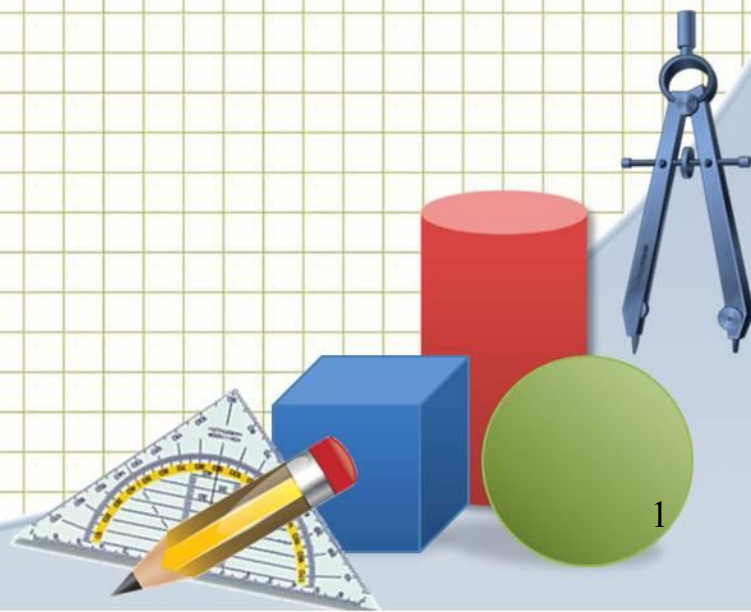
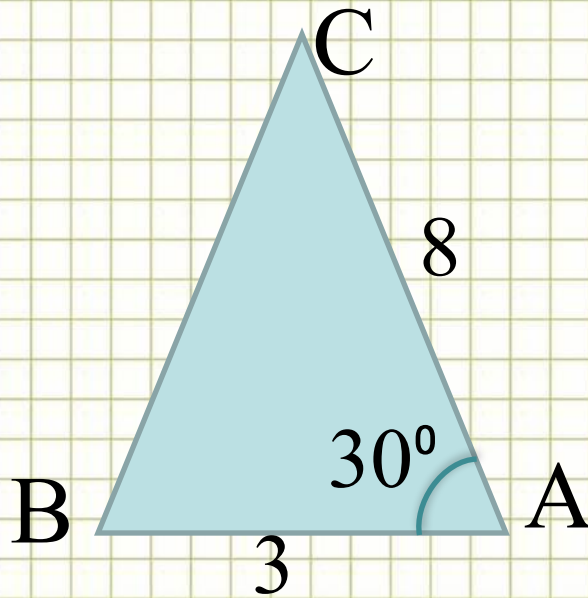


**ОГЭ - 2015**  
**Модуль ГЕОМЕТРИЯ**  
**№11**



# Модуль «ГЕОМЕТРИЯ» №11

Найти площадь треугольника.



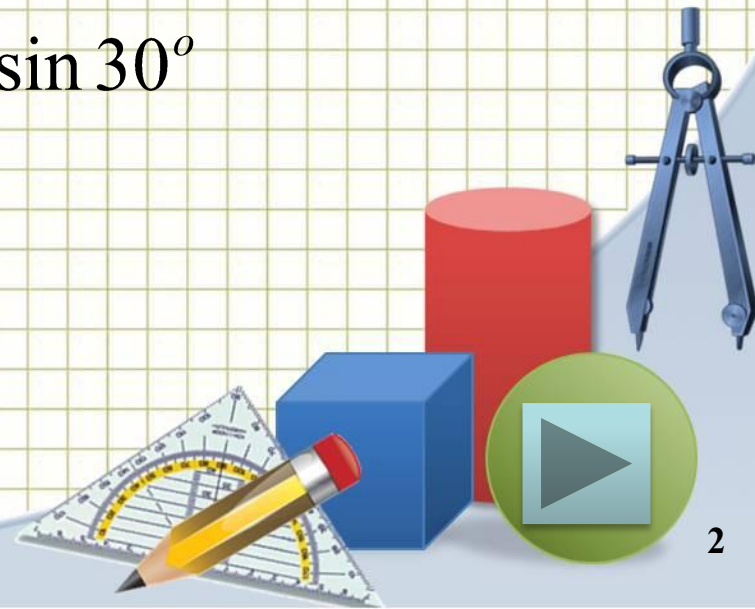
**Повторение (3)**

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot AB \cdot \sin A$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 3 \cdot \sin 30^\circ$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot \frac{1}{2} = 6$$

**Ответ: 6.**

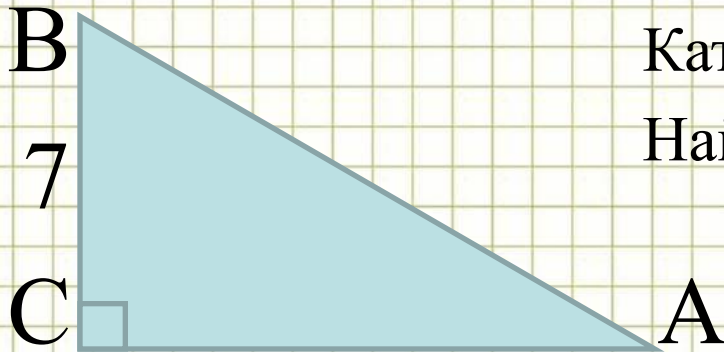


# Повторение

**Площадь треугольника равна половине произведения двух сторон на синус угла между ними**



# Модуль «ГЕОМЕТРИЯ» №11



Катет AC на 2 больше катета BC.  
Найти площадь треугольника

**Повторение (3)**

$$AC = BC + 2 = 7 + 2 = 9$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 9 = 31,5$$

**Ответ: 31,5.**

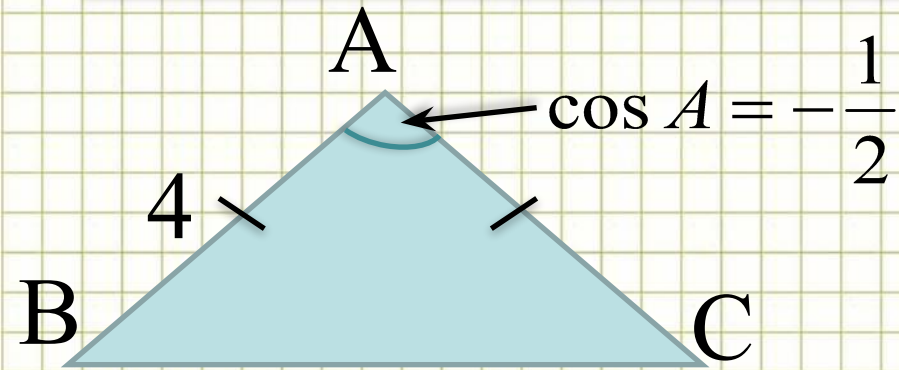


# Повторение

**Площадь прямоугольного треугольника равна  
половине произведения катетов**



# Модуль «ГЕОМЕТРИЯ» №11



Найти площадь треугольника

**Повторение (3)**

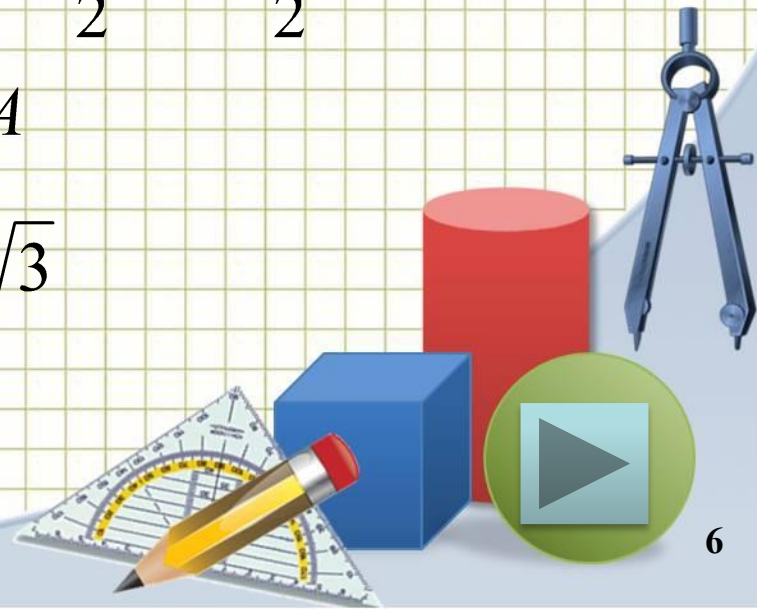
$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

$$\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \sqrt{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot AB \cdot \sin A$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$$

