

Из истории решения уравнений.

Учитель Радюк С.Е.

A decorative graphic element consisting of several horizontal lines of varying lengths and colors (teal, light blue, white) extending from the right side of the slide.

Решение уравнений математиками древности

- *Древний Вавилон* .Трудно сказать когда же было решено самое первое уравнение, но среди обнаруженных археологами клинописных текстов, которые относятся ко времени первой вавилонской династии (около 1950 г. до н.э.), есть свидетельство о том, что вавилоняне уже тогда полностью владели техникой решения квадратных уравнений. Они решали и квадратные уравнения с двумя неизвестными, решали даже задачи, сводящиеся к кубическим и биквадратным уравнениям. Такие задачи они формулировали только при определённых числовых значениях коэффициентов, но их методы не оставляют никакого сомнения относительно того, что они знали общие правила.

- *Древняя Греция.*

Древняя алгебра Вавилона совершенствовалась в эпоху Древней Греции. Среди уцелевших книг **Диофанта (около 250 г.)** есть весьма разнообразные задачи, решение которых сводилось к уравнениям вида: $Ax^2+Bx+C=y^2$, $Ax^3+Bx^2+Cx+D=y^2$ или системам таких же уравнений. Типично для Диофанта то, что его интересуют только положительные рациональные решения. При этом он использовал специальные обозначения для неизвестного, для минуса, для обратной величины, для степени... Но его идеи не нашли поддержки и вскоре были забыты. Лишь через 15 веков ими воспользовался другой великий математик – Виет и человечество получило новую теорию алгебраических уравнений.

Диофант.

*«Труды его подобны сверкающему огню
посреди полной непроницаемой тьмы»*

Стройк.

- **Диофант** представляет одну из занимательных загадок математики. Мы не знаем, кем был Диофант, чёткие годы его жизни, нам не известны его предшественники, которые работали бы в той же области что и он. На его могиле есть стихотворение- загадка, решая которую несложно подсчитать, что Диофант прожил 84 года. До нас дошло 7 книг из, может быть 13, которые были объединены в **«Арифметику»**. Стиль и содержание этих книг резко отличаются от классических античных сочинений по теории чисел и алгебре. «Арифметика», несомненно явилась результатом бесчисленных исследований. Мы можем лишь гадать о её корнях и изумляться богатству и красе её способов и результатов. Итак, «Арифметика» Диофанта – это сборник задач (их всего 189), каждая из которых снабжена решением и нужным пояснением. В книгу входят разнообразные задачи, а их решение порой в высшей степени остроумно! Диофант практиковался в решении неопределённых уравнений или систем таких уравнений. Его интересовали лишь положительные целые коэффициенты и оптимальные решения. Иррациональные решения он называет «невозможными» и тщательно подбирает коэффициенты так, чтобы желаемые решения. Поэтому, традиционно, неопределённое уравнение (как правило с целыми коэффициентами) получает титул «диофантово».

Индийские, арабские и китайские математики.

- Первое общее решение неопределённого уравнения первой степени $ax+by=c$ (a, b, c – целые числа) встечается у **Брахмагупты** (около 625 г.). Индийские математики пошли дальше Диофанта в том отношении, что допускали отрицательные корни уравнений, хотя это в свою очередь, должно быть, соответствует более древней практике, сложившейся под влиянием вавилонской астрономии. Например, для уравнения $x^2-45x=250$ **Бхаскара** -II находил решения $x=50$ и $x=-5$, но по поводу приемлемости отрицательного корня он высказывал известный скептицизм. В Индии были распространены публичные соревнования в решении трудных задач. В одной из старинных индийских книг так говорится по поводу таких соревнований: «*Как солнце блеском своим затмевает звёзды, так учёный человек затмит славу в народных собраниях, предлагая и решая алгебраические задачи*». Часто задачи облакалась в стихотворную форму.

