

МАОУ ЗАРЁВСКАЯ СРЕДНЯЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА  
С УГЛУБЛЕННЫМ ИЗУЧЕНИЕМ ОТДЕЛЬНЫХ ПРЕДМЕТОВ

**Исследовательский проект**  
**“Решение**  
**некоторых нестандартных задач**  
**по алгебре”**



Работу выполнила:  
обучающаяся 9 «Б» класса  
Шумилкина Виктория

Научный руководитель:  
учитель математики  
Шаповалова В.Н.

Г. Домодедово, 2014г.

**Объект исследования:** некоторые виды нестандартных задач по математике.

**Предмет исследования:** решение задачи - как объект конструирования и изобретения.

**Гипотеза:** рассмотрение решения нескольких нестандартных текстовых задач позволит сделать вывод о наличии единого подхода к их решению или его отсутствию.



## Цель работы:

изучить методы решения некоторых, наиболее часто встречающихся, видов школьных математических нестандартных задач

## Задачи:

- Систематизировать, расширить и углубить теоретические знания по данной теме;
- Рассмотреть структуру процесса решения задачи, стандартные задачи и их решение;
- Изучить различные методы решения нестандартных задач;
- Применить рассматриваемые приемы, методы и подходы при решении конкретных задач.



## **Актуальность :**

- нестандартные задачи способствуют повышению мотивации к изучению математики;
- развивают мышление и творческую активность;
- формируют умения и навыки для решения практических задач;
- изучение данной темы помогает более глубоко подготовиться к олимпиадам и ГИА (ЕГЭ).

## **Проблема исследования**

Заключается в необходимости выявления основных подходов к решению нестандартных математических задач.



## Методы исследования:

- поисковый метод с использованием научной и учебной литературы;
- практический метод решения задач;
- исследовательский метод решения задач;
- анализ полученных результатов.



# Структура работы



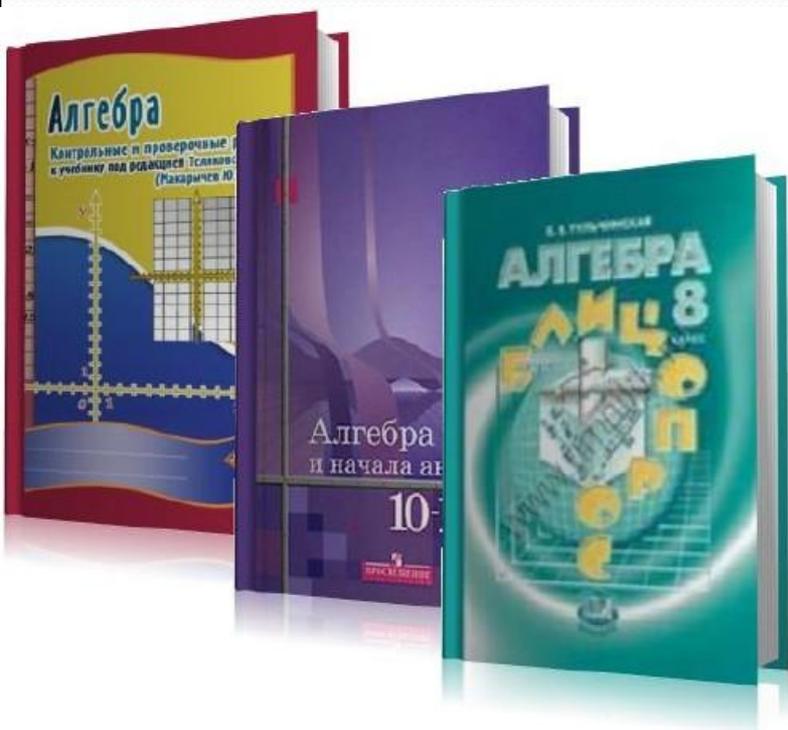
# Что значит решить математическую задачу

Решить математическую задачу – это значит найти такую последовательность общих положений математики (определений, аксиом, формул, теорем, правил, законов), применяя которые к условиям задачи или к их следствиям (промежуточным результатам решения) получаем то, что требуется в задаче, - её ответ.