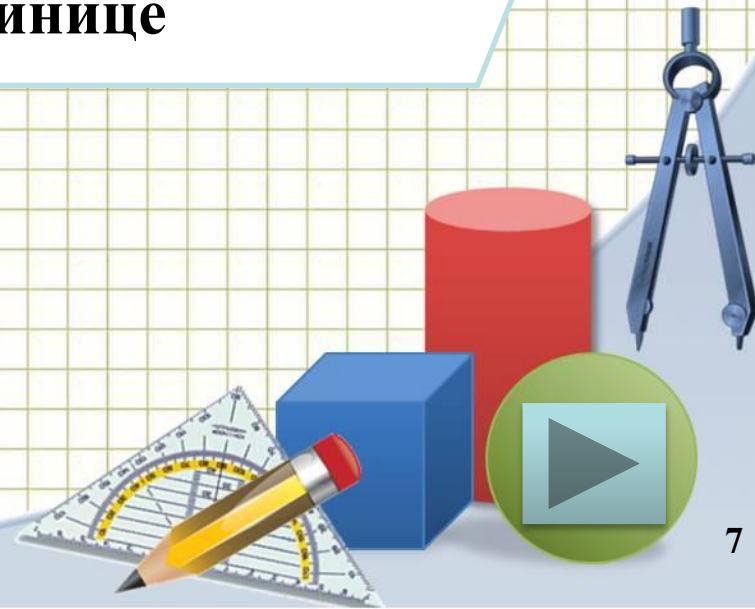
**Ответ:**  $4\sqrt{3}$ .



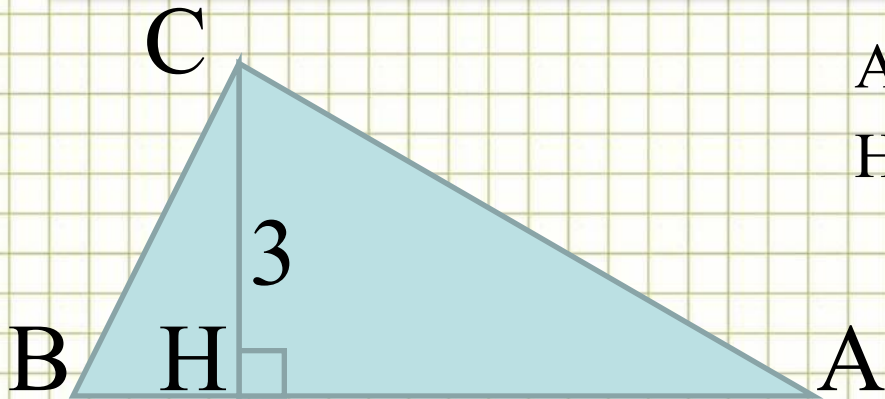
# Повторение

**Площадь треугольника равна половине произведения двух сторон на синус угла между ними**

**Сумма квадратов синуса и косинуса одного и того же угла равна единице**



# Модуль «ГЕОМЕТРИЯ» №11



$$AB=3CH.$$

Найти площадь треугольника ABC

**Повторение (2)**

$$AB=3CH=3 \cdot 3=9$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CH$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 9 = 13,5$$

**Ответ: 13,5.**





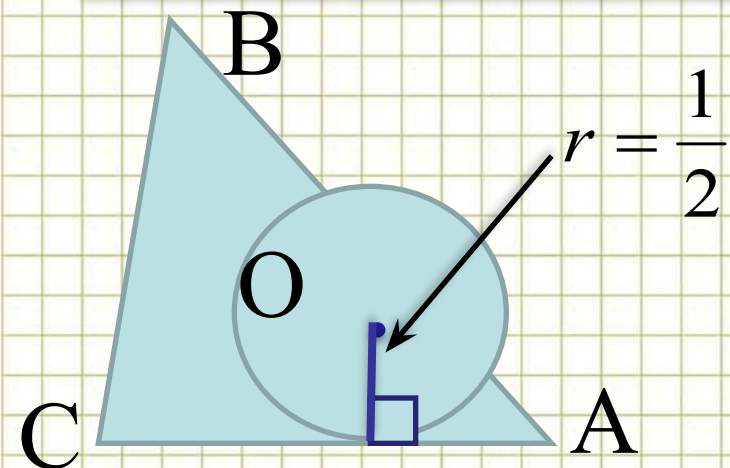
# Повторение

**Высота треугольника – это отрезок, проведенный из вершины к противоположной стороне под прямым углом**

**Площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту**



# Модуль «ГЕОМЕТРИЯ» №11



$P_{\triangle ABC} = 6$ . Найти  $S_{\triangle ABC}$

**Повторение (1)**

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} P_{\triangle ABC} \cdot r$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} = 1,5$$

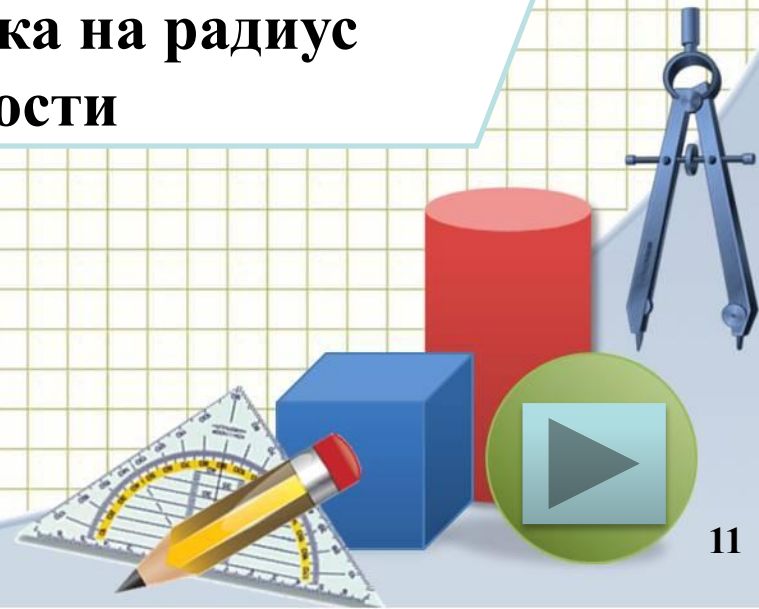
**Ответ: 1,5 .**



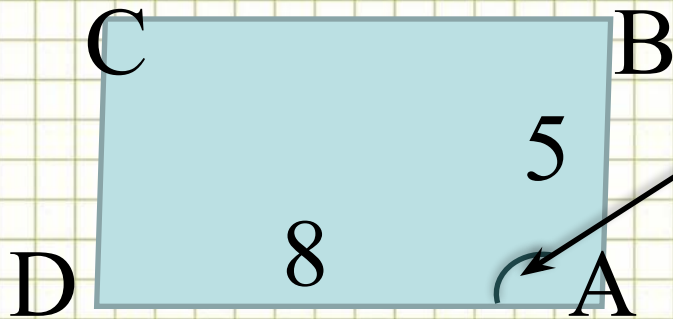
# Повторение

**Вписанной в треугольник окружностью называется окружность, которая касается всех сторон треугольника**

**Если в треугольник вписана окружность, то площадь треугольника равна произведению полупериметра треугольника на радиус вписанной окружности**



# Модуль «ГЕОМЕТРИЯ» №11



$\cos A = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ . Найти  $S_{\triangle ABC}$