Вот одна из задач знаменитого индийского математика 12 века Бхаскары:

« Обезьянок резвых стая всласть поевши, развлекалась.

Их в квадрате часть восьмая на поляне забавлялась,

*А двенадцать по лианам стали прыгать , повисая. *

Сколько ж было обезьянок, ты скажи мне в этой стае?»

Решение:

$$\frac{x^2}{64} + 12 = x$$

$$x^2 + 12 \cdot 64 = 64x$$

$$x^2 - 64x + 768 = 0$$

$$x_{1,2} = 8 = 8;$$

$$x_1 = 8 + 16 = 24;$$

$$x_2 = 8 - 16 = -8.$$

Т.о. количество обезьянок – 24.

Мухаммед ибн Муса ал-Хорезми

- *«Я составил краткую книгу об исчислении алгебры и алмукабалы, заключающую в себе простые и сложные вопросы арифметики, ибо это необходимо людям».*
Ал-Хорезми

- **Мухаммед ибн Муса ал-Хорезми** - крупнейший ученый первой половины IX века, труды которого сыграли огромную роль в развитии математики и естествознания вначале в обширном регионе азиатской культуры, а затем, начиная с XII века, и в Европе. Крупнейший американский историк науки Дж.Сартав назвал всю первую половину IX века «временем ал-Хорезми», которого он характеризовал как самого крупного ученого той поры.

Об ал-Хорезми написано достаточно много научных работ.

- К этому трудно добавить что-либо новое о нем и его современниках-ученых, работавших в Мерве.
- Сейчас установлено, что ал-Хорезми был автором следующих сочинений:
 - 1) «Книга об индийской арифметике» (или «Книга об индийском счете»);
 - 2) «Краткая книга об исчислении алгебры и алмукабалы»;
 - 3) «Астрономические таблицы (зидж)»;
 - 4) «Книга картины Земли»;
 - 5) «Книга о построении астролябии»;
 - 6) «Книга о действиях с помощью астролябии»;
 - 7) «Книга о солнечных часах»;
 - 8) «Трактат об определении эры евреев и их праздниках»;
 - 9) «Книга историй».Из этих сочинений до нас дошло только семь — в текстах, принадлежащих либо самому ал-Хорезми, либо его средневековым комментаторам.

- В алгебраическом трактате Аль – Хорезми даётся классификация линейных и квадратных уравнений. Автор насчитывает 6 видов уравнений, выражая их следующим образом:
- «Квадраты равны корням», т.е. $ax^2=bx$.
- «Квадраты равны числу», т.е. $ax^2=c$.
- «Корни равны числу», т.е. $ax=c$.
- «квадраты и числа равны корням», т.е. $ax^2+c=bx$.
- «Квадраты и корни равны числу», т.е. $ax^2+bx=c$.
- «Корни и числа равны квадратам», т.е. $bx+c=ax^2$.
- Автор излагает способы решения указанных уравнений , используя приёмы алджабр и ал-мукабала. Его решение, конечно не совпадает с нашим, например он, как и все математики до 17 века не учитывает нулевых решений, вероятно потому, что в конкретных практических задачах оно не имеет значения.
- **Задача Ал-Хорезми:** « Квадрат и число 21 равны 10 корням. Найти корень» ($x^2+21=10x$) .
- **Решение:** Раздели пополам число корней, получишь 5, умножь 5 само на себя, от произведения отними 21, останется 4. Извлеки корень из 4, получишь 2. Отними 2 от 5, получишь 3, это и будет искомый корень. Или же прибавь 2 к 5, что даст 7, это тоже есть корень.

Индийская и арабская математика влияли на науку Китая. В книге составленной **Ван Сяо-туном** мы находим кубические уравнения Более сложные, чем $x^3=a$. Но период расцвета древнекитайской математики наступил только во времена династии Сун (960-1279 г) и периода владычества монголов при Юане. Из числа ведущих математиков можно выделить **Цинь Цзю-шао**, который развивал тогда уже теорию неопределённых уравнений, а также занимался решением уравнений высших степеней, например :

$$-X^{45} + 763200 x^2 - 40642560000 = 0.$$

Квадратные уравнения в Европе 12-17 веков.