# Стандартные задачи и их решение

Математические задачи, для решения которых в школьном курсе математики имеются готовые правила (в любой форме) или эти правила непосредственно следуют из каких-либо определений или теорем, определяющих программу решения этих задач в виде последовательности шагов, называют *стандартными*.



Словесное правило.

Правило – формула.

Правило – тождество.

Правило – теорема.

Правило – определение.

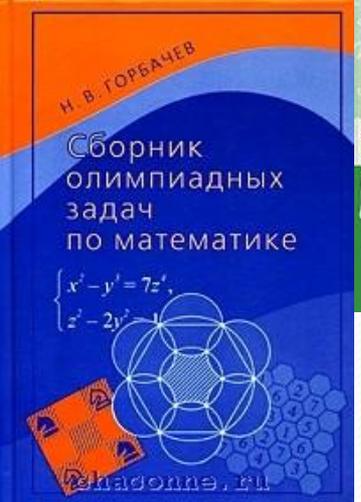
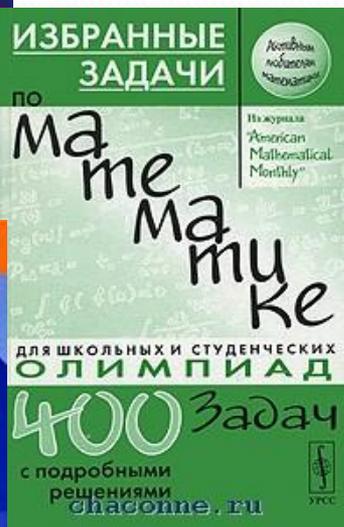
# Нестандартные задачи и их решение

*Нестандартные задачи* — это такие задачи, для которых в курсе школьной математики не имеется общих правил и положений, определяющих точную программу их решения.

Виды текстовых задач,

изучаемые в школьном курсе математики:

- Задачи на проценты, смеси (сплавы)
- Задачи на числа
- Задачи на конкретную работу
- Задачи на совместную работу
- Задачи на «сухопутное» движение
- Задачи на задержку движения
- Задачи на движение мимо неподвижного наблюдателя
- Задачи на движение «по реке»
- Задачи на движение навстречу друг другу
- Задачи на косвенное выражение скорости
- Задачи на разбавление



# Структура процесса решения задач

- 1-й этап: анализ;
- 2-й этап: схематическая запись;
- 3-й этап: поиск способа решения;
- 4-й этап: осуществление решения;
- 5-й этап: проверка решения;
- 6-й этап: исследование задачи;
- 7-й этап: формулировка ответа;
- 8-й этап: анализ решения.



# Задачи на движение

## Задача 1.

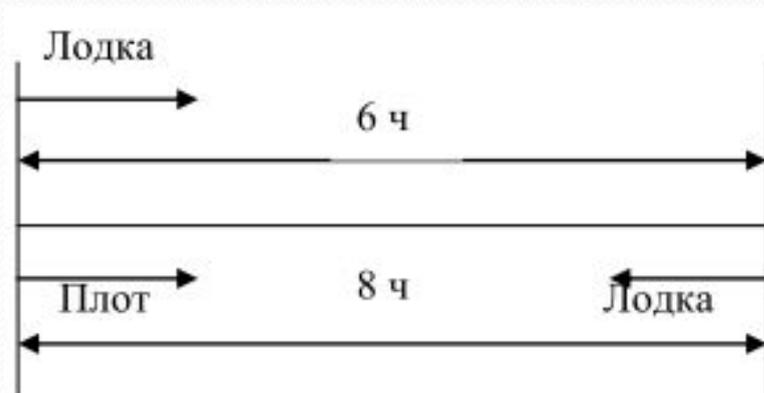
Лодка прошла по течению реки расстояние между двумя пристанями за 6 ч, а обратный путь она совершила за 8 ч. За сколько времени пройдет это расстояние плот, пущенный по течению реки?

## Решение.

### 1. Анализ задачи.

В задаче идет речь о двух объектах: лодка и плот. Лодка имеет какую-то собственную скорость, а река, имеет определённую скорость течения. Но эти скорости в задаче не даны, также неизвестно расстояние между пристанями. Однако требуется найти не эти неизвестные скорости и расстояние, а время, за которое плот проплывёт неизвестное расстояние между пристанями.