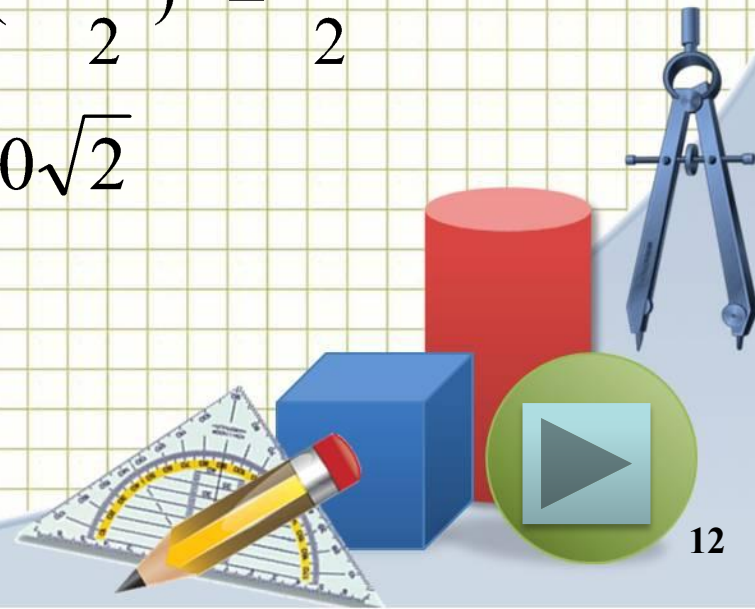
**Повторение (2)**

$$S_{\triangle ABCD} = AD \cdot AB \cdot \sin A$$

$$\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \sqrt{1 - \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$S_{\triangle ABCD} = 8 \cdot 5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 20\sqrt{2}$$

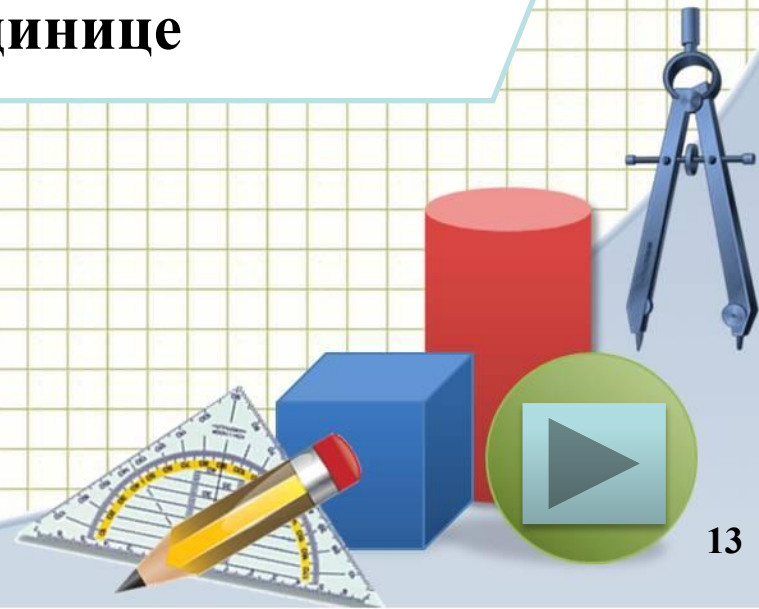
**Ответ:**  $20\sqrt{2}$ .



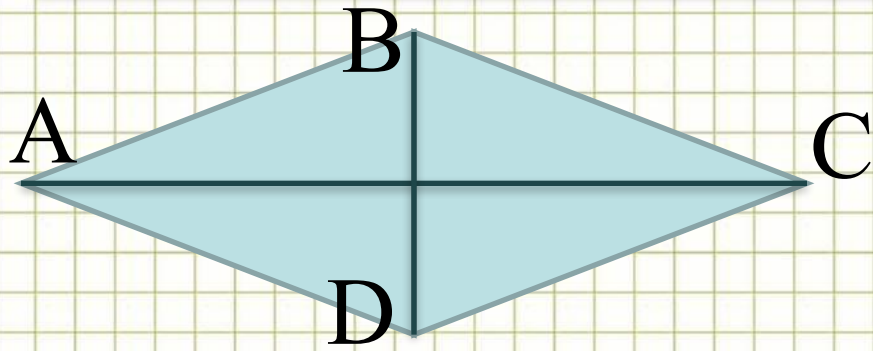
# Повторение

**Площадь параллелограмма равна произведению двух сторон на синус угла между ними**

**Сумма квадратов синуса и косинуса одного и того же угла равна единице**



# Модуль «ГЕОМЕТРИЯ» №11



Диагонали ромба равны 12 и 7.  
Найти площадь ромба.

**Повторение (2)**

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BD$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 7 = 42$$

**Ответ: 42.**



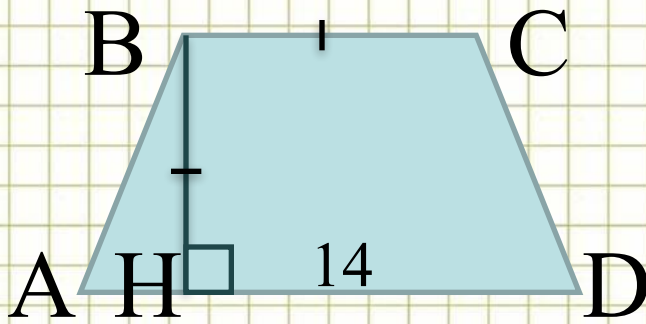
# Повторение

**Ромб – это параллелограмм с равными сторонами**

**Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей**



# Модуль «ГЕОМЕТРИЯ» №11



ABCD – трапеция. BC в 2 раза меньше AD.  
Найти площадь трапеции

**Повторение (2)**

$$S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot BH$$

$$BC = 14 : 2 = 7$$

$$BC = DH = 7$$

$$S_{ABCD} = \frac{14 + 7}{2} \cdot 7 = 73,5$$

**Ответ: 73,5.**





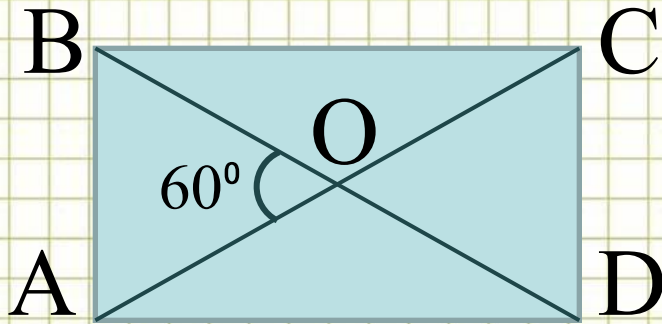
# Повторение

**Трапеция – это четырехугольник, две стороны которого параллельны**

**Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту**



# Модуль «ГЕОМЕТРИЯ» №11



$$AC=10.$$

Найти площадь прямоугольника

**Повторение (5)**

$$AO=BO=10:2=5$$

В  $\triangle AOB$ , где  $\angle BAO = \angle ABO = (180^\circ - 60^\circ) : 2 = 60^\circ \Rightarrow$

