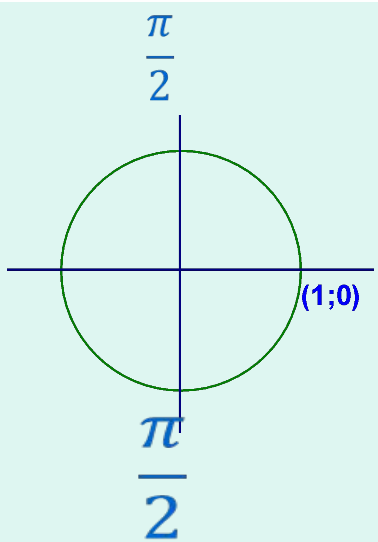
$$2\sin x(\sin^2 x - 1) - \cos^2 x = 0;$$

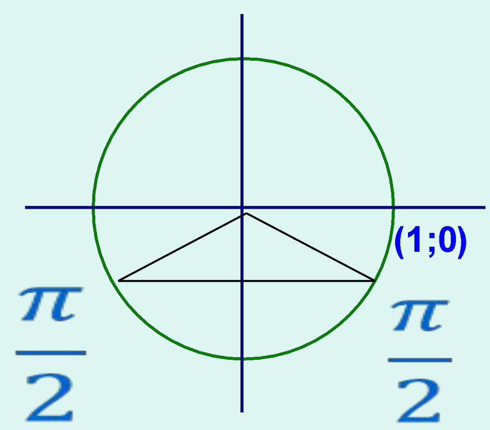
$$\cos^2 x \cdot (1 + 2\sin x) = 0.$$

Значит, или $\cos x = 0$, или $\sin x = -\frac{1}{2}$

Значит, или $\cos x = 0$, или $\sin x = -\frac{1}{2}$

$x = \frac{\pi}{2} + \pi k,\ k \in Z$ $x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k$ или $x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k,\ k \in Z.$





Чтобы отобрать корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$, решим двойное неравенство относительно k

-

$-\frac{7\pi}{2}$ $\frac{\pi}{2} + \pi k$ -2π $k \in Z$

$-\frac{7\pi}{2}$ $\frac{\pi}{2}$ πk -2π $\frac{\pi}{2}$ $k \in Z$

πk $k \in Z$

k

Теперь решим неравенство из второго решения уравнения

- $-\frac{7\pi}{2}$ $-\frac{\pi}{6}+2\pi k$ -2π , $k \in Z$

$-\frac{7\pi}{2}$ $\frac{\pi}{6}$ $2\pi k$ -2π $\frac{\pi}{6}$, $k \in Z$

$2\pi k$, $k \in Z$

πk , $k \in Z$

k , $k \in Z$

k

- $-\frac{7\pi}{2}$ $-\frac{5\pi}{6}+2\pi k$ -2π $, k \in Z$

$-\frac{7\pi}{2}$ $\frac{5\pi}{6}$ $2\pi k$ -2π $\frac{5\pi}{6}$ $, k \in Z$

$2\pi k$ $, k \in Z$

k $, k \in Z$

k

$x = \frac{\pi}{2} + \pi k,\ k \in Z$ $x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k$ или $x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k,\ k \in Z.$