### 2. Схематическая запись задачи.



# Задачи на движение

## 3. Поиск способа решения задачи.

Нужно найти **время**, за которое плот проплывёт расстояние между пристанями А и В.

Обозначим расстояние АВ буквой  $S$  (км),

скорость течения реки примем равной  $a$  км/ч.

Собственную скорость лодки положим  $v$  км/ч.

Отсюда естественно возникает план решения: составить систему уравнений относительно введенных неизвестных.

## 4. Осуществление решения задачи.

Пусть расстояние АВ равно  $S$  км, скорость течения реки  $a$  км/ч, собственная скорость лодки  $v$  км/ч, а искомое время движения плота на пути в  $S$  км равно  $x$  ч.

$(v+a)$  км/ч - скорость лодки по течению реки.

Следовательно,  $S=6(v+a)$ . (1)

$(v-a)$  км/ч – скорость против течения, поэтому  $S=8(v-a)$ . (2)

Плот проплыл расстояние  $S$  км за  $x$  ч, следовательно,  $ax= S$ . (3)

$$v+a = \frac{S}{6}, v-a = \frac{S}{8}.$$

Вычитая из первого уравнения второе, получим:  $2a = \frac{S}{6} - \frac{S}{8}$ . Отсюда  $a = \frac{S}{48}$ .

Подставим найденное выражение для  $a$  в уравнение (3):  $\frac{S}{48} \cdot x = S, S \neq 0$ ,

Найдем  $x=48$ .

# Задачи на движении

## 5. Проверка решения.

- 1) от скорости лодки по течению отнять скорость течения реки, т.е.

$$\frac{s}{6} - \frac{s}{48},$$

- 2) к скорости лодки против течения прибавить скорость течения

реки, т.е.  $\frac{s}{8} + \frac{s}{48}$ .

## 6. Исследование задачи.

## 7. Ответ: 48 часов..

## 8. Анализ задачи.

Лодка проплывёт расстояние АВ по течению реки за 6 ч, а против – за 8 ч. Найдём, что в 1 ч лодка, идя по течению, проходит  $\frac{1}{6}$  часть этого расстояния, а против течения -  $\frac{1}{8}$ . Тогда разность между ними  $(\frac{1}{6} - \frac{1}{8} = \frac{1}{24})$  есть удвоенная часть расстояния АВ, проплываемая плотом за 1 ч. Значит, плот за 1 ч проплывёт  $\frac{1}{48}$  часть расстояния АВ, следовательно, всё расстояние АВ он проплывёт за 48 ч.

# Задачи на движение

## Задача 2.

Расстояние от реки до турбазы туристы рассчитывали пройти за 6 ч. Однако после 2 ч пути они уменьшили скорость на 0,5 км/ч и в результате опоздали на турбазу на 30 мин. С какой скоростью шли туристы первоначально?

## Решение.

Пусть первоначальная скорость туристов  $x$  км/ч. Тогда за 6 ч, за которые они рассчитывали пройти расстояние от реки до турбазы, они прошли бы  $6x$  км. На самом деле этот путь они прошли следующим образом: 2 ч они шли с первоначальной скоростью, а затем ещё 4,5 ч (они опоздали на 0,5 ч) – с уменьшенной скоростью  $(x-0,5)$  км/ч. Следовательно, они прошли всего  $2x+4,5(x-0,5)$  км, что равно расстоянию от турбазы до реки, т.е.  $6x$  км. Получаем уравнение  $2x+4,5(x-0,5)=6x$ .

Решив это уравнение, найдем  $x=4,5$ .

**Ответ:** 4,5 км/ч.

# Задачи на проценты, смеси и сплавы

## Задача 3.

Сколько 90 и 60% - ной серной кислоты надо взять, чтобы получить 5,4 кг 80%-ной серной кислоты? [1]

### Решение задачи:

Пусть 90%-ного раствора взяли  $x$  кг, тогда 60%-ного раствора взяли  $(5,4-x)$  кг. Чистой серной кислоты в первом растворе будет  $0,9x$  кг, а во втором растворе  $0,6 \cdot (5,4-x)$  кг. В смеси чистой серной кислоты  $0,8 \cdot 5,4$  кг.