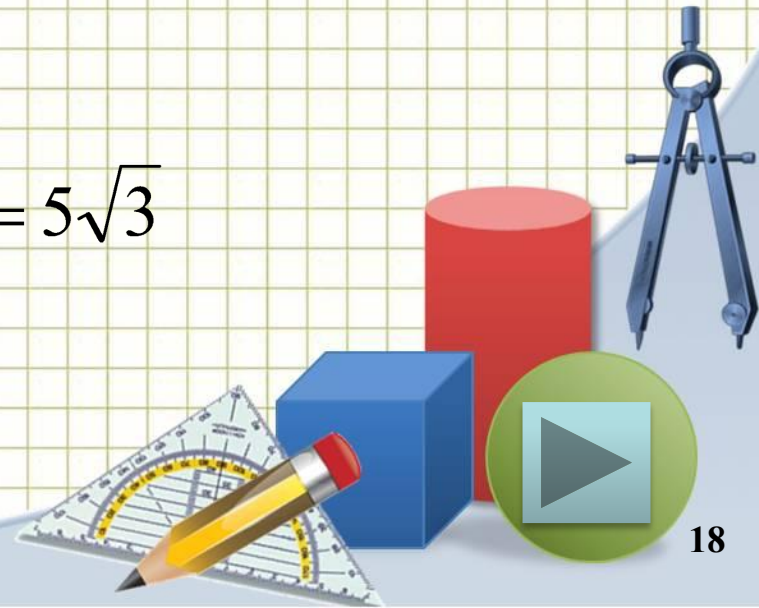
$$AB=5$$

По теореме Пифагора в  $\triangle ABD$

$$AD = \sqrt{BD^2 - AB^2} = \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3}$$

$$S = AB \cdot AD = 5 \cdot 5\sqrt{3} = 25\sqrt{3}$$

**Ответ:**  $25\sqrt{3}$ .



# Повторение

**Диагонали прямоугольника равны и делятся точкой пересечения пополам**

**В равнобедренном треугольнике углы при основании равны**

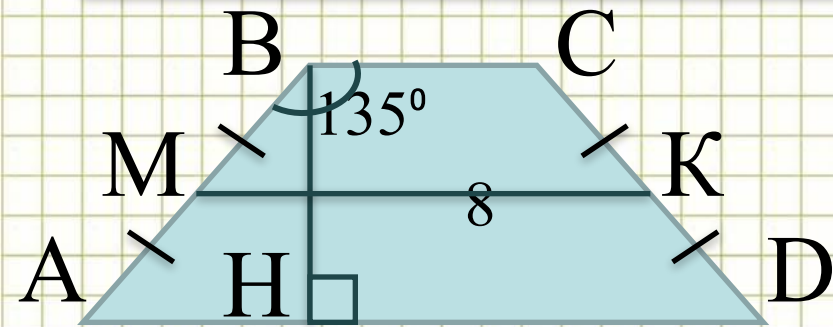
**Если угол разбит на части, то его градусная мера равна сумме его частей**

**В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов**

**Площадь прямоугольника равна произведению соседних сторон**



# Модуль «ГЕОМЕТРИЯ» №11



ABCD – равнобедренная трапеция  
MK=8, боковая сторона равна 5.

Найти площадь трапеции.

**Повторение (4)**

$$MK = \frac{AD + BC}{2} = 8$$

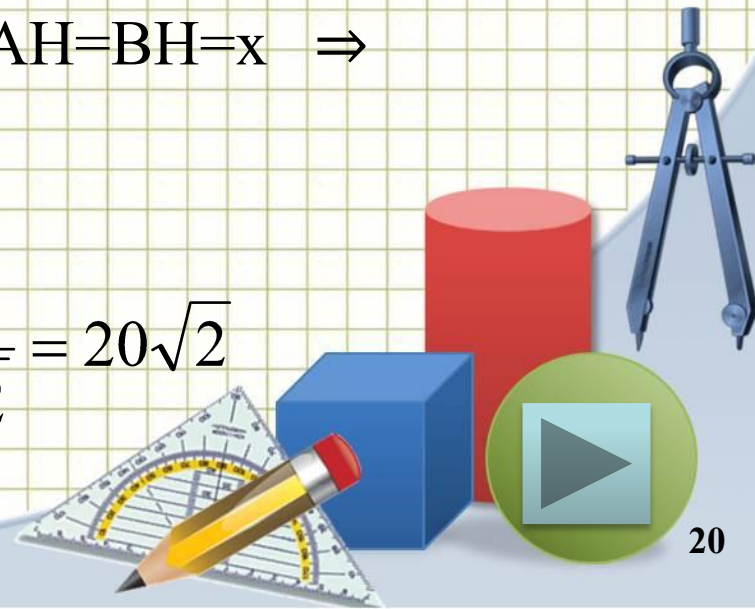
$$\angle ABH = 90^\circ = 135^\circ - 90^\circ = 45^\circ \Rightarrow \angle BAN = \angle ABC = 45^\circ$$

По теореме Пифагора в  $\triangle ABH$ , где  $AH=BH=x \Rightarrow$

$$BH = \sqrt{\frac{1}{2} AB^2} = \sqrt{\frac{1}{2} 5^2} = \frac{5}{\sqrt{2}}$$

$$S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot BH \Rightarrow S_{ABCD} = 8 \cdot \frac{5}{\sqrt{2}} = 20\sqrt{2}$$

**Ответ:**  $20\sqrt{2}$ .



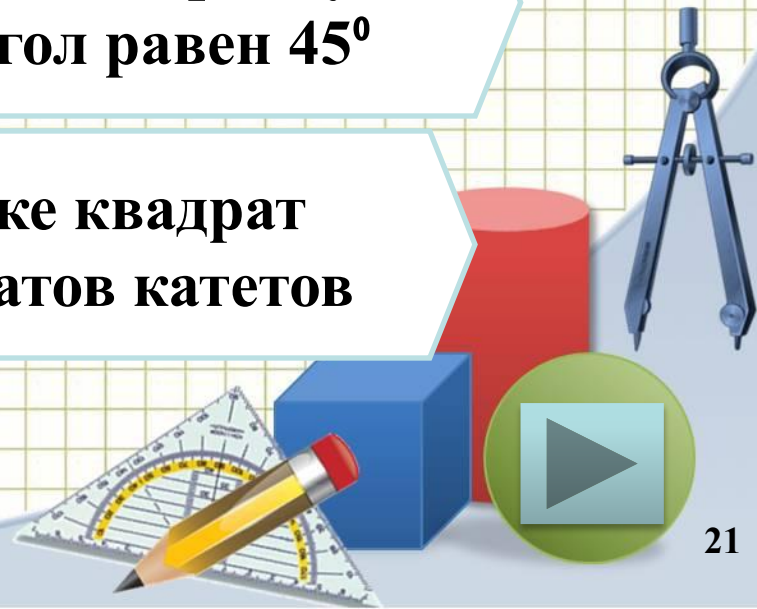
# Повторение

**Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту**

**Средняя линия трапеции равна полусумме оснований**

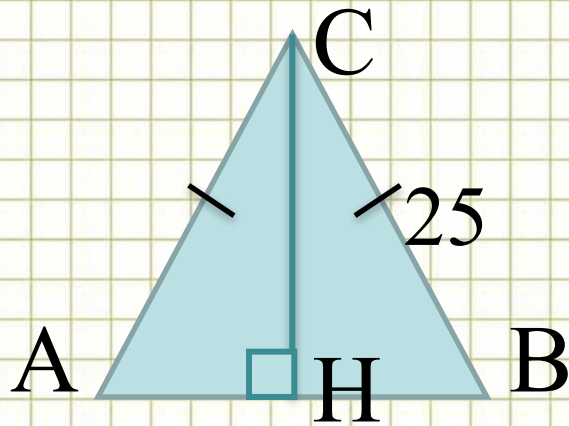
**Если в прямоугольном треугольнике острый угол равен  $45^\circ$ , то и другой острый угол равен  $45^\circ$**

**В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов**



# Модуль «ГЕОМЕТРИЯ» №11

$P_{\triangle ABC} = 98$ . Найти  $S_{\triangle ABC}$



**Повторение (4)**

$$AB = P_{\triangle ABC} - 2BC = 98 - 2 \cdot 25 = 48$$

Т.к.  $\triangle ABC$  равнобедренный, то  $AH = HB = 48 : 2 = 24$

По теореме Пифагора в  $\triangle ACH$

$$CH = \sqrt{AC^2 - AH^2} = \sqrt{25^2 - 24^2} = 7$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CH$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot 48 \cdot 7 = 168$$