- Формы и методы решения квадратных уравнений по образцу Ал-Хорезми в Европе были впервые изложены в «**Книге абака**», написанной в **1202 году** итальянским математиком **Леонардом Фибоначчи**. Автор разработал самостоятельно некоторые новые алгебраические примеры решения задач и первый в Европе подошёл к введению отрицательных чисел.
- Эта книга способствовала распространению алгебраических знаний не только в Италии, но и Германии, Франции и других странах Европы. Многие задачи из этой книги переходили почти во все европейские учебники XIV-XVII вв. Общее правило решения квадратных уравнений, приведенных к единому каноническому виду $x^2 + bx = c$ при всевозможных комбинациях знаков и коэффициентов b, c , было сформулировано в Европе в **1544 г. М.Штифелем**.

Эпоха Возрождения.

- Большой вклад в развитие алгебры внесли математики – алгебраисты 16 столетия. Эти математики Возрождения были участниками культурного движения, заодно они были творческими медиками, архитекторами, живописцами, гражданскими и военными инженерами, купцами. Бурное развитие больших и могущественных городов вдохновляло их деятельность. Ранний меркантилизм дал им не только новую теорию алгебраических уравнений, но и новую науку о перспективе.

- В 1494 году в книге «Сумма арифметики» францисканского монаха **Луки Пачоли** есть замечание, что решение уравнений $x^3+mx=n$, $x^3+n=mx$ столь же невозможно при современном ему состоянии науки, как и квадратура круга.
- Это замечание стало отправной точкой для математиков **Болонского университета**. Болонский университет в конце 15 столетия был одним из самых известных и больших в Европе. В разные времена студентами были **Пачоли**, **Альбрехт Дюрер** и **Коперник**.

. Для новой эпохи характерным было стремление не только усвоить науку классиков, но и создать новое, перешагнуть через границы, указанные классиками. Древние греки и восточные народы испытывали свою изобретательность на решении уравнений третьей степени, но они только решили несколько частных случаев. Теперь же Болонские математики пытались найти общее решение. Эти уравнения третьей степени можно было свести к трём типам: $x^3+px=q$, $x^3=px+q$, $x^3+q=px$, где p и q – положительные числа.

Они были тщательно исследованы **Сципионом Дель Ферро**, который умер в 1526 г. Считается, что Дель Ферро действительно решил все типы, но он никогда не публиковал своих решений и рассказал о них лишь немногим своим друзьям.

- После смерти дель Ферро венецианский мастер счёта, по прозвищу **Тарталья** переоткрыл его приёмы (1535 г.). Свой способ он по – прежнему держал в тайне. Наконец, он раскрыл свои соображения ученому доктору из Милана **Иерониму Кардано**, который поклялся, что будет хранить их в тайне. Однако, когда Кардано опубликовал в 1245 году свою книгу «Великое искусство», Тарталья с возмущением обнаружил, что в ней полностью раскрыт его метод. Полученное решение теперь известно, как формула Кардано.

Франсуа Виет.

- В **1593** году бельгийский математик **Адриенн ван Ромен** предложил решить уравнение 45-ой степени. Сам он указал некоторые частные случаи. Французский математик Франсуа Виет с лёгкостью справился я этой задачей. Главная же заслуга Виета состоит в усовершенствовании теории уравнений. Он был одним из первых, кто числа изображал буквами. Работы алгебраистов 16 века были написаны с помощью очень сложных обозначений, а усовершенствования Виета позволило значительно упростить эти записи. Кроме того заслуга Виета в *открытии теоремы о корнях приведённого квадратного уравнения (теорема Виета)* и в изобретении знаков «+» и «-» без которых мы теперь ни мыслим математики.