$0,9x + 0,6(5,4-x) = 0,8 \cdot 5,4$ , из которого найдем  $x = 3,6$ .

Значит, 90%-ной серной кислоты надо взять 3,6 кг, 60%-ной – 1,8 кг.

**Ответ задачи:** 3,6 и 1,8 кг.

## Задача 4.

На покупку магнитофона ученик заработал в каникулы 52 р. Остальные деньги ему дали два старших брата и отец. Причем отец дал 50% всех собранных денег без его денег, первый брат дал 33 % всех собранных денег без его денег и второй брат дал 25% всех собранных денег без его денег. Сколько денег дал каждый из них?

# Задачи на проценты, смеси и сплавы

**Решение задачи:**

Обозначим за  $x$  р количество денег, которые дал отец,  $y$  р - дал 1 брат,  $z$  р –дал 2 брат.

Т.к.  $50\%=0,5$ ,  $33\frac{1}{3}\%=33\frac{1}{3}:100=\frac{1}{3}$ ,  $25\%=0,25$ , то по условию задачи отец дал  $0,5(52+z+y)$  р, 1 брат дал  $\frac{1}{3}(52+x+z)$  р, 2 брат дал  $0,25(52+x+y)$  р, из уравнений  $0,5(52+z+y)=x$ ,  $\frac{1}{3}(52+x+z)=y$ ,  $0,25(52+x+y)=z$  составим систему

$$\begin{cases} 0,5(52+z+y) = x \\ \frac{1}{3}(52+x+z) = y \\ 0,25(52+x+y) = z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 52+z+y = 2x \\ 52+x+z = 3y \\ 52+x+y = 4z \end{cases}, \text{ решая эту систему,}$$

получим  $x=80$ ,  $y=60$ ,  $z=48$ .

**Ответ задачи:** отец дал 80 рублей, 1 брат дал 60 рублей, 2 брат дал 48 рублей.

# Задачи совместную работу

## Задача 5.

Два трактора, работая вместе, могут выкопать котлован за 12 дней. Первый, работая отдельно, может выкопать этот котлован на 10 дней быстрее, чем второй. За сколько дней может выкопать котлован каждый трактор, работая самостоятельно?

## Решение.

	Работа	Производительность	Время
1 трактор	1	$\frac{1}{x}$	x
2 трактор	1	$\frac{1}{y}$	y
Вместе	1	$\frac{1}{12}$	12

Решая систему  $\begin{cases} y - x = 10 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 10 + x \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{x+10} = \frac{1}{12} \end{cases}$ , получаем квадратное

уравнение  $x^2 - 14x - 120 = 0$ , имеющего корни  $x = 20$  и  $x = -6$ , второй корень не подходит по условию задачи, поэтому  $x = 20$ ,  $y = 30$ .

**Ответ:** 20 дней и 30 дней.

# Задачи на совместную работу

## Задача 6.

Первая труба пропускает на 3 л воды в минуту меньше, чем вторая труба.

Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 270 л она заполняет на 3 минуты дольше, чем вторая труба?

## Решение.

	Работа (объём резервуара, л)	Производительность (л/мин)	Время (мин)
1 труба	270	$x$	$\frac{270}{x}$
2 труба	270	$x+3$	$\frac{270}{x+3}$

По условию задачи  $\frac{270}{x} > \frac{270}{x+3}$  на 3 мин, составим уравнение  $\frac{270}{x} - \frac{270}{x+3} = 3$ ,

решая которое получаем квадратное уравнение  $x^2+3x-270=0$ , корнями которого являются числа  $x=-18$  – не подходит по условию задачи и  $x=15$ .

**Ответ:** 15 часов.

# Вывод:

Каждая задача уникальна, общих правил для решения нестандартных задач нет.

Процесс решения нестандартной задачи:

- 1) Сведение (путем преобразования или переформулирования) нестандартной задачи к другой, ей эквивалентной, но уже стандартной задаче;
- 2) Разбиение нестандартной задачи на несколько стандартных подзадач.

**Гипотеза подтвердилась:** рассмотрение решения нескольких нестандартных текстовых задач позволило сделать вывод об отсутствии единого подхода к решению нестандартных математических задач, несмотря на наличие общих рекомендаций для решения того или иного вида школьных текстовых задач.