**Ответ: 168.**



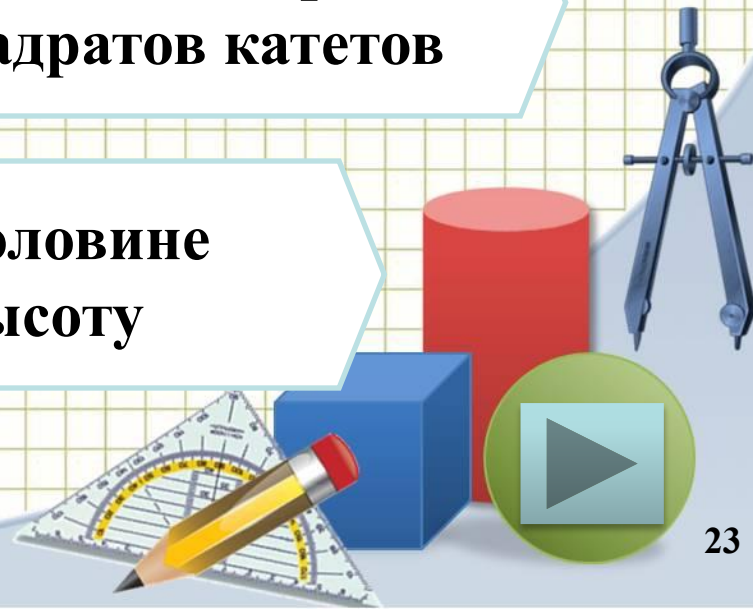
# Повторение

**Периметр треугольника – это сумма длин сторон  
треугольника**

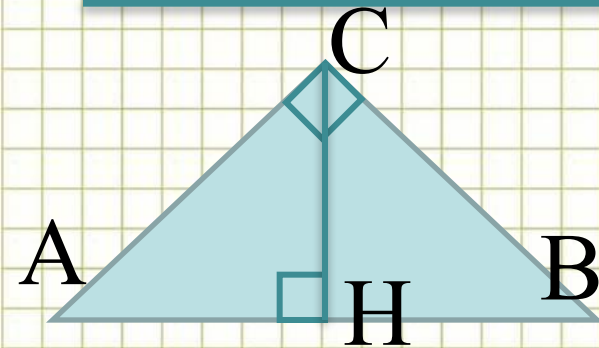
**Высота в равнобедренном треугольнике,  
проведенная к основанию является медианой**

**В прямоугольном треугольнике квадрат  
гипотенузы равен сумме квадратов катетов**

**Площадь треугольника равна половине  
произведения основания на высоту**



## Модуль «ГЕОМЕТРИЯ» №11



В прямоугольном треугольнике высота, проведенная из вершины прямого угла, равна медиане, проведенной из того же угла,  $AB=6$ . Найти  $S_{\Delta ABC}$

**Повторение (4)**

Если высота треугольника равна медиане, то  $\Delta ABC$  – равнобедренный с основанием  $AB \Rightarrow$

$\Delta HBC$  прямоугольный и равнобедренный, так как  $\angle A = \angle B = 45^\circ$   
 $\Rightarrow CH = HB = AB : 2 = 3$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CH$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3 = 9$$

**Ответ: 9.**





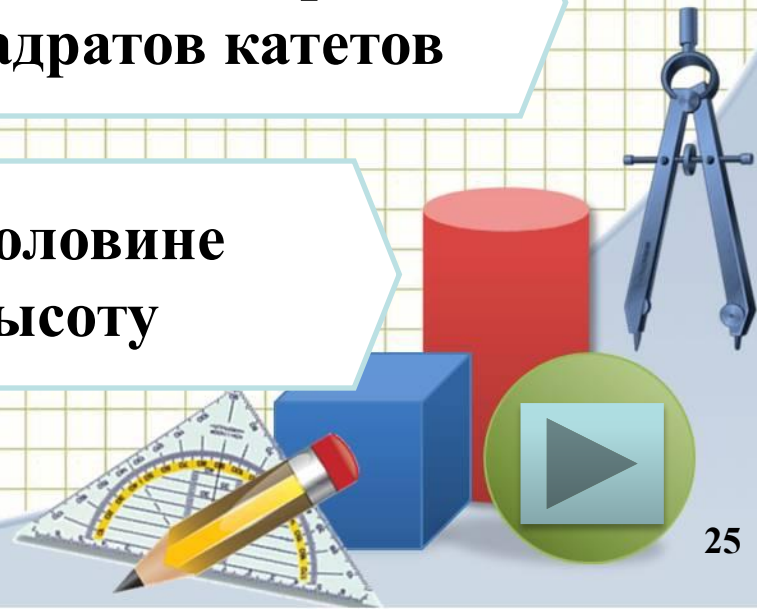
# Повторение

**Если высота треугольника является и медианой, то такой треугольник равнобедренный**

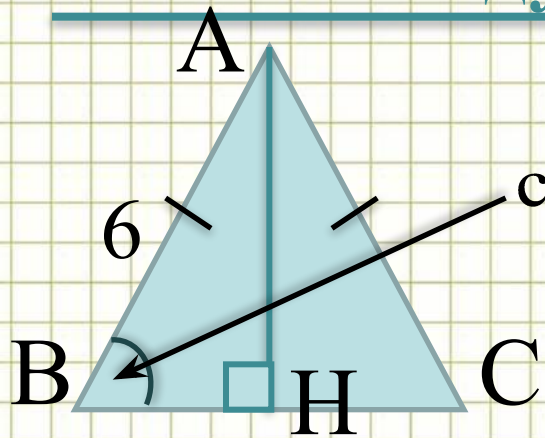
**Если прямоугольный треугольник равнобедренный, то его острые углы равны  $45^\circ$**

**В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов**

**Площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту**



# Модуль «ГЕОМЕТРИЯ» №11



Найти  $S_{\triangle ABC}$

$$\cos B = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

**Повторение (4)**

$$\cos B = \frac{BH}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{BH}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BH = 3\sqrt{3}$$

Т.к.  $\triangle ABC$  равнобедренный, то  $AH$  – медиана  $\Rightarrow BC = 2BH = 6\sqrt{3}$

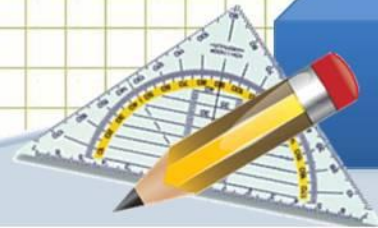
По теореме Пифагора в  $\triangle ABH$

$$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{6^2 - (3\sqrt{3})^2} = 3$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AH$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot 6\sqrt{3} \cdot 3 = 9\sqrt{3}$$

**Ответ:**  $9\sqrt{3}$ .



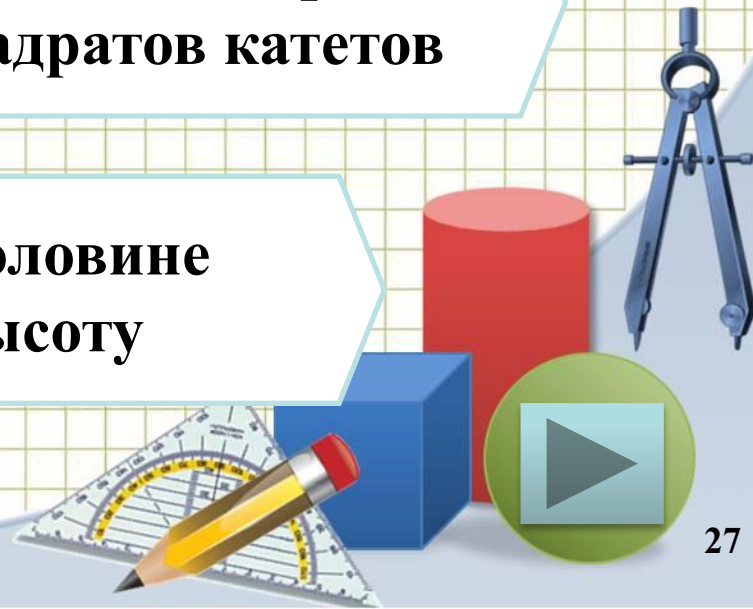
# Повторение

**Косинус острого угла прямоугольного треугольника равен отношению прилежащего катета к гипотенузе**

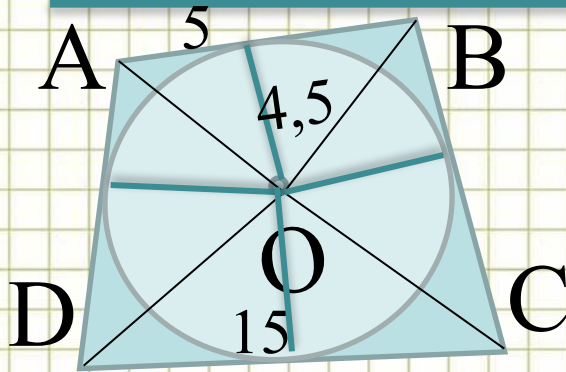
**Высота прямоугольного треугольника, проведенная к основанию, является медианой**

**В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов**

**Площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту**



# Модуль «ГЕОМЕТРИЯ» №11



Четырехугольник ABCD описан около четырехугольника, радиуса 4,5.

Найти  $S_{ABCD}$ .

**Повторение (4)**

Соединим центр окружности с вершинами четырехугольника

Получим треугольники, высоты которых равны радиусу окружности

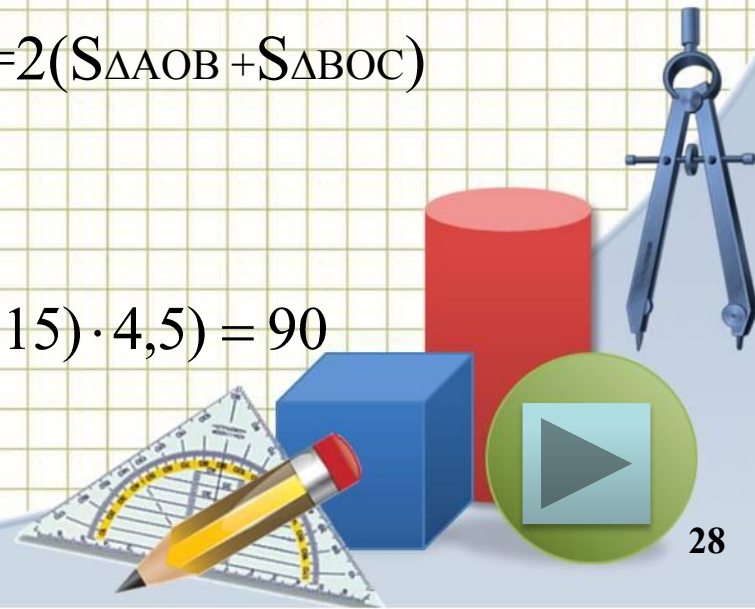
$$AB + DC = AD + BC \Rightarrow$$

$$S_{\triangle AOB} + S_{\triangle BOC} = S_{\triangle COD} + S_{\triangle AOD} \Rightarrow S_{ABCD} = 2(S_{\triangle AOB} + S_{\triangle BOC})$$

$$S_{\triangle} = \frac{1}{2} a \cdot h$$

$$S_{ABCD} = 2 \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4,5 + \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 4,5 \right) = 2 \cdot \left( \frac{1}{2} (5 + 15) \cdot 4,5 \right) = 90$$

**Ответ: 90.**



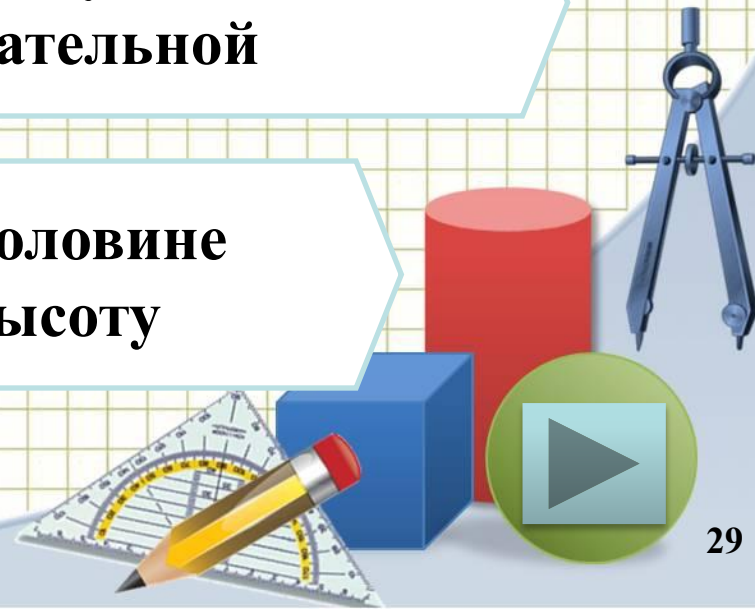
# Повторение

**Если в четырехугольник можно вписать окружность, то суммы противоположных сторон четырехугольника равны**

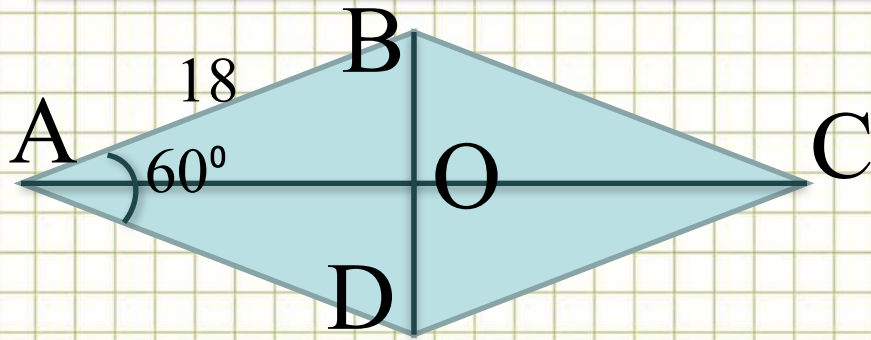
**Если фигура разбита на части, то площадь фигуры равна сумме площадей ее частей**

**Радиус, проведенный в точку касания перпендикулярен касательной**

**Площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту**



# Модуль «ГЕОМЕТРИЯ» №11



ABCD – ромб.

Найти площадь ромба.

**Повторение (3)**

$$\text{В } \triangle AOB \angle BOA = 30^\circ \Rightarrow \hat{AO} = \frac{1}{2} \hat{AB} = 9$$

По теореме Пифагора в  $\triangle ABO$

$$BO = \sqrt{AB^2 - AO^2} = \sqrt{18^2 - 9^2} = \sqrt{243} = 9\sqrt{3}$$

$$BD = 2BO = 18\sqrt{3}, \quad AC = 2AO = 18$$

$$S_{\triangle ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD$$

$$S_{\triangle ABCD} = \frac{1}{2} \cdot 18\sqrt{3} \cdot 18 = 162\sqrt{3}$$

**Ответ:**  $162\sqrt{3}$  .



# Повторение

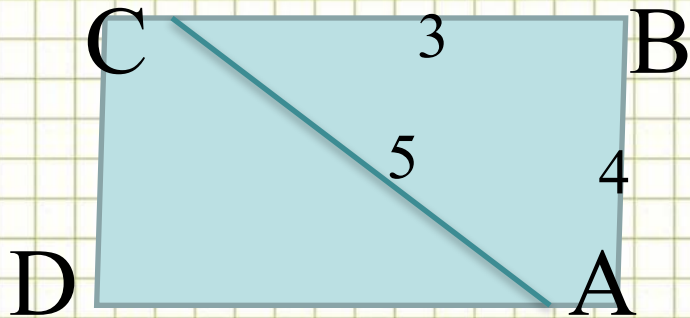
**Диагонали ромба перпендикулярны и делят углы ромба пополам**

**В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов**

**Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей**

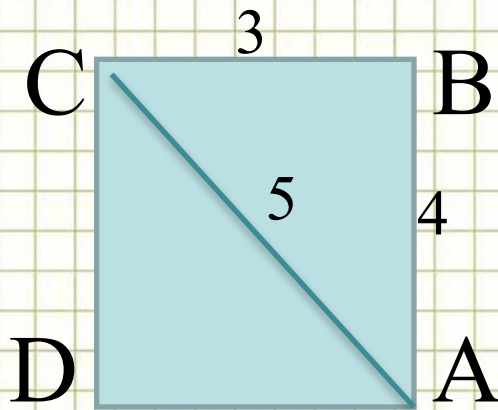


# Модуль «ГЕОМЕТРИЯ» №11



Найти площадь параллелограмма

**Повторение (2)**

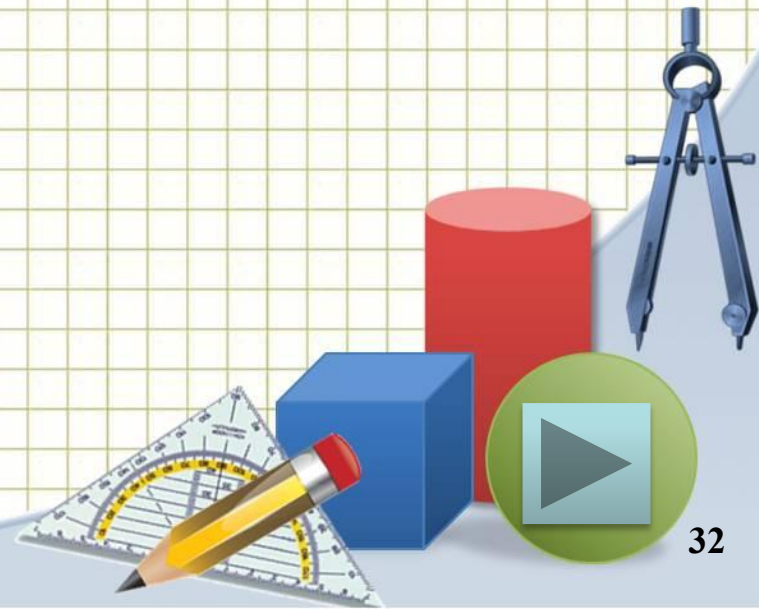


Так как  $\triangle ABC$  – прямоугольный, то параллелограмм трансформируется в прямоугольник

$$S_{\triangle ABCD} = AB \cdot CD$$

$$S_{\triangle ABCD} = 3 \cdot 4 = 12$$

**Ответ: 12.**





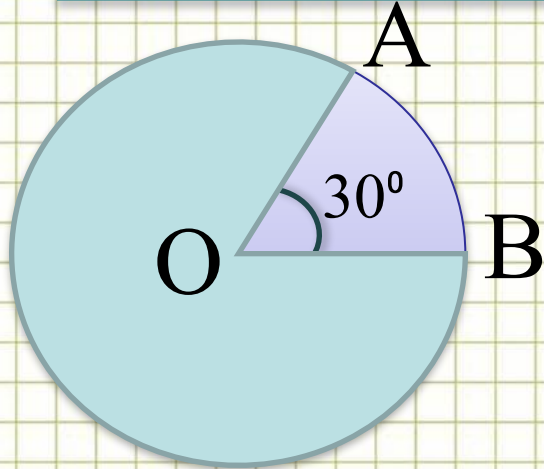
# Повторение

**Треугольник, в котором стороны равны 3,4,5 называется Пифагоровым (т.е. треугольник является прямоугольным)**

**Площадь прямоугольника равна произведению его измерений**



# Модуль «ГЕОМЕТРИЯ» №11



Дуга сектора равна  $8\pi$ . Найти площадь сектора.

**Повторение (2)**

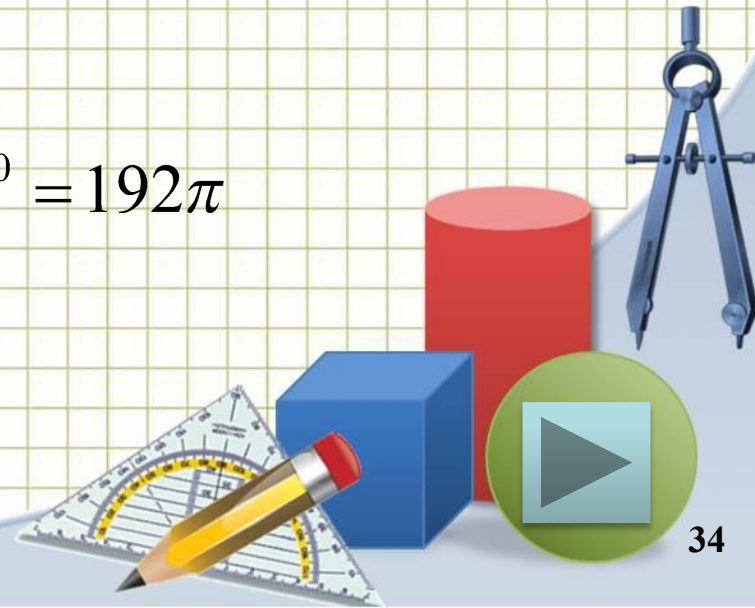
$$C_{\text{окр.}} = 360^{\circ} : 30^{\circ} \cdot 8\pi = 96\pi$$

$$C_{\text{окр.}} = 2\pi r \Rightarrow r = \frac{C}{2\pi} = \frac{96\pi}{2\pi} = 48$$

$$S_{\text{ñåê.}} = \frac{\pi \cdot r^2}{360} \cdot \alpha$$

$$S_{\text{ñåê.}} = \frac{\pi \cdot 48^2}{360^{\circ}} \cdot 30^{\circ} = 192\pi$$

**Ответ:  $192\pi$ .**



# Повторение

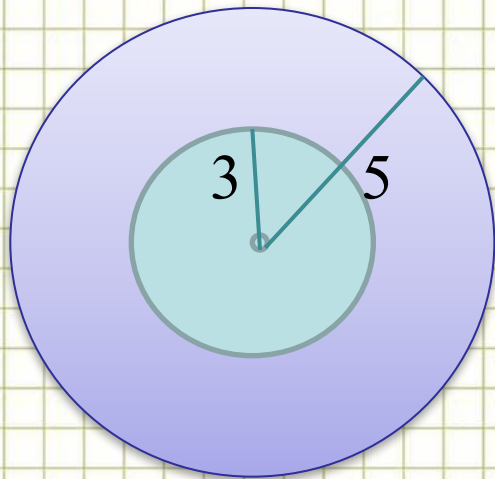
Длина окружности равна удвоенному произведению числа  $\pi$  на радиус окружности

Площадь кругового сектора вычисляется по формуле

$$S_{\text{сек.}} = \frac{\pi \cdot r^2}{360} \cdot \alpha$$



# Модуль «ГЕОМЕТРИЯ» №11



Найти площадь кольца

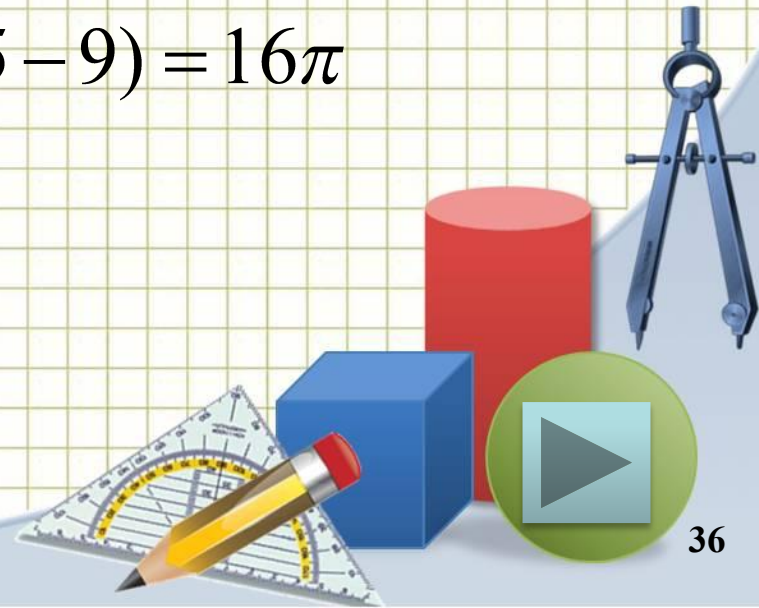
**Повторение (2)**

$$S = \pi \cdot r^2$$

$$S_{\text{кольца}} = \pi \cdot r_1^2 - \pi \cdot r_2^2 \Rightarrow$$

$$S_{\text{кольца}} = \pi \cdot 5^2 - \pi \cdot 3^2 = \pi \cdot (25 - 9) = 16\pi$$

**Ответ:**  $16\pi$ .



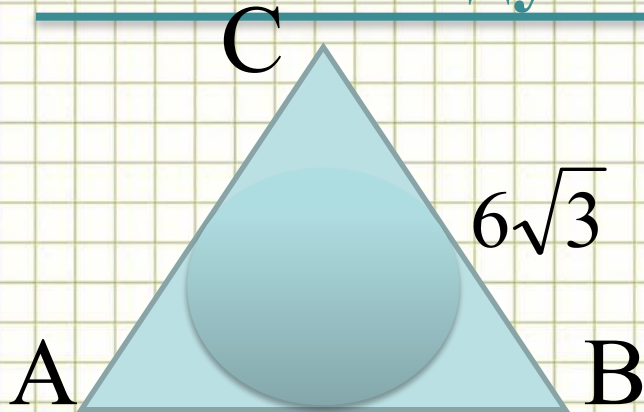
# Повторение

**Площадь круга равна произведению числа  $\pi$  на квадрат радиуса круга**

**Если фигура разделена на части, то его площадь равна сумме площадей его частей**



# Модуль «ГЕОМЕТРИЯ» №11



Найти площадь круга, вписанного в равносторонний треугольник

**Повторение (3)**

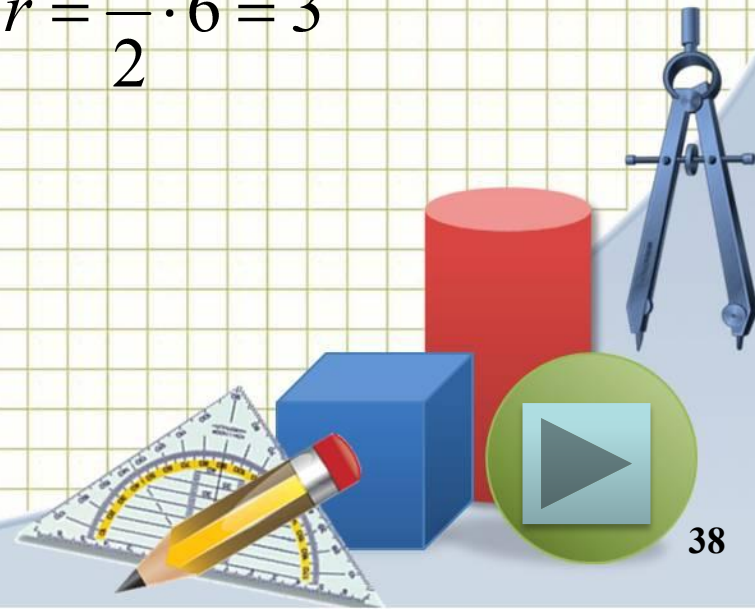
$$a_3 = R\sqrt{3} \Rightarrow R = \frac{a_3}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 6$$

$$r = R \sin \frac{180^\circ}{n} = R \cos 60^\circ = \frac{1}{2} R \Rightarrow r = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3$$

$$S = \pi \cdot r^2$$

$$S = \pi \cdot 3^2 = 9\pi$$

**Ответ:**  $9\pi$  .



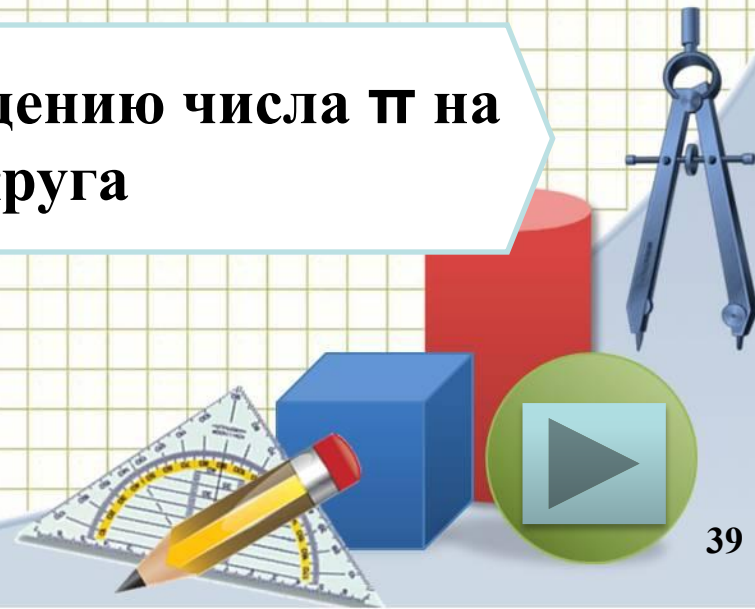
# Повторение

Сторона правильного треугольника, в который вписана окружность, равна  $a_3 = R\sqrt{3}$

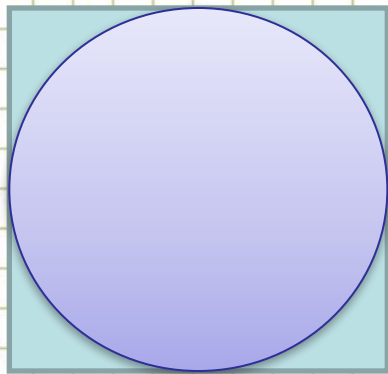
Радиусы вписанной и описанной окружности около правильного многоугольника связаны

формулой  $r = R \sin \frac{180^\circ}{n}$

Площадь круга равна произведению числа  $\pi$  на квадрат радиуса круга



# Модуль «ГЕОМЕТРИЯ» №11



18

Найти площадь круга, вписанного в квадрат со стороной 18.

**Повторение (3)**

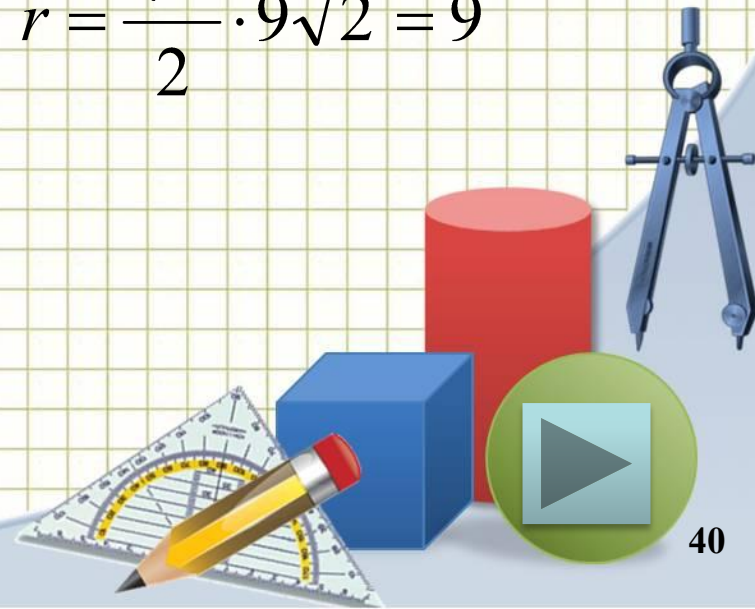
$$a_4 = R\sqrt{2} \Rightarrow R = \frac{a_4}{\sqrt{2}} = \frac{18}{\sqrt{2}} = 9\sqrt{2}$$

$$r = R \sin \frac{180^\circ}{n} = R \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} R \Rightarrow r = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 9\sqrt{2} = 9$$

$$S = \pi \cdot r^2$$

$$S = \pi \cdot 9^2 = 81\pi$$

**Ответ:  $81\pi$ .**





# Повторение

Сторона правильного четырехугольника, в который вписана окружность, равна  $a_4 = R\sqrt{2}$

Радиусы вписанной и описанной окружности около правильного многоугольника связаны

формулой  $r = R \sin \frac{180^\circ}{n}$

Площадь круга равна произведению числа  $\pi$  на квадрат радиуса круга

